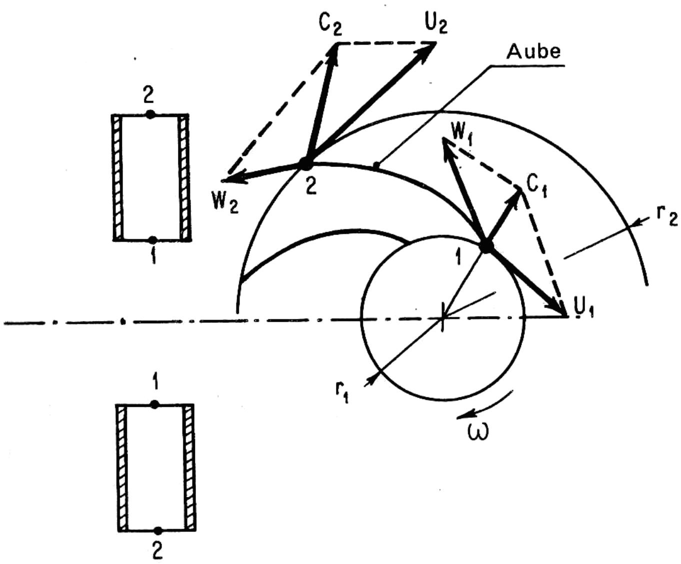
Fiche de TD N°2

EXERCICE N°1



Une pompe centrifuge possède les caractéristiques suivantes :

La vitesse de rotation n= 1500 tr/mn

Entrée de la roue en 1 :

- Le rayon $r_1 = 0,1$ m

- vitesse absolue $C_1 = 4$ m/s, dirigée suivant le rayon;

Sortie de la roue en 2

Le rayon $r_2 = 0,2$ m

La vitesse relative $w_2=8$ m/s dirigée suivant l'angle $\beta_2 = 30°$

($\rho=1000$ kg/m^3)

Calculer :

- les vitesses d'entraînements U_1 et U_2
- la vitesse relative à l'entrée du canal
- la vitesse projetée C_{2U}
- la vitesse absolue C_2 et l'angle α_2
- le travail théorique de la pompe
- la variation de la pression (p_2-p_1)

Exercice N°2

Soit une pompe d'épuisement de mine refoule 80 l/s d'eau de l'altitude -700 m (fond de la mine) au niveau du sol (altitude zéro). Les pertes de charge dans les conduites sont évaluées à J/g = 40 m, la vitesse de refoulement est C = 4 m/s

La vitesse au fond de la mine est négligeable

Déterminer

1- la hauteur nette
2- la hauteur manométrique
3- le travail théorique de la pompe
4- la puissance de cette pompe

Solution Fiche de TD N°2

EXERCICE N°1

Entrée de la roue en 1 :

vitesse circonférentielle (d'entraînement) U_1

$$U_1 = \omega \times r_1$$

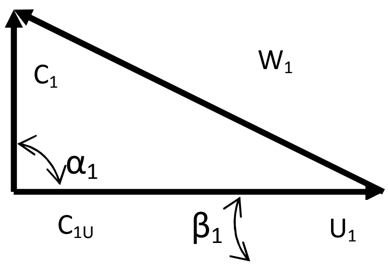
avec $\omega = \dfrac{2\pi n}{60}$

U1=15,7 m/s

Traçons le parallélogramme des vitesses, ou encore le triangle des vitesses; C_1 est perpendiculaire à U_1, donc $\alpha_1 = 90°$ et $C_{1U} = 0$.

Nous calculons la vitesse relative w_1 :

$$w_1^2 = u_1^2 + c_1^2 - 2u_1c_1\cos\alpha_1$$



La vitesse relative W_2

w_1=16,2 m/s.

Sortie de la roue en 2

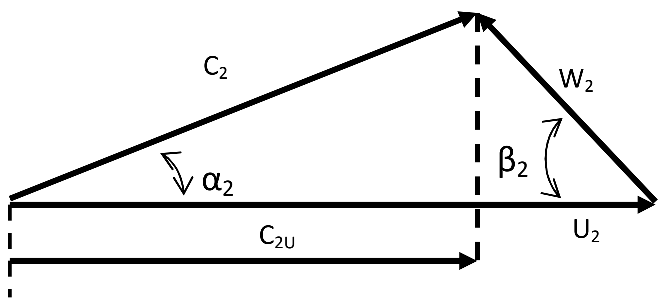
vitesse circonférentielle (d'entraînement)

$$U_2 = \omega \times r_2$$

Vitesse circonférentielle U_2= 31, 4 m/s.

la vitesse projetée C_{2U}

$$\cos\beta_2 = \frac{u_2 - C_{U2}}{w_2}$$



$$c_{2u} = u_2 - w_2\cos\beta_2$$

$$c_{2u} = 24{,}5\, m/s$$

et $c_2 = 24{,}8\, m/s$

Le travail théorique de la pompe

$$W_{12} = \left(u_2 c_{2u} - u_1 c_{1u}\right)$$

Avec

$$c_{1u} = 0$$

$$W_{12} = u_2 c_{2u}$$

$$W_{12} = 770\, J/kg$$

La variation de la pression P2-P1= 46,8 N/cm^2

Exercice N°2

La hauteur nette

$$H_n = H_g + \frac{J}{g} = 700 + 40 = 740\, m$$

La hauteur manométrique

$$H_h = \frac{W_{12}}{g} = \frac{P_2 - P_1}{g\rho} + \frac{1}{g2}\left(C_2^2 - C_1^2\right) + H_n$$

La pression P_1 =P_2=pression atmosphérique

$$H_h = 741{,}8\, m$$

Le travail utile $W_{12} = 7{,}28\, kJ/kg$

la puissance de cette pompe

$$P = W_{12} \times Q_m$$

$$P = 570\, kW$$

Fiche de TD N°6

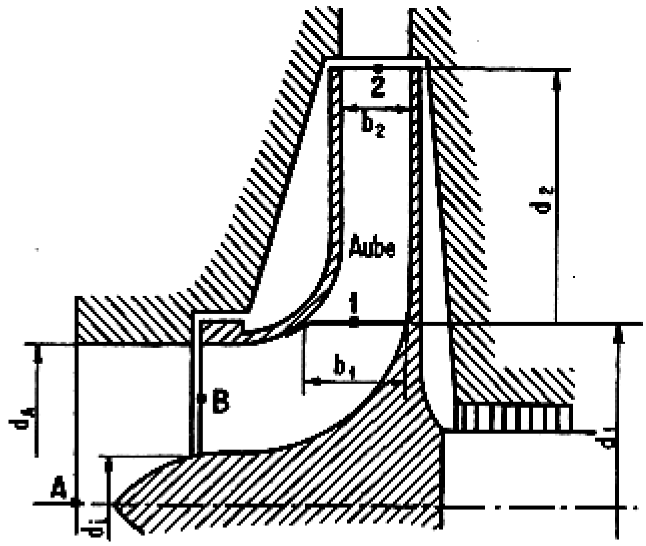
Exercice N°1

Une pompe centrifuge possède les caractéristiques suivantes
Hauteur manometrique H_h=18 mètre, n=3000 tr/min, q_v =8 l/s.
On donne :
à l'entrée de la pompe d_A=7cm
à l'entrée de la roue d_i=2,4 cm
à l'entrée de l'aube d_1=7,4 cm ; C_1=3 m/s
à la sortie de la roue d_2=14 cm et C_{2r}=3 m/s
Le rendement volumétrique et hydraulique sont respectivement

η_v=0,94 η_h=0,75

On demande de déterminer :

1- la vitesse C_A à l'entrée de la pompe
2- la section de passage de l'eau au point B, le débit qui traverse cette section et la vitesse C_B
3- la largeur de l'aube b_1 au point 1, la vitesse d'entraînement U_1, la vitesse relative w_1 et l'angle β_1
4- la vitesse projetée C_{U2}, la vitesse absolu C_2, la vitesse relative w_2, l'angle β_2 et la largeur de l'aube b_2 au point 2
5- le nombre d'aubes de cette pompe



