مقيـاس: رياضيات 1	جامعة الشهيد محمد الأخضر -الوادي	قسم الفيزياء
السنة الجامعية:2021/2020	كلية العلوم الدقيقة	السنة الأولى علوم المادة

سلسلة تمارين رقم 01 (المجموعات – التطبيقات – العلاقات)

التمرين1: A ، B ، C ثلاث مجموعات جزئية من مجموعة E. برهن صحّة مايلي:

1. $A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$ 2. $\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$ 3. $A-B=A\cap\overline{B}$

4. تحقق من الخواص الثلاثة السابقة إذا علمت أن: $E=\{1;2;3;4;5\}$ ، $A=\{3;4\}$ ، $B=\{1;2;4\}$ ، $C=\{2;3;4\}$.

5. $A\vartriangle B=A\cap B\Leftrightarrow A=B=\varnothing$

6*. $A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$. **7*.** $A\cup B=A\cap B\Leftrightarrow A=B$.

8*. $\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$. **9*.** $A\vartriangle C=B\vartriangle C\Leftrightarrow A=B$

التمرين2: لنعتبر f التطبيق المعرّف من $\mathbb{R}-\{2\}$ في $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=\dfrac{x+5}{x-2}$ و ليكن التطبيق g المعرّف من $\mathbb{R}$ في نفسها بالشكل $g(x)=x^2$.

1) هل f متباين ؟ وهل هو غامر؟، مع التبرير

2*) نفس الأسئلة بالنسبة للتطبيق g.

3) عيّن (إن كان ممكنا) $g\circ f$ ، $f\circ g$.

التمرين3: ليكن f التطبيق المعرّف من $\left[\dfrac{3}{2},+\infty\right[$ في $[0,+\infty[$ كمايلي: $f(x)=\sqrt{2x-3}$

و ليكن g التطبيق المعرّف من $\mathbb{R}-\{1\}$ في $\mathbb{R}-\{1\}$ كمايلي: $g(x)=\dfrac{x}{x-1}$.

1) أثبت أن f تقابل وعين تطبيقه العكسي f^{-1}.

2*) أثبت أن g تقابل وعين تطبيقه العكسي g^{-1}.

***التمرين4:** a و b عددان حقيقيان، $E=[a,+\infty[$ ، $F=[b,+\infty[$. f التطبيق المعرّف من E في F حيث

$f(x)=3x^2-4$

1) عيّن أصغر قيمة ممكنة لكل من العددين a و b حتى يكون التطبيق f تقابلا.

2) نفس السؤال من أجل $f(x)=\sqrt{2x-5}$.

التمرين5: نعتبر التطبيق f لمجموعة E في مجموعة F. A_1، A_2 مجموعتان جزئيتان من E و B_1، B_2 مجموعتان جزئيتان من F. بيّن صحّة الخواص التالية:

1. $(A_1 \subset A_2) \Rightarrow (f(A_1) \subset f(A_2))$
2. $f(A_1 \cup A_2) = f(A_1) \cup f(A_2)$
3. $f^{-1}(B_1 \cap B_2) = f^{-1}(B_1) \cap f^{-1}(B_2)$
4. *$(B_1 \subset B_2) \Rightarrow (f^{-1}(B_1) \subset f^{-1}(B_2))$
5. *$f(A_1 \cap A_2) \subset (f(A_1) \cap f(A_2))$
6. *$f^{-1}(B_1 \cup B_2) = f^{-1}(B_1) \cup f^{-1}(B_2)$.

التمرين6: لتكن $\Re$ العلاقة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $x \Re y \Leftrightarrow (x^3+8)(y^2+1) = (y^3+8)(x^2+1)$

1) أ−تحقق أنّه من أجل كل عدد حقيقي x فإن $(x+2)(x^2-2x+4) = x^3+8$

ب− استنتج قيمة x حتى تكون $x \Re (-2)$ (x لها علاقة مع -2).

2) بيّن أنّ $\Re$ علاقة تكافؤ في $\mathbb{R}$، ثمّ عيّن صنف تكافؤ العدد 8.

***التمرين7:** $\Re$ علاقة في $\mathbb{R}^*$ معرّفة كمايلي: $x \Re y \Leftrightarrow x^2 - \frac{1}{x^2} = y^2 - \frac{1}{y^2}$

− بيّن أنّ $\Re$ علاقة تكافؤ في $\mathbb{R}^*$ ، ثمّ عيّن صنف تكافؤ عنصر a من $\mathbb{R}^*$.

***التمرين8:** نعرّف على $\mathbb{R}$ العلاقة $\Re$ كمايلي: $a \Re b \Leftrightarrow a^3 - b^3 \geq 0$

− بيّن أنّ $\Re$ علاقة ترتيب في $\mathbb{R}$، وهل هذا الترتيب كلّي؟.

التمرين9: نعتبر المجموعة A الجزئية من $\mathbb{R}$ حيث : $A = \{x = 2 + \frac{1}{n}, \quad n \in \mathbb{N}^*\}$

1) تحقق أنّ A مجموعة محدودة.

2) عيّن إن وجدت الأعداد $Sup(A)$، $Inf(A)$، $Max(A)$، $Min(A)$.

***التمرين10:** نفس أسئلة التمرين 9 السابق بالنسبة للمجموعات التالية:

$A_1 = \{\frac{1}{x} \in \mathbb{R}, \quad \frac{7}{5} < x \leq \sqrt{2}\}$ ، $A_2 = \{x \in \mathbb{R}, \quad x^2 - x - 6 \leq 0\}$

$A_3 = \{x \in \mathbb{R}, \quad x^4 < 81\}$ ، $A_4 = \{x = -1 - \frac{1}{n}, \quad n \in \mathbb{N}^*\}$.