Analyse dimensionnelle

* Introduction

التحليل الابعدي يقوم بتحديد المتغيرات التي تؤثر على ظاهرة ما، فيقوم بتجميع المتغيرات في المجموعات اللابعدية فتكون عددها أقل وعملي متابعتها لمتابعة أداء المعدة بسهولة.

* Importance of Dimensional analysis =

① إعطاء مجال تشغيل المعدة (الآلة) بدلالة المتغيرات

② الوصول إلى أعلى كفاءة.

③ مراقبة اداء المعدة بواسطة المجموعات.

④ في عملية التصميم واختيار الأداء للمعدات

تتغير المجموعات ويتم مراقبتها بدل من مراقبة كل خصائصها.

مثال توضيحي = لو مثلا نريد تصميم مضخة ويوجد (8) خصائص تتغير عليك تجميع كل ذلك في (3) مجموعات عليك مراقبتهم فقط بدل من مراقبة (8) خصائص هو ذلك عليك استخدامهم قبل بدأ خط إنتاج كامل: عليك عمل نموذج مصغر وداسة اداءه واذا نجح نقوم باستعمال قوانين التشابه التي تمكننا من نقل هذا النموذج الى مستوى الابعاد

π — Theory

$\pi = n - m$

π = No of Dimensionless groupes

n = No of variables

m = No of Primary variables

وهي المتغيرات التي تعبر عن الوحدات الأساسية (Length, Mass, Time)

ملاحظات هامة:

١- غالبا ما تكون $m = 3$

٢- عملية الحصول على مجموعات لا بعدية أسهل من π عن طريق دمج أكثر من مجموعة لظهور مجموعة جديدة.

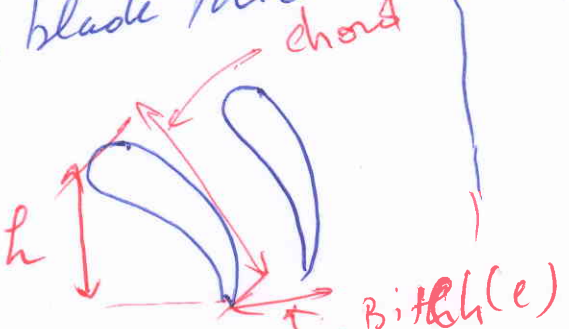
* Principle of Similarity

هو مبني على عموذج صغير بشكل خاص ويتوفر فيه كل الشروط الفيزيائية الموجودة للحالة الأصلية (Prototype)

* عملية الحفاظ على الظروف الفيزيائية عن طريق تشابه المجموعات اللا بعدية بين الأصل والنموذج.

Type of Similarity =

Geometrical Similarity	Kinematic Similarity	Dynamic Similarity
النسبة بين أبعاد الأصل والنموذج ثابتة مثل =	النسبة بين قيم السرعة لكل من الأصل والنموذج ثابتة مثل =	النسبة بين قيم القوى لكل من الأصل والنموذج ثابتة. مثل =
• blade pitch • blade height • blade chord • Rotor Diameter • blade thickness	blade velocity $U = \frac{\pi D N}{60}$ - flow → Cx - Rotational speed (N)	* Force Power * Pressure * Viscosity



✱ Similarity for Incompressible Flow Machine

مثل الطائرة مثلاً (الكثافة ثابتة)

* الخطوة الأولى تحديد المتغيرات المستقلة.

* Dependent variable

→ Head (gH) ⇐ التي ليس لها قيمة وتريد حسابها

→ Power

→ efficiency (η) → تتبع متغيرات أخرى

② Independent variables =

- → RoT (قطر)
- → Speed (N)
- → Discharge (Q)
- → Density (ρ)
- → viscosity (μ)
- → characteristic length $\left(\frac{s}{e}\right)$ / $\left(\frac{h}{e}\right)$ ...

solidity

وبعد ذلك يتم اخراج المتغيرات اللي ليس لها وحدة . وهم مثلا : $\frac{s}{e}$ / $\frac{h}{e}$ ...