Solution fiche de TD N°6

Solution de l'exercice N°1

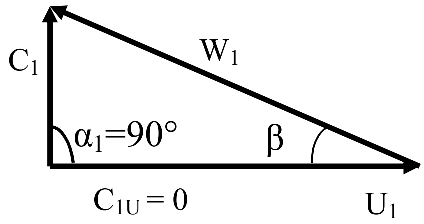
La section S_A= 3850 mm^2

La vitesse C_A=2,07 m/s

La section S_B= 3400 mm^2

Le débit qv'=8,5 l/s

La vitesse C_B=2,5 m/s



La largeur b_1

b_1=12 mm

La vitesse d'entrainement U_1

U_1=11,6 m/s

La vitesse relative

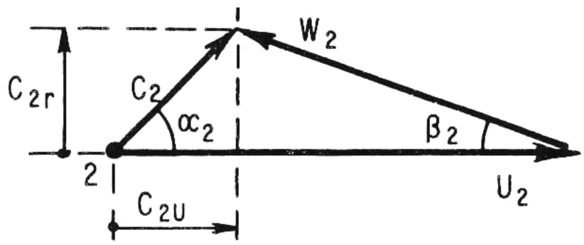
w_1=12 m/s

L'angle β_1=14,3°

La largeur b2=6,4 mm

La vitesse d'entrainement U_2

U_2=22 m/s



Le travail de la roue

W=235 J/kg

La vitesse projetée C_{2U}

C_{2U}=10,7 m/s

La vitesse relative w_2

w_2=11,7 m/s

La vitesse C_2=11,1 m/s

L'angle α_2=15°

L'angle β_2=14,3°

Le nombre d'aubes Z=5 aubes

Fiche de TD N°3

Exercice N°1

Une pompe à tester est raccordée sur une installation et entraînée par un moteur électrique de rendement connu η_{eff}

On a les données suivantes :

Hg = 80 m	Qv = 20 l/s	$P_1=P_4=$ 101300 N/m^2	ρ=1000 kg/m^3	
C_4 = 5m/s	C_1=0	J_a/g = 0.8 m	J_r/g=12m	g = 9.81 m/s^2
$\eta_h = 0{,}8$;	$\eta_v = 0{,}95$;	$\eta_m = 0{,}95$		

1- Déterminer les paramètres caractéristiques de l'installation (le travail utile W_h, la hauteur manométrique H_h, la puissance utile reçue par le fluide P_u, la puissance du moteur à installer ou puissance effective P_{eff})

Exercice N°2

Considérons une roue de turbine à vapeur. A l'entrée des aubes, point 1

les données sont les suivantes :

u = 160 m/s

vitesse circonférentielle

u = 160 m/s

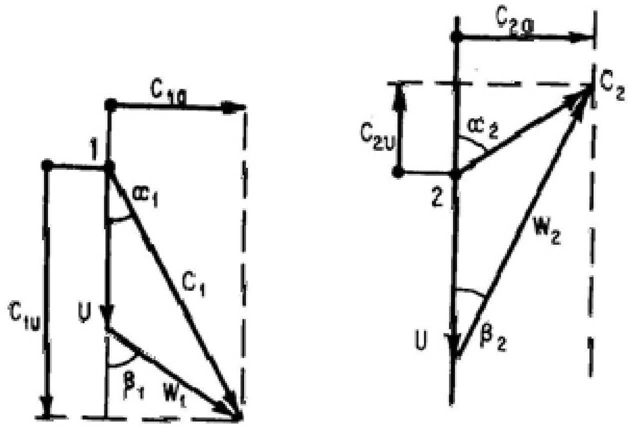
vitesse absolue C_1 = 270 m/s

angle :α_1= 30°.

A la sortie de la roue, point 2, on donne :

vitesse relative w_2= 270 m/s

angle : β_2= 30°.



Calculer :

- la vitesse relative à l'entrée des aubes
- les vitesses projetées (C_{1U}, C_{2U}, C_{1a}, C_{2a})
- le travail de la turbine

Solution Fiche de TD N°3

Solution de l'exercice N°1

Nous avons la relation :

$$W_h = g.H_m = \frac{P_4 - P_1}{\rho} + \frac{1}{2} \times \left(C_4^2 - C_1^2\right) + g\left(Z_4 - Z_1\right) + J_a + J_r$$

Perte de charge dans la conduite d'aspiration

$$J_a = 9{,}81 \times 0{,}8 = 7{,}848 \text{ J/kg}$$

Perte de charge dans la conduite de refoulement

$$J_r = 9{,}81 \times 12 = 117{,}72 \text{ J/kg}$$

Nous avons

$$\frac{P_4 - P_1}{\rho} = 0$$

L'énergie potentielle due à l'altitude

$$g\left(Z_4 - Z_1\right) = 9{,}81 \times 80 = 784{,}8 \text{ J/kg}$$

L'énergie cinétique

$$\frac{1}{2} \times \left(C_4^2 - C_1^2\right) = \frac{1}{2} C_4^2 = \frac{1}{2} 5^2 = 12{,}5 \; J/kg$$

Le travail utile W_h

$$W_h = 922{,}868 \text{ J/kg}$$

hauteur manometrique H_h

$$H_m = 94{,}074 \, m$$

la puissance utile reçue par le fluide P_u

$$P_u = \rho g H_m q_v$$

$$P_u = 1000 \times 9{,}81 \times 94{,}074 \times 20 \times 10^{-3} = 18457{,}36 \text{ W}$$

La puissance du moteur à installer ou puissance effective P_{eff}

$$P_{eff} = \frac{P_u}{\eta_{eff}} \quad \text{et} \quad \eta_{eff} = \eta_h \times \eta_v \times \eta_m$$

$$\eta_{eff} = 0{,}8 \times 0{,}95 \times 0{,}95 = 0{,}722$$

$$P_{eff} = \frac{P_u}{\eta_{eff}} = \frac{18457{,}36}{0{,}722} = 25564{,}21 \text{ W}$$

$$P_{eff} = 25{,}56 \text{ kW}$$

Solution de l'exercice N°2

La construction du triangle nous permet de calculé la vitesse relative

$$w_1^2 = u_1^2 + c_1^2 - 2u_1c_1\cos\alpha_1$$

$$w_1^2 = 160^2 + 270^2 - 2\times160\times270\times\cos 30$$

w_1 = 153,86 m/s.

la vitesse projetées C_{1U}

$$C_{1U} = C_1\cos\alpha_1 = 160\times\cos 30 = 138{,}56 \text{ m/s}$$

la vitesse projetées C_{1a}

$$C_{1a} = C_1\sin\alpha_1 = 160\times\sin 30 = 80\,\text{m/s}$$

la vitesse projetées C_{2U}

$$-w_2\cos\beta_2 + U_2 = C_{2U} = -270\times\cos 30 + 160 = -73{,}823\text{m/s}$$

$$C_{2U} = -73{,}823 \text{ m/s}$$

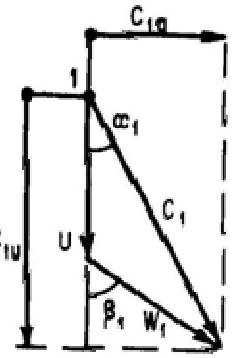
(Le signe moins de C_{2U} indique que la vitesse projetée est bien dirigée vers le haut)

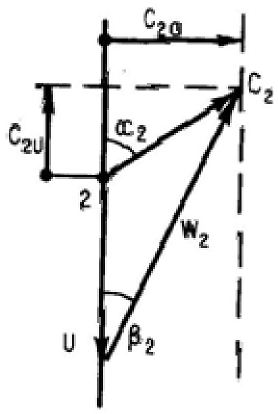
la vitesse projetées C_{2a}

$$C_{2a} = w_2\sin\beta_2 = 270\times\sin 30 = 135\,\text{m/s}$$

- le travail de la turbine

$$W_{12} = U(C_{2U} - C_{1U}) = 160\times(-73{,}823 - 138{,}56) = \text{-33981,28 J/kg}$$





td(4)-ex(4)
(Pompe centrifuge)

Enoncé

Une pompe centrifuge débite 1,44 m^3 par minute sous une hauteur manométrique de 27 m avec un rendement manométrique de 75% .On admet que la perte interne vaut cinq fois l'énergie cinétique de l'eau dans son mouvement relatif à la sortie de la roue. Le diamètre de celle-ci est D_2 = 0,20 m et la section utile à la sortie S_2 = 0,2 D_2^2 . Calculer l'angle β_2 de sortie et la vitesse de rotation (fig.1). On admettra que l'eau entre radialement dans la roue.

td(4)-ex(4)
(Solution)

Enoncé
Une pompe centrifuge débite 1,44 m^3 par minute sous une hauteur manométrique de 27 m avec un rendement manométrique de 75% .On admet que la perte interne vaut cinq fois l'énergie cinétique de l'eau dans son mouvement relatif à la sortie de la roue. Le diamètre de celle-ci est D_2 = 0,20 m et la section utile à la sortie S_2 = 0,2 D_2^2 . Calculer l'angle β_2 de sortie et la vitesse de rotation (fig.1). On admettra que l'eau entre radialement dans la roue.

