قسم الرياضيات	جامعة الشهيد حمه لخضر – الوادي	مقياس: المعادلات التفاضلية
السنة الثالثة رياضيات	كلية العلوم الدقيقة	السنة الجامعية:2021/2020

سلسلة تمارين رقم 01(المعادلات التفاضلية من الرتبة الأولى)

التمرين1:

أُذكر نوع كل معادلة من المعادلات التفاضلية التالية ثمّ قُم بحلّها:

1) $e^{y}y'=\frac{e^{y}+1}{x}$ 2) $y'+3x^{2}y=x^{2}$ 3) $xy'+y=x^{4}y^{3}$

4*) $x^{2}y'=y-xy$ 5*) $y'-2xy=-(2x-1)e^{x}$ 6*) $y'+2y=e^{x}y^{2}$

التمرين2:

احسب الحل الدقيق للمسألة: $\begin{cases} y'=2xy+4x \\ y(0)=1 \end{cases}$، ثم برهن على تقارب التقريبات المتعاقبة.

التمرين3:

على المستطيل $R=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2,\ |x|\le 2, |y|\le 1\}$، أثبت أن الدالة $f:(x,y)\mapsto \sin(xy)+e^{y^2}$ تُحقق شرط ليبشيتز بالنسبة للمتغير الثاني، مُعيّنا ثابت ليبشيتز.

التمرين4:

على المستطيل $R=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2,\ 0\le x\le \frac{1}{2}, |y|\le 1\right\}$، بيّن أن المسألة $\begin{cases} y'=x^{2}+e^{-y^{2}} \\ y(0)=0 \end{cases}$ تتمتع بحل وحيد على مجال يُطلب تعيينه.

التمرين5*:

الهدف من هذا التمرين هو دراسة المسألة $(\mathrm{P})\begin{cases} y'=f(x,y) \\ y(x_0)=y_0 \end{cases}$ في حالة $f(x,y)=a(x)y+b(x)$.

1) متى تقبل المسألة (P) حلا وحيدا؟

2) بضرب طرفي المعادلة $y'=f(x,y)\cdots(E)$ في دالة μ.

– تحت أيّة شروط يمكن كتابة المعادلة (E) على الشكل $h'(x)=g(x)$ حيث g و h دالتان يُطلب تعيينهما.

3) عيّن صيغة حل المسألة (P) في هذه الحالة.

4) تطبيق: أدرس المسألتين التاليتين: $(\mathrm{P}_1)\begin{cases} y'+2xy=x \\ y(1)=2 \end{cases}$، $(\mathrm{P}_2)\begin{cases} y'=(1+y)x \\ y(0)=-1 \end{cases}$