شرط ح تكون ثابتة بين النموذج والاصل

$\pi = n - m = 7 - 3 = 4$

D, N, Q, ρ, μ

gH, P

L, M, T

ال (M) متغيرات الاساسية هي :

- Length (D) – m – L
- Time (N) – $\frac{1}{s}$ → T^{-1}
- Mass (ρ) – $\frac{kg}{m^3}$ → $M \cdot L^{-3}$

⑤ يتم اختيار المتغيرات الأساسية على أساس:

- أن كل متغير يعبر على نوع من أنواع Similarity على حدة أو استطاعة.
- أنه يكون المتغير يعبر عن الوحدة الأساسية فقط بقدر الإستطاعة.

إذن ← المتغيرات المتشابهة هي:

αH → Head Coefficient

P → Power Coefficient

α → Discharge Coefficient

μ → Reynolds Number.

---

* نسم اختيار (ρ) لأنها أقرب الكميات Parameter يعبر عن الكتلة.

* نسم اختيار (N) لأنها تعبر عن الوقت $\left(\frac{1}{s}\right)$

* نسم اختيار (D) لأنها أقرب Parameter يعبر عن وحدة الطول.

---

① Head coefficient =

$$gH = \rho^a D^b N^c$$

$$[L^2 T^{-2}][L] = [ML^{-3}]^a [L]^b [T^{-1}]^c$$

for mass =

$$a = a$$

- for length

$$2 = -3a + b \Rightarrow b = 2$$

for Time

$$-2 = -c \Rightarrow c = 2$$

dimension =

$$[gH] = N^2 D^2 = (ND)^2$$

$\therefore$ i.e.

$$\pi_{(gH)} = \frac{gH}{(ND)^2}$$

$$gH = \frac{\Delta P}{\rho}, \quad U = \frac{\pi DN}{60}$$

$$U \propto DN$$

$$\pi_1 \propto \frac{gH}{U^2} \propto \frac{\Delta P}{\rho U^2}$$

$$\psi = \frac{gH}{U^2} = \text{Loading coefficient}$$

$$\psi' = \frac{\Delta P}{\rho U^2} \quad \text{Pressure coefficient}$$

مثلا حذف مقدمة =

$\pi_1 \propto \varphi \propto \varphi'$

ولكن

$\pi_1 \neq \varphi \neq \varphi'$

وجهة النظر التي تقول أنه يمكن أن نستنتج أكثر أعداد لا بعدية من عدد ولا

---

② Discharge Coefficient

$$\varphi \; [=] \; \rho^a D^b N^c$$

$$[T^{-1}] \; [=] \; [ML^{-3}]^a [L^b] [T^{-1}]^c$$

Mass $\quad a = 0$

length $\quad 3 = -3a + b \Rightarrow b = 3$

Time $\Rightarrow -c = -1 \Rightarrow c = 1$

$$\varphi [=] \; N D^3$$

$$\pi_2 = \frac{\varphi}{N D^3}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi = C_x \times \text{Area} \\ \varphi = C_x A = C_x \frac{\pi D^2}{4} \\ \varphi \propto C_x D^2 \end{array} \right.$$

$$(N D^3) = (N D) b^2 \propto \varphi \times D^2$$

$$\pi_2 \propto \frac{C_x D^2}{4 D^2} = \frac{C_x}{4} \Rightarrow \text{flow coefficient} = \phi$$

(3) Power coefficient

$$P[=] = \rho^a D^b N^c$$

$$ML^2T^{-3}[=] \; [\eta L^{-3}]^a [L]^b [T^{-1}]^c$$

$$P = [W] \equiv \frac{J}{s} \equiv \frac{N \cdot m}{s} = kg\,\frac{m}{s^2}\,\frac{m}{s} \equiv \frac{kg\,m^2}{s^3}$$

$$a = 1$$

$$-3a + b = 2 \Rightarrow b = 5$$

$$-c = -3 \Rightarrow c = 3$$

$$P[=] \; \rho D^5 N^3$$

$$\Pi_3 = \frac{P}{\rho N^3 D^5} = \frac{\rho g H Q}{\rho (ND)^2 ND^3}$$

Π_1 Π_2

$$\Pi_3 = \Pi_1 \times \Pi_2$$

4- Reynolds Numbers (μ)

$$\mu[=] = \rho^a D^b N^c$$

$$ML^{-1}T^{-1}[=] \; [ML^{-3}]^a [L]^5 [T^{-1}]^c$$

$$a = 1, \; b = 2, \; c = 1$$

$$N[=] \quad \rho D^2 N$$

$$\pi_4 = \frac{\rho N D^2}{\mu} = \frac{\rho (ND) D}{\mu}$$

$$\begin{cases} ND \propto u \\ D \propto L \end{cases} \Big/ \quad \pi_4 = \frac{\rho u L}{\mu} = \frac{uL}{\nu}$$