Solution

Affectation des indices $\begin{cases} 1 : entrée \\ 2 : sortie \end{cases}$

$\begin{cases} \alpha = (\vec{u}, \vec{c}) \\ \beta = (\vec{u}, \vec{w}) \end{cases}$

(α_2, β_2) → en **2** (sortie du rotor de la pompe centrifuge)

$H_e = H_n + \sum h_p$

H_e : La hauteur d'Euler (ou théorique)
H_n : La hauteur manométrique (ou nette)
$\sum h_p$: La somme des pertes internes de la pompe centrifuge

$\eta_n = \frac{H_e - \sum h_p}{H_e} = \frac{H_n}{H_e}$: Le rendement manométrique (ou net) de la pompe centrifuge

$H_e = \frac{H_n}{\eta_n}$

$\sum h_p = H_e - H_n = (1 - \eta_n) H_e = \frac{1-\eta_n}{\eta_n} H_n$

• Application :

$H_e = \frac{27}{0,75} = 36$ m

$\sum h_p = \frac{0,25}{0,75} = 9$ m

$\frac{w_2^2}{2g} = 1,80$ → $w_2 = 6$ m

$c_{r_2} = \frac{q_v}{S_2} = \frac{(1440)(10^{-3})}{(60)(0,2)(0,2)^2} = 3\ m.s^{-1}$

$\frac{c_{r_2}}{w_2} = \sin\beta_2 = \frac{1}{2}$ → $\beta_2 = 30°$ (= $\frac{\pi}{6}$) → Aubes dirigées vers l'avant. (Figure.1).

$u_2 = \omega_2 r_2 = 2\pi N r_2 = \pi D_2$

N = $\frac{u_2}{\pi D_2} = \frac{u_2}{\pi D_2}.60\ (t_r.mn^{-1})$

Le calcul de u_2 s'effectue au moyen de la formule d'Euler :

$H_e = \frac{u_2 c_{u_2}}{g} = \frac{H_n}{\eta_n} = 36$ m

$c_{u_2} = u_2 + w_2 \cos \beta_2$

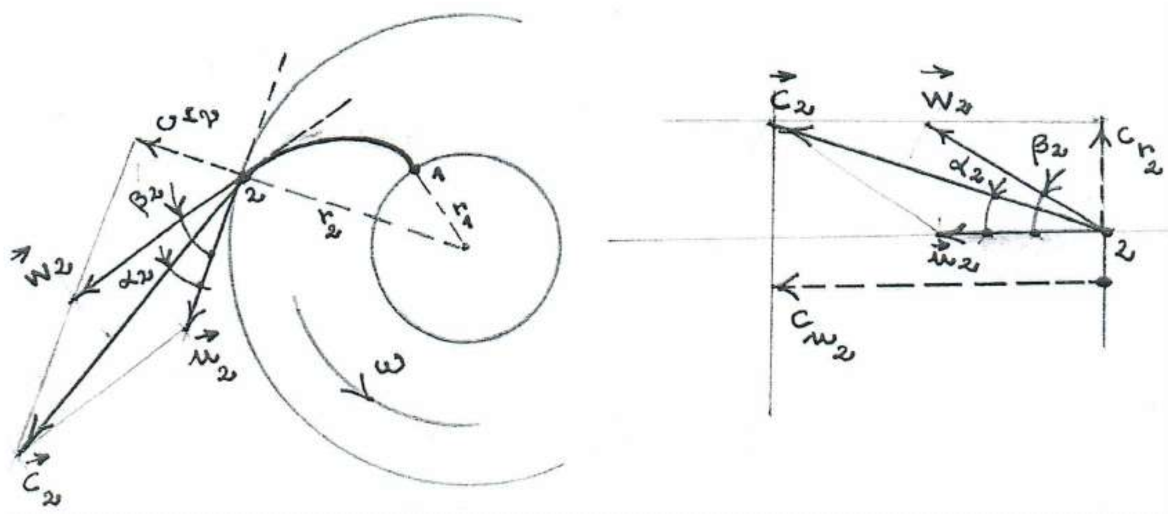
$u_2^2 + u_2 w_2 \cos \beta_2 - 360 = 0$

$\begin{cases} u_{21} = 16{,}5 \; m.s^{-1} \\ u_{22} = -21{,}7 \; m.s^{-1} \end{cases} \rightarrow \; u_{21} = 16{,}5 \; m.s^{-1}$, est à retenir, les aubes étant dirigées vers l'avant.

D'où : $u_2 = 16{,}5 \; m.s^{-1} \;\Rightarrow\;$ N $\cong 1576 \; tr.mn^{-1}$

En effet,

N = $\frac{u_2}{\pi D_2} = \frac{u_2}{\pi D_2}.60 \; (t_r.mn^{-1}) = \frac{16.5}{\pi \times 0.20}.60(t_r.mn^{-1})$ =1576.433$(t_r.mn^{-1}) \cong 1576 \; tr.mn^{-1}$



A la sortie de la pompe centrifuge, en **2** $\begin{cases} \alpha_2 = (\vec{u}_2, \vec{c}_2) \\ \beta_2 = (\vec{u}_2, \vec{w}_2) \end{cases}$

Figure.1. Triangle de vitesse en **2,** sortie de la pompe centrifuge (cas des aubes dirigées vers l'avant)

■ Essayez de résoudre le même problème dans le cas où les aubes sont dirigées vers l'arrière.

Fiche de TD N°5

Exercice N°1

Une pompe à eau centrifuge tourne à 1000 tr/min, le rotor de la pompe à les caractéristiques suivantes :

roue	Entrée 1	Sortie 2
Diamètre (mm)	140	300
largeur du canal, b (mm)	20	20
Angle de la lame, β (degré)		30

Rendement mécanique $\eta_m = 0.95$

Rendement volumétrique $\eta_v = 0.92$

Rendement hydraulique $\eta_h = 0.80$

Le débit qui traverse réellement la roue est de 30 l/s

La masse volumique de l'eau $\rho = 1000\ kg/m^3$

1- Déterminer les tringles de vitesses à l'entrée et à la sortie de la roue
2- Calculer le débit volumétrique en sortie de la pompe
3- Le travail utile de la pompe
4- Calculer l'hauteur manométrique H
5- Calculer la puissance utile de la pompe
6- Montrer que : $\frac{P_2 - P_1}{\rho g} = \frac{1}{2g} \times \left(U_2^2 - U_1^2\right) - \frac{1}{2g}\left(w_2^2 - w_1^2\right)$ et calculer l'augmentation de la pression Δp ?

Solution de la fiche de TD N°5

Solution de l'exercice N°1

Tringles de vitesses à l'entrée et à la sortie de la roue ?

