

Examen	2020/ 2021	Université CHAHIDE HAMMA LAKHDAR EL- Oued	الاسم
Module : Méthode des volumes finis		Faculté de technologie	اللقب
1 <sup>ère</sup> Master Energétique		Département de génie mécanique	الفوج

**Exo**

On considère une plaque métallique mince, ayant la distribution de température *initiale*  $T(0, x) = 100\text{ }^\circ\text{C}$ . À l'instant  $t = 0$ , la température de la paroi "East" de la plaque est brusquement mise à  $50\text{ }^\circ\text{C}$ . Les autres surfaces de la plaque sont *isolées*. Résoudre ce problème en utilisant le *schéma explicite* de la MVF pour discrétiser l'EDP en question ( $\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right\}$ ), en prenant un pas de temps  $\Delta t = 2\text{ s}$ , pour calculer la *distribution transitoire* de la température à l'instant  $t = 6\text{ s}$ , pour  $n=5\text{ VC}$ . Les données du problème sont :  $L = 5\text{ cm}$ ,  $\lambda = 21\text{ W/mK}$  et  $\rho C_p = 0.5 \times 10^8\text{ J/m}^3\text{K}$ .

- 1- Donner l'équation discrétisée pour les nœuds interne
- 2- Donner l'équation discrétisée pour le nœud 'West'
- 3- Vérifier la condition de stabilité
- 4- Calculer la température dans les instants  $t = 0\text{ s}, 2\text{ s}, 4\text{ s}$  et  $6\text{ s}$



Solution																																																
	$\Delta x = \frac{L}{n} = \frac{5}{5} = 1\text{ cm}$ Relation mathématique finale avec l'application numérique (العلاقة الرياضية النهائية مع التعويض العددي)																																															
Question 1	$a_p T_p = a_w T_w + a_e T_e + a_p T_p / a_p = \rho C_p \frac{\Delta x}{\Delta t} = 0,5 \times 10^8 \cdot \frac{1}{2} = 25 \times 10^6$ $a_w = a_e = \frac{\lambda}{\Delta x} = 21 / 1 = 2100$ ; $a_p = a_p - a_w - a_e = 24,58 \times 10^6$																																															
Question 2	$T_{west} = T_p = \frac{a_p T_p + a_e T_e}{a_p + a_e} = \frac{24,58 T_p + 21 T_e}{24,58 + 21}$ $12,5 T_p = 21 T_e + 12,29 T_p$																																															
Question 3	$\frac{\Delta t}{(\Delta x)^2} = \frac{\lambda}{\rho C_p (\Delta x)^2} \leq \frac{1}{2}$ ; $\Rightarrow \frac{\lambda}{\rho C_p (\Delta x)^2} = \frac{21}{0,5 \times 10^8 \cdot 1^2} = 0,00024 < 0,5$																																															
Question 4	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Nœuds →</th> <th>T<sub>West</sub></th> <th>T<sub>1</sub></th> <th>T<sub>2</sub></th> <th>T<sub>3</sub></th> <th>T<sub>4</sub></th> <th>T<sub>East</sub></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Temps (s) ↓</td> <td>(2)</td> <td>(2)</td> <td>(2)</td> <td>(2)</td> <td>(2)</td> <td>(1)</td> </tr> <tr> <td>t = 0s</td> <td>100</td> <td>100</td> <td>100</td> <td>100</td> <td>100</td> <td>50</td> </tr> <tr> <td>t = 2s</td> <td>100</td> <td>100</td> <td>100</td> <td>100</td> <td>99,58</td> <td>50</td> </tr> <tr> <td>t = 4s</td> <td>100</td> <td>100</td> <td>100</td> <td>99,99</td> <td>99,16</td> <td>50</td> </tr> <tr> <td>t = 6s</td> <td>100</td> <td>100</td> <td>100</td> <td>99,98</td> <td>98,76</td> <td>50</td> </tr> </tbody> </table>						Nœuds →	T <sub>West</sub>	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>3</sub>	T <sub>4</sub>	T <sub>East</sub>	Temps (s) ↓	(2)	(2)	(2)	(2)	(2)	(1)	t = 0s	100	100	100	100	100	50	t = 2s	100	100	100	100	99,58	50	t = 4s	100	100	100	99,99	99,16	50	t = 6s	100	100	100	99,98	98,76	50
Nœuds →	T <sub>West</sub>	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>3</sub>	T <sub>4</sub>	T <sub>East</sub>																																										
Temps (s) ↓	(2)	(2)	(2)	(2)	(2)	(1)																																										
t = 0s	100	100	100	100	100	50																																										
t = 2s	100	100	100	100	99,58	50																																										
t = 4s	100	100	100	99,99	99,16	50																																										
t = 6s	100	100	100	99,98	98,76	50																																										



L'utilisation du téléphone portable est strictement interdite