(5) Specific Speed $= [N_{sp}]$

وكذلك يسمى "shape parameter" نستخدمه لتوضيح شكل العجلة للوصول إلى أعلى كفاءة. $[N_{sp}]$.

وعندها تكون أعلى كفاءة ممكنة للعجلة.

بمعنى آخر توضح أنها عجلة تختارها بالعمل عند ظروف معينة تعطي أعلى كفاءة.

for Pump =

$$\pi_5 = \frac{\pi_2^{1/2}}{\pi_1^{3/4}} = \frac{N\sqrt{Q}}{(gH)^{3/4}} \propto \frac{\phi^{1/2}}{\psi^{3/4}}$$

* π_1 = Head coefficient
* π_2 = Discharge coefficient

$$\pi_5 \propto \frac{N\sqrt{Q}}{H^{(3/4)}}$$

$$N_{Sp} = \frac{N\sqrt{Q}}{gH^{(3/4)}}$$

$$N_{Sp} = \frac{N\sqrt{Q}}{H^{3/4}}$$

(*) هي سرعة المحدة التي تنتج كمية تدفق ($1 M^3/s$) وذلك عند Head = $1 M$.

- For Turbine

$$\pi_6 = \frac{\pi_3^{1/2}}{\pi_1^{5/4}} = \frac{N\sqrt{P/\rho}}{\sqrt{\rho}(gH)^{5/4}} \propto \frac{N\sqrt{P}}{H^{5/4}}$$

$$N_{S,T} = \frac{N\sqrt{P}}{H^{5/4}}$$ dimensional

$$N_{ST} = \frac{N\sqrt{P/\rho}}{(gH)^{5/4}}$$ dimensionless.

هي سرعة المحدة التي تنتج قدرة مقدارها ($1 W$) عند Head = ($1 M$)

مثال توضيحي للعلم (Nsp) Specific Speed

فلو عندي Pump تعطيني تدفقه وعلو معين وأنا أحتاج إلى تدفقة وعلو (Head) أعلى ولكن بنفس الكفاءة فإنني في هذه الحالة أغير التدفقة والعلو الجديد بحيث أحافظ على نفس (Ns) . لكي أحافظ على نفس الكفاءة ويتم ذلك بتغيير "N" بشكل يتناسب مع تغيير التدفقة والعلو .

* Compressible flow Machines ($\rho \neq cte$)

الكثافة تتغير بتغير الضغط وبالتالي يتم تغير واضافة متغيرات أخرى.

① $Q \longrightarrow \dot{m} = \rho Q$ باستدال

لأنه ρ متغير.

② $gH \longrightarrow \Delta P$ or $\frac{P_{01}}{P_{02}}$

لأنه الكثافة متغيرة. فأصبح "H = Head" ليس معبر عن الضغط. لأنه الكثافة متغيرة. فأصبح الأصح أنه نقول "ΔP" or $\left(\frac{P_{01}}{P_{02}}\right)$

③ γ (specific heat ratio) على حسب نوع الغاز

④ $a = \sqrt{\gamma r T}$ (elasticity of gas) Sonic Speed

"Mach" لأنها تحدد لنا "Number"

. Dependent variables = { Pressur ratio $\left(\frac{P_{01}}{P_{02}}\right)$, Power "P", efficiency "η" }

Independent variables =

- Rotor Speed N
- Rotor Diameter (D)
- Mass flow ratio ($\dot{M}$)
- Density (ρ)
- viscosity "μ"
- specific heat ration "γ"
- acoustic Speed "a"
- charateristic length $\left(\frac{s}{c}, \frac{h}{c}\right)$

+ المتغيرات التي ليس لها وحدات =

$\frac{P_{01}}{P_{02}}$, λ, γ, $\frac{s}{c}$, $\frac{h}{c}$

المتبعثر =

1. a - Speed Parameters
2. $\dot{M}$ - Mass flow Parametes
3. P - Power coefficient
4. N — Reynolds Numbers