Entrée de la roue

N=1000 tr/mn

$$U_1 = \omega \times r_1$$

avec $\omega = \dfrac{2\pi\, n}{60}$

$$U_1 = \frac{2\pi\, n}{60} \times r_1$$

$$U_1 = \frac{2\pi 1000}{60} \times 0{,}07 = 7{,}33\, m/s$$

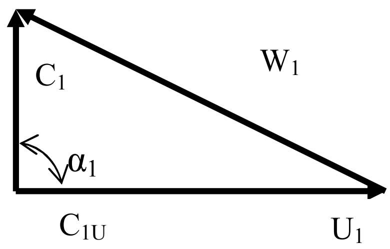
$$Q = C_{1r} \times S_1 = C_{2r} \times S_2$$

$$C_1 = C_{1r} = \frac{Q}{\pi \times b_1 \times d_1}$$

$$C_{1r} = \frac{0{,}03}{\pi \times 0{,}02 \times 0{,}14} = 3{,}41\, m/s$$

$$w_1 = \sqrt{C_1^2 + U_1^2}$$

$$w_1 = \sqrt{3{,}41^2 + 7{,}33^2} = 8{,}1\, m/s$$



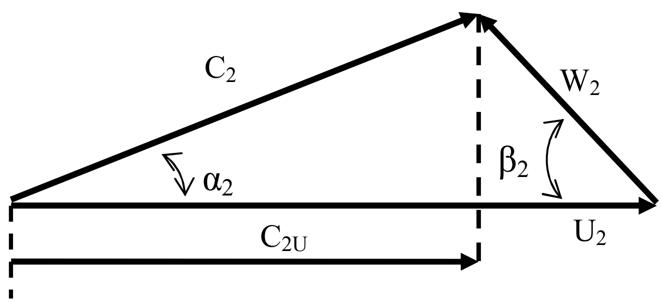
Sortie de la roue

$$U_2 = \frac{2\pi\, n}{60} \times r_2$$

$$U_2 = \frac{2\pi 1000}{60} \times 0{,}15 = 15{,}71\, m/s$$

$$C_{2r} = \frac{Q}{\pi \times b_2 \times d_2}$$

$$C_{2r} = \frac{0{,}03}{\pi \times 0{,}02 \times 0{,}3} = 1{,}59\, m/s$$



$$tg\beta_2 = \frac{C_{2r}}{u_2 - C_{2U}}$$

$$U_2 - C_{2U} = \frac{C_{2r}}{tg\beta_2} = \frac{1,59}{tg30} = 2,75$$

$$U_2 - C_{2U} = 2,75$$

$$C_{2U} = U_2 - 2,75$$

$$C_{2U} = 15,71 - 2,75 = 12,96\,\text{m/s}$$

$$w_2 = \sqrt{C_{2r}^2 + (U_2 - C_{2U})^2}$$

$$w_2 = \sqrt{1,59^2 + (2,75)^2} = 3,17\,m/s$$

$$C_2 = \sqrt{C_{2r}^2 + C_{2U})^2}$$

$$C_2 = \sqrt{1,59^2 + 12,96^2} = 13,05\ \text{m/s}$$

Le débit volumétrique en sortie de la pompe

$$qv = qv' \times \eta_v$$

$$qv = 30 \times 0,92 = 27,6\,\text{l/s}$$

Le travail utile de la pompe

$$W_{12} = (U_2 C_{2u} - U_1 C_{1u}) \quad \text{et} \quad c_{1u} = 0$$

$$W_{12} = U_2 c_{2u}$$

$$W_{12} = 15,71 \times 12,96 = 203,6016\ \text{J/kg}$$

Hauteur manométrique H_h

$$H_m = \frac{W_{12}}{g} = \frac{203,6016}{9,81} = 20,75\,\text{m}$$

Puissance utile de la pompe

$$P_U = W_{12} \times Q_m = W_{12} \times Q_V \times \rho$$

$$P_U = 203{,}6016 \times 27{,}6 \times 10^{-3} \times 1000 = 5619{,}40416 \text{ W}$$

$$P_U = 5{,}619 \text{ kW}$$

Fiche de TD N°7

Exercice N°1

Une pompe centrifuge possède les caractéristiques suivantes

Hauteur manométrique H_h=20 mètre, n=3000 tr/min, q_v =10 l/s.

On donne :

à l'entrée de la pompe d_A=7cm

à l'entrée de la roue d_i=2,5 cm

à l'entrée de l'aube d_1=7,5 cm ; C_1=3,5 m/s

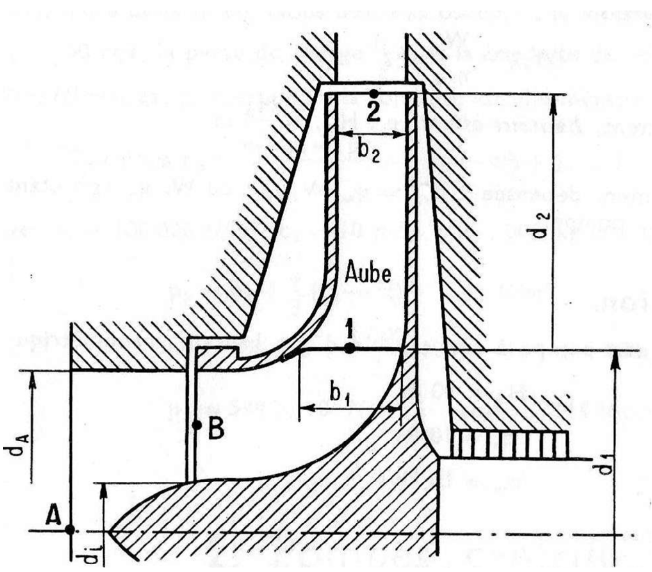
à la sortie de la roue d_2=15 cm et C_{2r}=3,5 m/s

Le rendement volumétrique et hydraulique sont respectivement

η_v=0,94 η_h=0,75

On demande de déterminer :

1- la vitesse C_A à l'entrée de la pompe
2- la section de passage de l'eau au point B, le débit qui traverse cette section et la vitesse C_B
3- la largeur de l'aube b_1 au point 1, la vitesse d'entraînement U_1, la vitesse relative w_1 et l'angle β_1
4- la vitesse projetée C_{U2}, la vitesse absolu C_2, la vitesse relative w_2, l'angle β_2 et la largeur de l'aube b_2 au point 2
5- le nombre d'aubes de cette pompe



Solution de la fiche de TD N°7

Solution de l'exercice N°1

La section de passage S_A à l'entrée de la pompe

$$SA = \frac{\pi \times d_A^2}{4} = \frac{\pi \times (7 \times 10^{-2})^2}{4} = 0{,}003848451000 \text{ m}^2$$

La vitesse C_A à l'entrée de la pompe

$$C_A = \frac{qv}{S_A} = \frac{10^{-3}}{0{,}00384845100} = 2{,}6 \text{m/s}$$

La section de passage S_B à l'entrée de la roue

$$S_B = \frac{\pi \times (d_A^2 - d_i^2)}{4} = \frac{\pi \times [(7 \times 10^{-2})^2 - (2{,}5 \times 10^{-2})^2]}{4} = 0{,}003357577 \text{m}^2$$

Le débit qui traverse la roue

$$\eta_v = \frac{qv}{qv'} \Rightarrow qv' = \frac{qv}{\eta_v} = \frac{10}{0{,}94} = 10{,}638 \text{ m}^3$$

La vitesse C_B à l'entrée de la roue

$$C_B = \frac{qv'}{S_B} = \frac{10{,}638 \times 10^{-3}}{0{,}003357577} = 3{,}168 \text{ m/s}$$

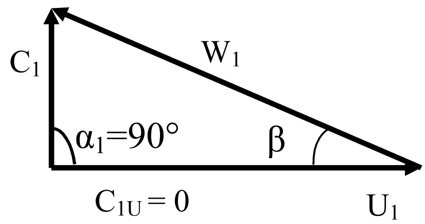
La largeur de l'aube b_1 au point 1

$$qv' = \pi \times d_1 \times b_1 \times C_{1r}$$

Avec $C_{1r} = C_1$

$$b_1 = \frac{qv'}{\pi \times d_1 \times C_1} = \frac{10{,}638 \times 10^{-3}}{\pi \times 7{,}5 \times 10^{-2} \times 3{,}5} = 0{,}01289 \text{m}$$

La vitesse d'entraînement U_1



$$U_1 = \frac{\pi\, n}{60} \times d_1 = \frac{\pi\, 3000}{60} 0{,}075 = 11{,}78 \text{ m/s}$$

La vitesse relative w_1

$$w_1 = \sqrt{C_1^2 + U_1^2}$$

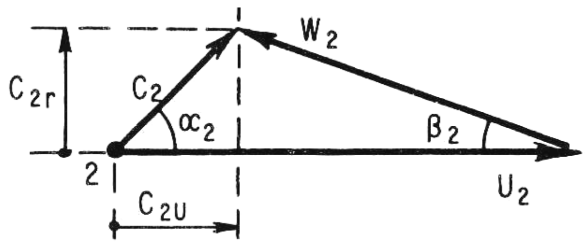
$$w_1 = \sqrt{3{,}5^2 + 11{,}78^2} = 12{,}28\ m/s$$

L'angle β_1

$$tg\beta_1 = \frac{C_1}{U_1} = \frac{3{,}5}{11{,}78} = 0{,}2971$$

$$\beta_1 = 16{,}54°$$

La vitesse projetée C_{2U}



$$W_{12} = U_2 C_{2U} - U_1 C_{1U}$$

$$U_1 C_{1U} = 0$$

$$W_{12} = U_2 C_{2U}$$

La vitesse d'entraînement U_2

$$U_2 = \frac{\pi\, n}{60} \times d_2 = \frac{\pi\, 3000}{60} \times 0{,}15 = 23{,}56 \text{ m/s}$$

$$W_{12} = \frac{W_h}{\eta_h} = \frac{g \times H_m}{\eta_h} = \frac{9{,}81 \times 20}{0{,}75} = 261{,}6 \text{ J/kg}$$

$$C_{2U} = \frac{W_{12}}{U_2} = \frac{261{,}6}{23{,}56} = 11{,}10 \text{ m/s}$$

Largeur de l'aube b_2 au point 2

$$b_2 = \frac{qv'}{\pi \times d_2 \times C_{2r}} = \frac{10{,}638 \times 10^{-3}}{\pi \times 15 \times 10^{-2} \times 3{,}5} = 0{,}00644 \text{ m}$$

La vitesse absolue à la sortie de la roue

$$C_2 = \sqrt{C_{2r}^2 + C_{2U}{}^2}$$

$$C_2 = \sqrt{3{,}5^2 + 11{,}10^2} = 11{,}63 \text{ m/s}$$

La vitesse relative à la sortie de la roue

$$w_2 = \sqrt{C_{2r}^2 + (U_2 - C_{2U})^2}$$

$$w_2 = \sqrt{3{,}5^2 + (23{,}56 - 11{,}1)^2} = 12{,}94 \text{ m/s}$$

L'angle α_2

$$C_{2U} = C_2 \times \cos\alpha_2$$

$$\cos\alpha_2 = \frac{C_{2U}}{C_2} = \frac{11{,}1}{11{,}63} = 0{,}954$$

$$\alpha_2 = 17{,}36°$$

L'angle β_2

$$\sin\beta_2 = \frac{C_{2r}}{w_2} = \frac{3{,}5}{12{,}94} = 0{,}2704$$

$$\beta_2 = 15{,}69°$$

Le nombre d'aubes de la pompe

$$Z \approx 10 \times \pi \times d_2 \quad = 10 \times 3{,}14 \times 0{,}15 = 4{,}71$$

$$Z = 5$$

Fiche de TD N°8

Exercice N°1

Un fluide passe à travers une roue d'une pompe centrifuge de 0,22 m de diamètre extérieur et 0,1 m de diamètre d'entrée. L'impulser (la roue) tourne à 1250 tr / min et l'angle de l'aube de sortie est reculé d'un angle de 22 par rapport à la tangente. En supposant que le fluide pénètre radialement avec une vitesse d'écoulement de 3,5 m /s,

Calculer

Les vitesses d'entrainements U1 et U2

Les vitesses relatives w_1 et w_2

La vitesse projetée C_{2U}

Le travail de la roue et la hauteur manométrique.

Exercice N°2

On suppose que le fluide pénètre avec l'angle α_1= 70° (exercice N°1)

Quels sont les nouveaux paramètres de la pompe

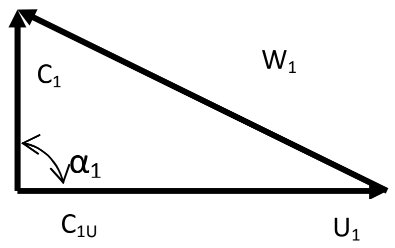
Solution de la fiche de TD N°8

Solution de l'exercice N°1

$W_{12} = U_2 C_{2U} - U_1 C_{1U}$

$U_1 C_{1U} = 0$

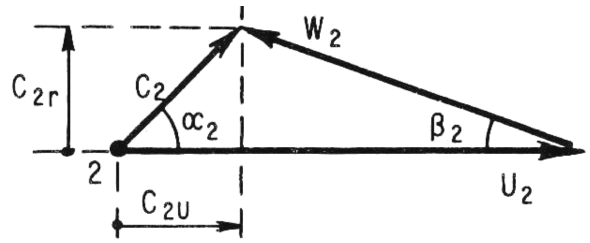
$$W_{12} = U_2 C_{2U}$$



La vitesse d'entraînement U_2

$$U_1 = \frac{\pi n}{60} \times d_1 = \frac{\pi 1250}{60} 0{,}1 = 6{,}54 \text{ m/s}$$

$$U_2 = \frac{\pi n}{60} \times d_2 = \frac{\pi 1250}{60} \times 0{,}22 = 14{,}39 \text{ m/s}$$



$$w_1 = \sqrt{C_1^2 + U_1^2}$$

$$w_1 = \sqrt{3{,}5^2 + 6{,}54^2} = 7{,}42\ m/s$$

$$C_{2U} = U_2 - \frac{C_{2r}}{tg\beta_2} = 14{,}39 - \frac{3{,}5}{tg22} = 5{,}72 \text{ m/s}$$

$$W_{12} = U_2 C_{2U}$$

$$W_{12} = 14{,}39 \times 5{,}72 = 82{,}4 \text{ J/kg}$$

$$H = \frac{W_{12}}{g} = \frac{82{,}4}{9{,}81} = 8{,}40 \text{ m},$$

Fiche de TD N°9

Exercice N°1

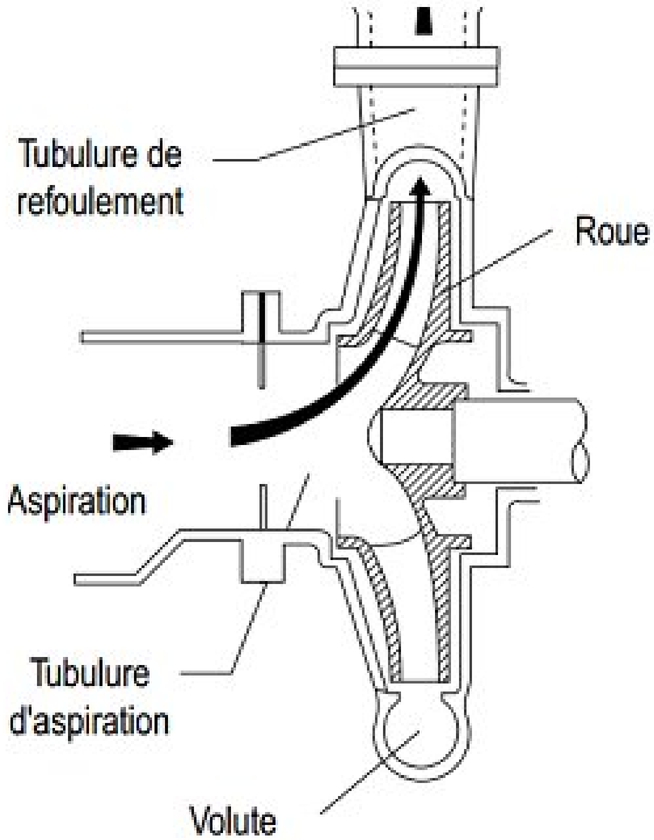
Le rotor d’une pompe centrifuge tourne à 1400 tr /min et l'angle des aubes à la sortie est de 25°. Le rotor a un diamètre extérieur de 0,4 m et un diamètre intérieur de 0,2 m. En supposant l’écoulement est radial et entre avec une vitesse de 2,6 m /s