① Speed Parameter = (Sonic Speed)

$$a_0 \; [=] \; \rho^a D^b N^c$$

$$L T^{-1} = [M L^{-3}]^a [L]^b [T^{-1}]^c$$

$$\left.\begin{array}{l} a = 0 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow \pi_1 = \frac{ND}{a_0} \propto \frac{U}{a_0}$$

السرعة الخطية

M_{a1} = Mach number

$$a_0 = \sqrt{\gamma r T_0}$$

$\frac{U}{C_s}$ = Blade T_0 isentropic gas Speed ratio.

ملاحظة: إذا كانت عندنا نفس الجهة (أي $\gamma_1 = \gamma_2$) ونفس الغاز ($r_1 = r_2$) فإن:

$$\pi_2 \propto \frac{ND}{\sqrt{\gamma r T_0}} \propto \frac{Nl}{\sqrt{T_0}}$$

2- Mass - coefficient =

$$\dot{M} [=] \rho_0^a D^b N^c$$

$$M T^{-1} [=] [ML^{-3}] [L]^b [T^{-1}]^c$$

$$a = 1$$
$$b = 3$$
$$c = 1$$

$$\boxed{P_0 = \rho_0 r T}$$

$$\dot{M} = \rho_0 D^3 N$$

$$\Pi_3 = \frac{\dot{M}}{\rho N D^3} = \frac{\dot{M} r T_0}{P_0 (ND) D^2} =$$

$$= \frac{\dot{M} \sqrt{r T_0}}{P_0 D^2} \cdot \frac{\sqrt{r T_0}}{ND} \cdot \frac{\sqrt{\gamma}}{\sqrt{\gamma}}$$

$$\Pi_3 = \left(\frac{\dot{M} \sqrt{r T_0}}{P_0 D^2} \right) \left(\frac{a_0}{ND} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{\gamma}}$$

$\left(\frac{a_0}{ND} \right) \rightarrow \Pi_1$

يمكن أن يكون عكوس

$$\Pi_4 = \frac{\dot{M} \sqrt{r T_0}}{P_0 D^2}$$

من أجل ضغط العادم و ضغط الدخول =

$$\Pi_4 \propto \frac{\dot{M} \sqrt{T_0}}{P_0}$$

$$\dot{M} = \rho_0 \cdot C_x \cdot A \propto \rho_0 \times C_x \times D^2$$

$$\propto \frac{P_0}{RT_0} \cdot C_x \cdot D^2$$

$$\Pi_4 \propto \frac{P_0 \cdot C_x \cdot D^2}{R \cdot T_0 \cdot P_0} \cdot \sqrt{T_0} \cdot \frac{\sqrt{\gamma}}{\sqrt{\gamma}}$$

$$\Pi_4 = \propto \frac{C_x \times D^2}{\sqrt{R}} \times \frac{\sqrt{\gamma}}{\sqrt{\gamma R T_0}}$$

$$\Pi_4 \propto \frac{C_x}{a_0} \cdot \sqrt{\gamma} \cdot \frac{D^2}{\sqrt{R}}$$

من أجل نفس الهندسة و نفس الغاز =

$$\Pi_4 \propto \frac{C_x}{a_0}$$

$$M_{x_0} = \frac{C_x}{a_0} = \text{flow Mach number}$$

$$M = \frac{U}{a_0} = \frac{\text{سرعة الجسم}}{\text{سرعة الصوت}} = \text{Mach Number}$$

$$\phi = \frac{M_{x_0}}{M} = \frac{C_x}{U} = \text{flow coefficient}.$$

3- Power Coefficient = "in compressible" بنفس أسلوب

$$\Pi_5 = \frac{P}{\rho_0 \omega^3 D^5}$$

$$P = \dot{m}\, \Delta W \longrightarrow \text{Specific work}$$

$$\Pi = \frac{\dot{m}\, \Delta W}{\rho N^3 D^5} = \frac{\dot{m}}{\rho_0 N D^3} \cdot \frac{\Delta W}{(ND)^2}$$