Calculer

1) l'angle de la vitesse absolue à la sortie de l’écoulement

2) l'angle de l'aube d'entrée,

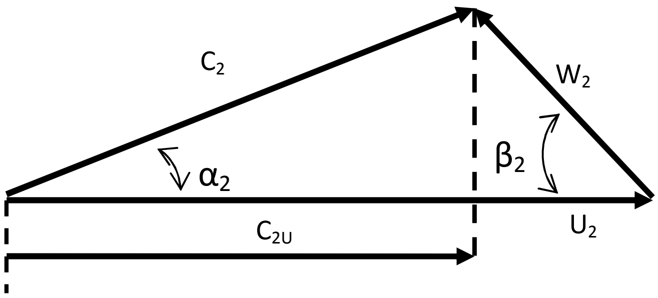
3) le travail effectué par 1kg d'eau



Solution de la fiche de TD N°9

Solution de l'exercice N°1

$$U_2 = \frac{\pi\, n}{60} \times d_2$$



$$U_2 = \frac{\pi 1400}{60} \times 0{,}4 = 29{,}33\ m/s$$

$$C_{2U} = U_2 - \frac{C_{2r}}{tg\beta_2}$$

$$C_{2U} = 29{,}33 - \frac{2{,}6}{tg25} = 23{,}76\ m/s$$

$$tg\alpha_2 = \frac{C_{2r}}{C_{2U}}$$

$$tg\alpha_2 = \frac{2{,}5}{23{,}75} = 01095$$

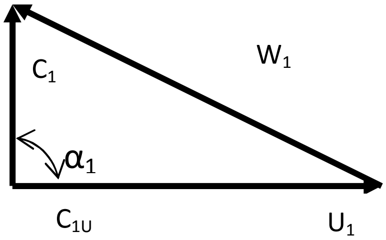
$$\alpha_2 = 6{,}25°$$

$$U_1 = \frac{\pi\, n}{60} \times d_1$$

$$U_1 = \frac{\pi 1400}{60} \times 0{,}2 = 14{,}67\ m/s$$

$$tg\beta_1 = \frac{C_{1r}}{U_1}$$

$$tg\beta_1 = \frac{2,6}{14,67} = 0,177$$



$$\beta_1 = 10,05°$$

$$W_{12} = \left(U_2 C_{2u} - U_1 C_{1u}\right)$$

et

$$c_{1u} = 0$$

$$W_{12} = U_2 C_{2u}$$

$$W_{12} = 29,33 \times 23,76 = 696,8808 \ \text{J/kg}$$

Fiche de TD N°11

EXERCICE N°1

Dans un compresseur à écoulement axial, l'air pénètre dans le compresseur à une pression de de 1 bar et à une température de 300 K. Le rapport de pression du compresseur est de 6. Si le rendement isentropique du compresseur est de 0,75, trouvez le travail de compression et la température finale à la sortie.

C_p = 1,005 KJ/kg. K ; $\gamma = 1.4$

EXERCICE N°2

Un compresseur d'air possède les données suivantes :
La vitesse à l'entrée est négligeable

La vitesse à la sortie C_2=100 m/s.

le taux de compression τ=5, la pression à l' entrée p_1 =10 N/cm^2 et t_1=25°C

Débit massique q_m=40 kg/s.

Le rendement de compression η_h=0,8
Le rendement mécanique η_m=0,95

Déterminer

L'augmentation de l'enthalpie réelle

Le travail utile et effectif de ce compresseur

La puissance effective de ce compresseur

Solution Fiche de TD N°11

Solution de l'exercice N°1

La température finale à la sortie du compresseur.

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$T_2 = T_1\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$T_2 = 300 \times (6)^{0,286} = 500\ K$$

$$T_{2'} = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{\eta_{isen}} = 300 + \frac{(500-300)}{0,75} = 567,4\ K$$

Le travail de compression

$$W_{12} = (H_2 - H_1)$$

$$W_{12} = C_p(T_2 - T_1) = 1,005 \times (567,4 - 300) = 268741,2\ J/kg$$

$$W_{12} = 268,7412\ kJ/kg$$

Solution de l'exercice N°2

$$T_{2'} = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{\eta_{isen}} = 288 + \frac{140}{0,8} = 463\ K$$

L'augmentation de l'enthalpie réelle

$$H_{2'} - H_1 = cp \times (T_{2'} - T_1) = 1 \times 175 = 175 kJ/kg$$

$$W_{12} = (H_2 - H_1) + \frac{C_2^2}{2}$$

Le travail utile du compresseur

$$W_U = (H_{2'} - H_1) + \frac{C_2^2}{2} = 175 + 1,25 = 176,25\ kJ/kg$$

Le travail effectif du compresseur

$$W_{eff} = \frac{W_U}{\eta_m} = \frac{176,25}{0,95} = 185,52\,\text{kJ/kg}$$

La puissance effective du compresseur

$$P_{eff} = W_{eff} \times qm = 185,52 \times 40 = 7440\,\text{k}W$$

Fiche de TD N°1

EXERCICE N°1

Un compresseur d'air est conçu de telle façon que la vitesse à l'entrée C_1est égale à la vitesse à la sortie C_2. Cela se traduit simplement par des sections différentes en 1 et 2.

Données : entrée : p_1 =10 N/cm^2, t_1=20°C

Sortie : p_2=30N/cm^2

Débit massique q_m=20 kg/s.

Quelle est la puissance absorbée par ce compresseur ?

C_p = 1 KJ/kg. °K ; $\gamma = 1.4$

EXERCICE N°2

Une pompe hélice est schématisée (Figure.1) Donnés : rayon moyen r = 0,4 m, n=300 tr/min, vitesse absolue à l'entrée de la rue C_1=4 m/s (vitesse parallèle à l'axe du rotor) supposons que l'on connaisse C_2= 8m/s et α_2=30°.

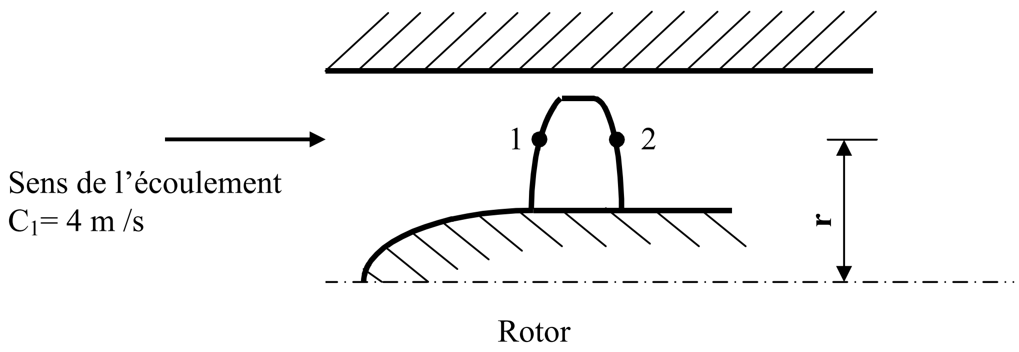


Figure.1

Calculer :

- la vitesse d'entraînement U
- la vitesse relative à l'entrée de l'hélice
- la vitesse relative à la sortie de l'hélice
- la vitesse projetée C_{2U}
- le travail théorique de l'hélice
- l'augmentation de pression (p_2-p_1)

Solution de la fiche de TD N°1

Solution de l'exercice N°1

La relation générale de l'écoulement permanent se réduit à :

$W_{12} = (H_2 - H_1)$

avec

$(H_2 - H_1) = mC_p(T_2 - T_1)$

et

$C_p = 1$ KJ/kg. °K

Il faut calculer T_2

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad \text{avec } \gamma = 1.4 \text{ donc } \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{30}{10}\right)^{\frac{0.4}{1.4}}$$

$T_2 = 403$ °K

Finalement

$W_{12} = (H_2 - H_1) = mC_p(T_2 - T_1) = 1 \times 1 \times 10^3 \times (130 - 20) = 110 kJ / kg$

La puissance absorbée par ce compresseur $P = q_m \times W_{12} = 20 \times 110 = 2200\, kW$

Solution de l'exercice N°2

Calculons la vitesse d'entraînement $u = \omega \times r$, avec $\omega = \dfrac{2 \times \pi \times n}{60}$, $\omega = 10 \times \pi$ rd/s

U=12,6 m/s

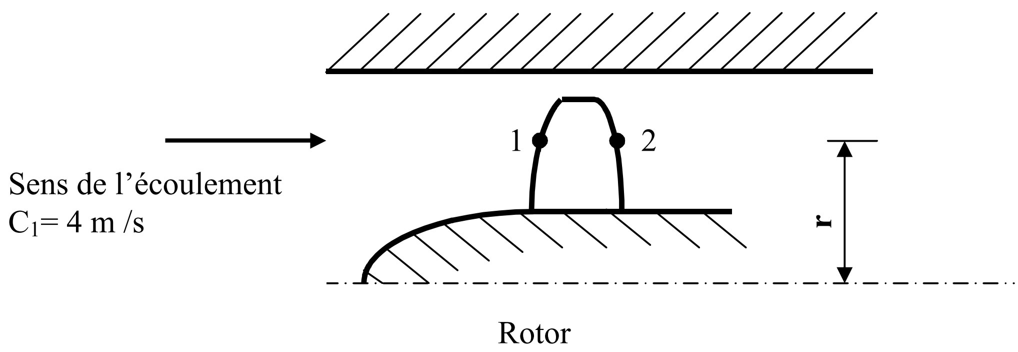
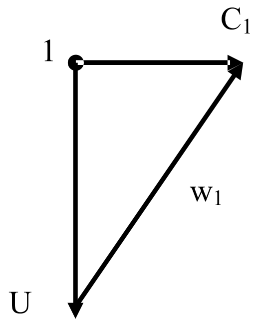


Figure 1

Traçons le triangle des vitesses à l'entrée

nous mesurons w_1=13.2 m/s.



le calcul donne d'ailleur :

$$w_1 = \sqrt{C_1^2 + u^2} = 13{,}2 \text{ m/s},$$

puisque le triangle es rectangle.

Constatons que C_{1u}=0.

Triangle des vitesses à la sortie, en 2

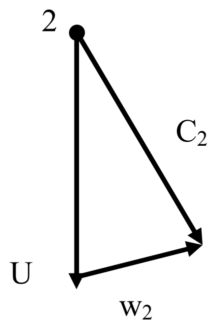
Nous avons de plus

u=12,6 m/s ;

la construction du triangle est possible.

Nous mesurons (ou calculons) :

W_2 = 7 m/s, C_{2u}= 6,9 m/s.



Ecrivons : $W_{12} = u\left(C_{2u} - C_{1u}\right)$, avec C_{1u}=0

W_{12}=87 J/kg

Quant à l'augmentation de pression (p_2-p_1) ;

elle est donnée par la relation :

$$\frac{P_2 - P_1}{\rho} = \frac{1}{2}\left(w_1^2 - w_2^2\right) \text{ , avec } \rho = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$P_2 - P_1 = \frac{1000}{2}\left(13{,}2^2 - 7^2\right) = 62800 \text{ N/m}^2$$

Ainsi on peut dire que dans le traversé du rotor, chaque masse d'eau de 1 kg reçoit 87 J ; ce travail sert :

1- à augmenter la pression de l'eau, donc son énergie potentielle

$$\frac{P_2 - P_1}{\rho} = 62{,}8 \text{ J/kg}$$

2- à augmenter son énergie cinétique

$$\frac{1}{2}\left(C_2^2 - C_1^2\right) = 24 \text{ J/kg}$$

Fiche de TD N°12

Exercice N°1

Un compresseur centrifuge ayant les caractéristiques suivantes : travail utile 19,8 KJ/kg Diamètre intérieur d_l=450 mm et diamètre extérieur d_2=900 mm, les rendements de compression, volumétrique et mécanique sont respectivement 75%, 95% et 95%

La composante radiale de la vitesse absolue à la sortie est de 50 m/s et ($C_{1r}=C_{2r}=C_1$).

L'angle β2=50°

Calculer

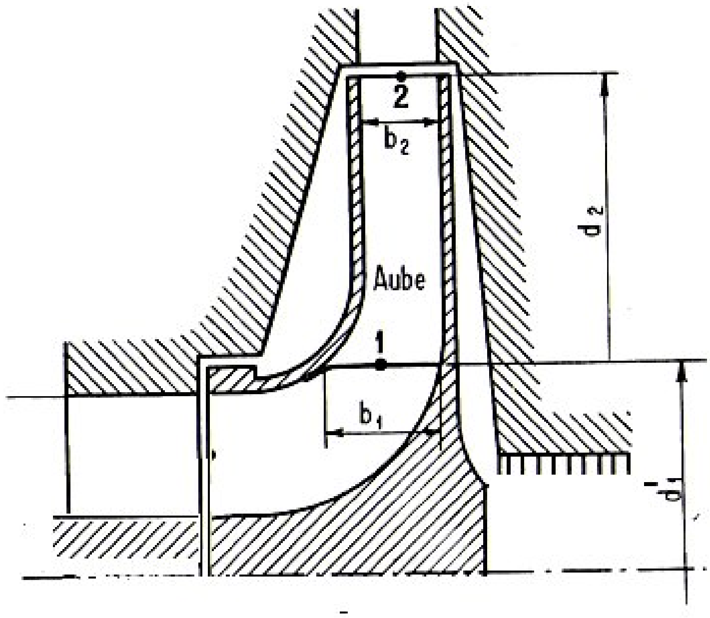
1-La vitesse relative w_2 et d'entrainement U_2

2-La vitesse absolue C_2 et l'angle α_2

3-La vitesse angulaire et le nombre de tour du rotor

4-La vitesse relative w_1 et d'entrainement U_1

5-l'angle β_1



Exercice N°2

Un compresseur centrifuge tourne avec une vitesse circonférentielle de sortie U_2=200 m/s la température T1=288°K,P1=1bar, le taux de compression est τ=1,2, le diamètre extérieur de la roue d_2=190 mm

La vitesse de sortie C_2=100 m/s ; Cp=1005 J/kg K et γ=1.4

Déterminer

1-Le coefficient manométrique

2-Le travail théorique et le nombre d'aube

Solution de la fiche de TD N°12

Solution de l'exercice N°1

$$Wu = U_2 C_{2U} - U_1 C_{1U}$$

$$Wu = U_2 C_{2U}$$

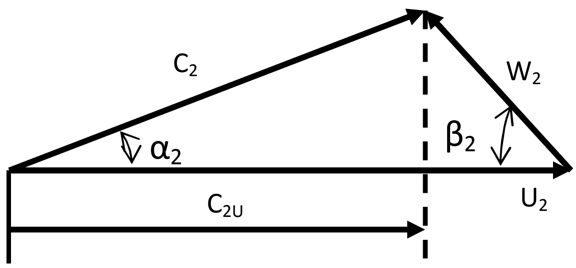
La vitesse relative w_2

$$w_2 = \frac{C_{2r}}{\sin\beta_2} = \frac{50}{\sin 50} = 65{,}27\,\text{m/s}$$

On a

$$(U_2 - C_{2U}) = w_2 \cos\beta_2$$

$$(U_2 - C_{2U}) = 65{,}27 \cos 50 = 41{,}95$$



Vitesse d'entrainement U_2

$$U_2 - 41{,}95 = C_{2U}$$

$$19800 = U_2(U_2 - 41{,}95)$$

$$U_2 = 163\,m/s$$

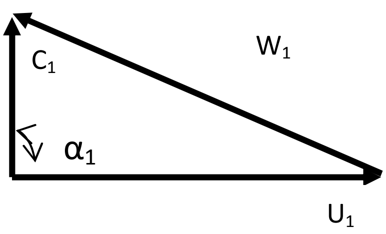
$$C_{2U} = 121{,}05\ m/s$$

La vitesse absolue C_2

$$C_2 = \sqrt{C_{2r}^2 + C_{2U}^{\ 2}} \qquad C_2 = \sqrt{50^2 + 121{,}05^2} = 130{,}97\ \text{m/s}$$

$$tg\alpha_2 = \frac{C_{2r}}{C_{2U}} \qquad tg\alpha_2 = \frac{50}{121{,}05} = 0{,}4130$$

$$t\alpha_2 = 22{,}44°$$



$$U_2 = \frac{\pi\, n}{60} \times d_2$$

$$n = \frac{U_2 \times 60}{\pi \times d_2} \qquad n = \frac{163 \times 60}{\pi \times 0{,}9} = 3459\ \text{tr/min}$$

$$\omega = \frac{2\pi\, n}{60} \qquad \omega = \frac{2\pi \times 3459}{60} = 362 \text{ rd/s}$$

$$U_1 = \frac{\pi\, n}{60} \times d_1 \qquad U_1 = \frac{\pi \times 3459}{60} \times 0{,}45 = 81\, m/s$$

$$w_1 = \sqrt{C_1^2 + U_1^2} \qquad w_1 = \sqrt{50^2 + 81^2} = 96 \text{ m/s}$$

$$w_1 = 95\, m/s$$

$$tg\beta_1 = \frac{C_1}{U_1} \qquad tg\beta_1 = \frac{50}{81} = 0{,}617 \qquad \beta_1 = \frac{50}{81} = 31{,}68°$$