(Π_3)

$$\Pi_6 = \frac{\Delta W}{(ND)^2} \text{ or } \frac{\Delta W}{U^2}$$

$$\psi = \frac{\Delta W}{U^2} = \text{Loading coefficient.}$$

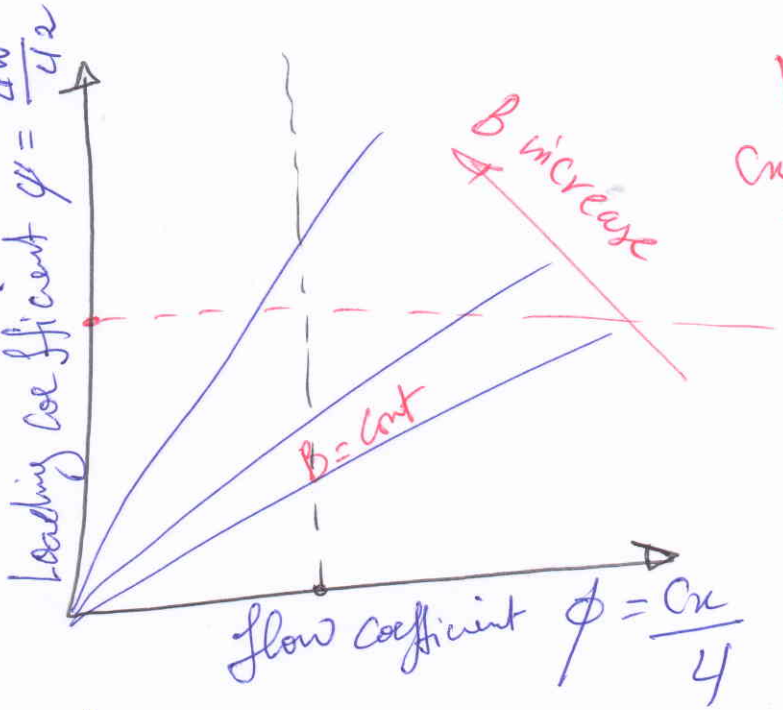
4) Reynolds Number =

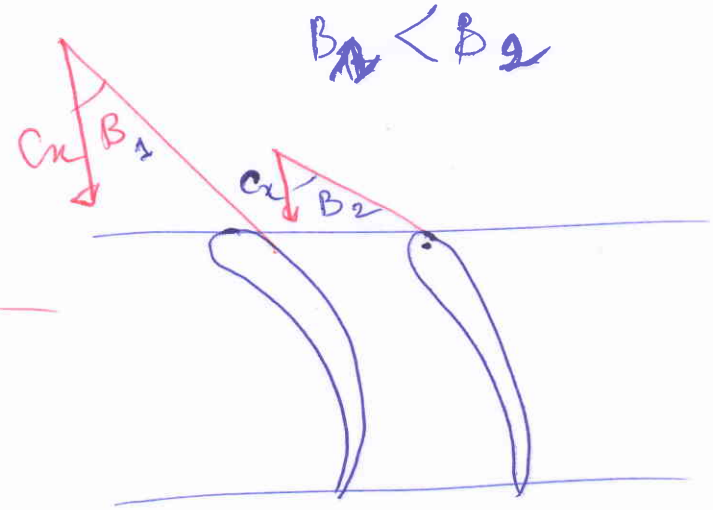
$$Re = \frac{\rho_0 U L}{\mu}$$

لقياس أسلوب المواقع الغير قابلة للإنضغاط.

⊛ Performance of Turbine & Compressor =

a) variation of Loading coefficient with flow coeff for Turbine =



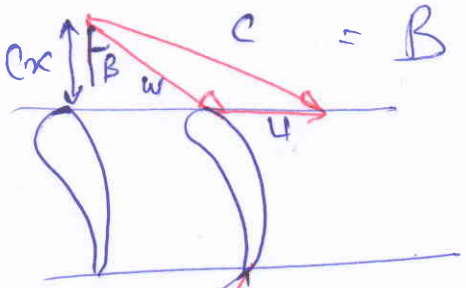


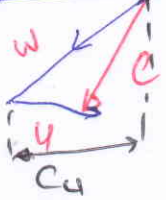
* توضيح :

- واضح من الشكل عند ثبات ϕ . كلما زاد B زاد الشغل المبذول ، وذلك نتيجة زيادة تقوس الريشة وذلك لتغير كمية التحرك بالزيادة .

- عند ثبات ψ تقل ϕ مع زيادة (B) لأنه زيادة تقوس الريشة تقلل من قيمة C_x المسؤولة عن التدفق و لأن الماتع يصعب دخوله على الريشة .

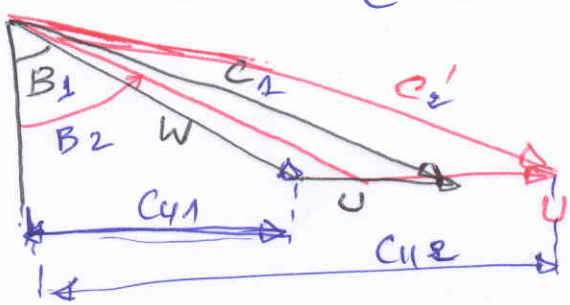
الحالة الأولى = ثبات C_x مع زيادة B



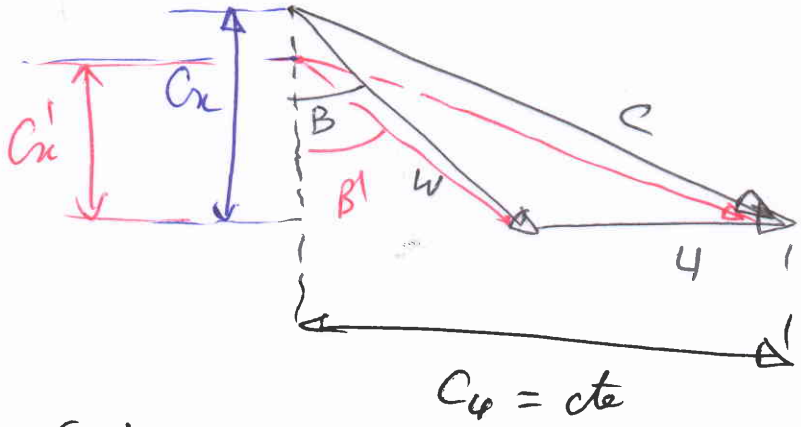


$$\left\{ \begin{array}{l} \psi = \frac{\Delta W}{U_2} \rightarrow C_u \\ \phi = \frac{C_x}{U} \rightarrow C_x \end{array} \right.$$

من الشكل نستنتج أنه $C_{u_2} > C_{u_1}$



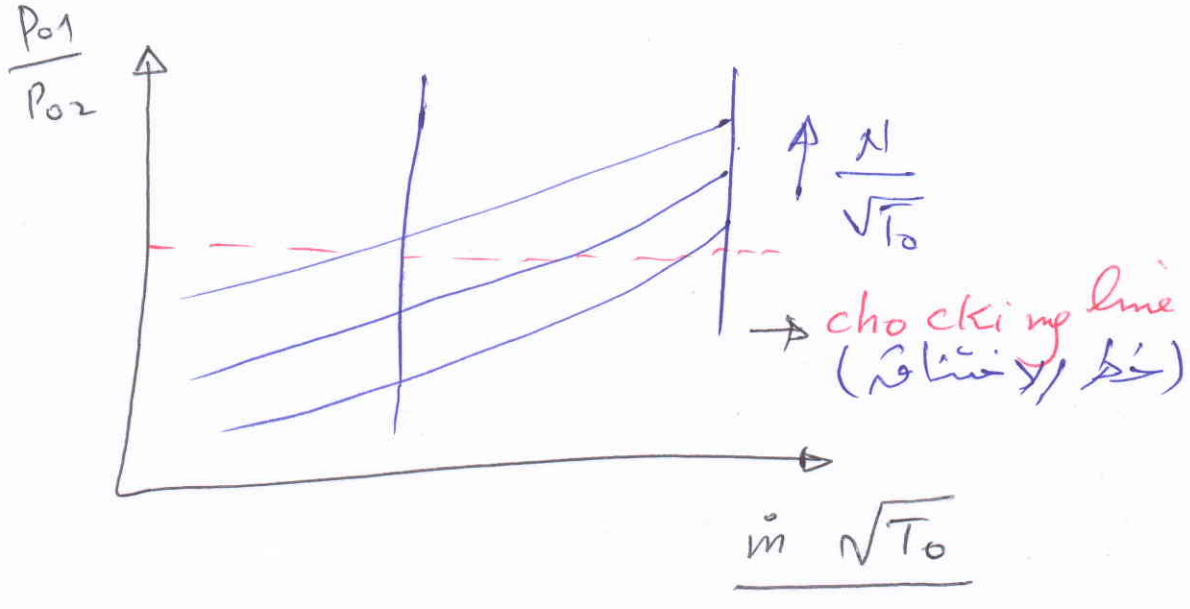
الحالة الثانية = نبات β مع زيادة



نلاحظ C_x أقل وبالتالي يقل التدفق .

---

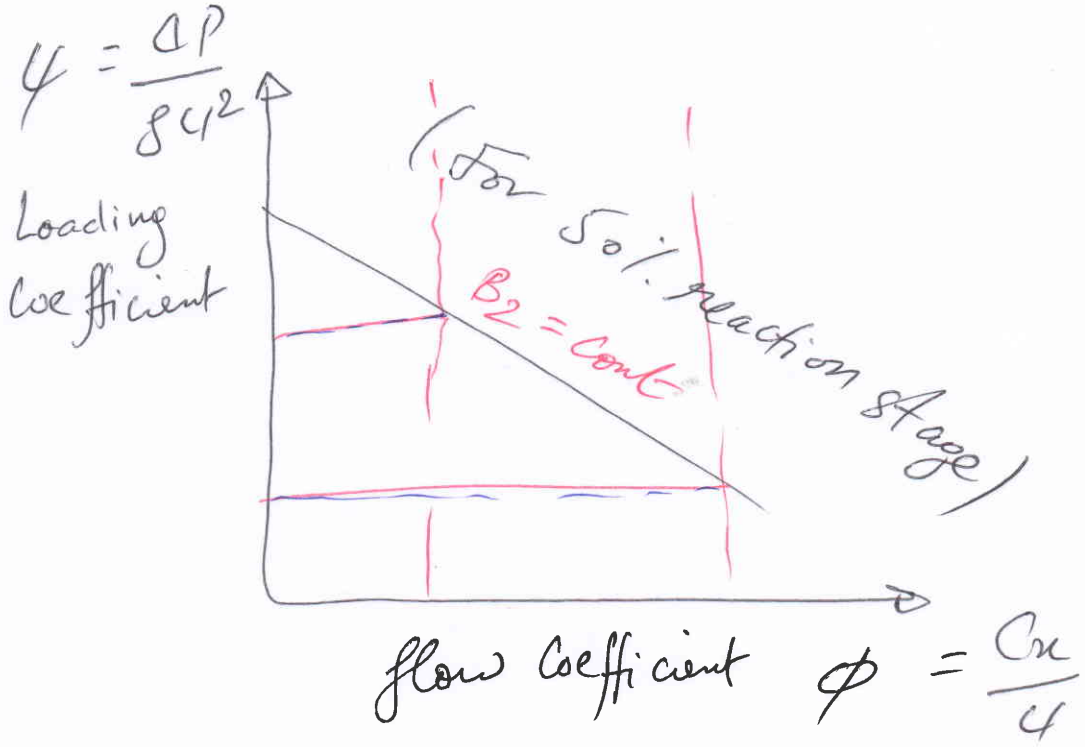
*Turbine Peformance



عند نبات $\left(\frac{P_{01}}{P_0}\right)^2$ كلما زادت $(\dot{m})$ عند قيمة معينة للتوربينة تنتشر حالة التدفق ما حدوث حالة اختناقه وذلك لأنه لا يوجد مساحة لتسيعات من يد من التدفق فيكونه الحل =

+ ① زيادة سرعة التربينة
+ ② أو تقليل معدل التدفق .

* Variation of Pressure Coeff with Flow Coeff for Compressor



لاحظ عند ثبات (B_2) - كلما زاد (ϕ) أي زاد الدفق تقل الـ (P_{cr}) فيقل (ΔP) وهو الضغط الخارج من الضاغط

بالتوفيق

لا يمكن إيجاد حلول فعالة إلا بالفهم الصحيح لأسبابها ...