Solution de l'exercice N°1

Le coefficient manométrique

$$\mu = \frac{H_2 - H_1}{U_2^2}$$

$$H_2 - H_1 = C_p (T_2 - T_1)$$

$$T_2 = T_1 \times \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \qquad T_2 = 288 \times (1{,}2)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 303{,}4 \text{ K}$$

$$H_2 - H_1 = 1005 \times (303{,}4 - 288) = 15477 \text{ J/kg}$$

$$\mu = \frac{H_2 - H_1}{U_2^2} \qquad \mu = \frac{15477}{200^2} = 0{,}387$$

$$W_{th} = (H_2 - H_1) = 15477\, J/kg$$

Nombre d'aube

$$Z \approx 10 \times \pi \times d_2 \qquad Z \approx 10 \times \pi \times 0{,}19 = 6\, aubes$$

TD Compresseur Centrifuge (Radial)

Ex1 :

On considère un compresseur centrifuge, dont le rapport des diamètres de la roue : extérieure D_2, et intérieure D_1, est égal à 2. Le rapport de pression de la sortie P_{02}, à celle de l'entrée P_{01}, égal à 4. La vitesse de rotation du rotor, N = 1200, tours par minute, le débit massique d'air Q = 1 kg/s. Le rendement isentropique du compresseur, $\eta_{is} = 84\%$. Les aubes à la sortie et à l'entrée sont radiales. La vitesse du débit à travers la roue reste constante $V_{n1} = V_{n2} = 60\,\frac{m}{s}$.
Calculer : (1) la puissance du compresseur, (2) les diamètres de la roue à l'entrée et à la sortie, et (3) l'angle β_1 de l'aube à l'entrée.
La pression et température de l'air à l'entrée (aspiration) sont respectivement : $P_{01} = 100$ kPa, $T_{01} = 300$ K.

Solution :

(1) Le calcul de la température réelle à la fin de la compression, donnée lorsque le processus de compression est isentropique par :

$$\frac{T_{02'}}{T_{01}} = \left(\frac{P_{02}}{P_{01}}\right)^{\gamma-1/\gamma} = 1{,}486.$$

Donc, $T_{02'} = T_{01}\ 1{,}486 = 445{,}8$ K
Nous avons d'autre part :
$\eta_{is} = (T_{02'} - T_{01})/(T_{02} - T_{01}) = 0.84$, donc : $T_{02} - T_{01} = 173{,}56$ alors : $T_{02} = 473{,}56$ K
Le travail spécifique théorique est donnée pour un débit = $1\,\frac{kg}{s}$:
$W = U_2\,V_{t2} = U_2^2 = C_p\,(T_{02} - T_{01}) = 174254$ J/kg
et la vitesse $U_2 = W^{1/2} = 417{,}44\,\frac{m}{s}$.
En considérant le débit = $1\,\frac{kg}{s}$, la puissance du compresseur est : $P = W = 174{,}254$ kW .

2) A partir de l'équation, $U_2 = \frac{\pi\,D_2\,N}{60}$, on tire $D_2 = (U_2\,60)/(\pi\ N)$, sachant que : $\frac{D_2}{D_1} = 2$, alors : $D_1 = D_2/2 = 0.3322$ m.

3) Le rapport $\frac{D_2}{D_1} = 2$, alors $U_1 = \frac{U_2}{2} = 208{,}72\,\frac{m}{s}$
A partir du triangle de vitesses à l'entrée, l'angle $\beta_1 = tg^{-1}\left(\frac{V_{n1}}{U_1}\right) = 16{,}04^0$

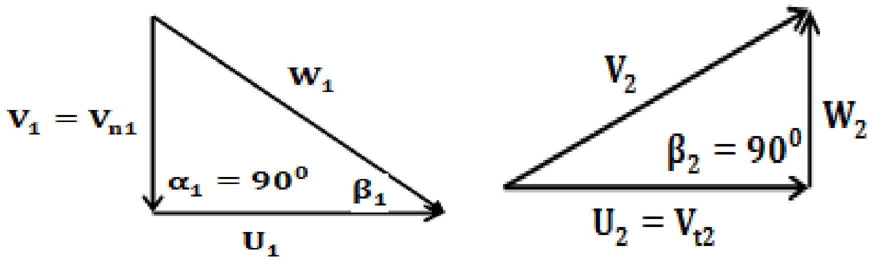


Figure : triangles de vitesses à l'entrée et à la sortie de la roue.
Les aubes sont radiales à l'entrée et à la sortie alors on a : $\alpha_1 = 90^0$, $\beta_2 = 90^0$.

Ex2 :

La roue (rotor) d'un compresseur centrifuge possède les diamètres d'entrée et de sortie égaux respectivement à $D_1 = 0.3$, et $D_2 = 0,6$ m. A l'aspiration (entrée), l'écoulement est sans tourbillon, l'air est à $P_{01} = 100$ kPa, et $T_{01} = 300$ K. L'angle de l'aube à la sortie est $\beta_2 = 75^0$. La vitesse de rotation est N = 10000 tours par minute et la vitesse débitante est constante le long de la roue, égale à 120 m / s. Si la largeur de l'aube à l'entrée est $b_1 = 6$ cm. Calculer : (a) le travail spécifique, (b) la pression de sortie, (c) le débit massique ; et (d) la puissance nécessaire pour entraîner le compresseur, sachant que le rendement global peut être supposée égale à 0,7.

Solution :

(a) Pour le calcul du travail spécifique, on calcule la vitesse tangentielle à l'entrée de la roue : $U_1 = \frac{\pi D_1 N}{60} = 157{,}08 \text{ m/s}$, comme $D_2 = 2 D_1$, à la sortie, $U_2 = 2 U_1 = 314 \text{ m/s}$

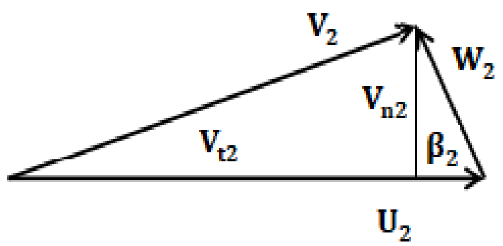


Figure : triangle de vitesses à la sortie

A partir du triangle de vitesses à la sortie, voir figure ci-dessus on a :
$V_{t2} = U_2 - \frac{V_{n2}}{\text{tg}\, \beta_2} = 282{,}01 \text{ m/s}$
Comme l'écoulement à l'entrée est sans tourbillon, $\alpha_1 = 90^0$ et $V_{t1} = 0$, le travail spécifique est alors : $W = U_2 V_{t2} = 88596{,}3 \text{ J/kg}$

(b) Calcul de la pression de sortie, on a :

$W = C_p (T_{02} - T_{01}) = C_p T_{01} \left(\frac{T_{02}}{T_{01}} - 1\right) = C_p T_{01} \left[\left(\frac{P_{02}}{P_{01}}\right)^{\gamma-1/\gamma} - 1\right]$, on tire delà

$$\left(\frac{P_{02}}{P_{01}}\right)^{\gamma-1/\gamma} = \left(\frac{W}{C_p T_{01}} + 1\right) \Longrightarrow \left(\frac{P_{02}}{P_{01}}\right) = \left(\frac{W}{C_p T_{01}} + 1\right)^{\gamma/\gamma-1} = 2.466$$

$\Longrightarrow P_{02} = 2.466 \, P_{01} = 246{,}6 \text{ kPa}$

(c) Le débit volumique est

$Q_v = V_{n1} \, S_1 = V_{n1} (\pi D_1 \, b_1) = 6{,}786 \frac{m^3}{s}$,
L'équation d'état du gaz parfait appliquée à l'air s'écrit : $P\,\mathbf{V} = m\,R\,T$, le débit massique est obtenu en remplaçant le volume **V**, par le débit volumique Q_v, ce qui permet d'écrire le débit massique : $Q_m = P\,Q_v/R\,T = 7.88 \text{ kg/s}$,

(d) la puissance théorique est : = $W\,Q_m = 698{,}138$ kW. avec un rendement global de 0,7, la puissance nécessaire pour entraîner le compresseur est P = $(W\,Q_m)/07 = 997{,}34$ kW.

Ex3 : Un compresseur centrifuge, tourne à N = 15 000 tours par minute, et produit un rapport de pression de stagnation $\frac{P_{02}}{P_{01}} = 4$. Les conditions de stagnation de l'air à l'entrée sont : $P_{01} = 100$ kPa, et $T_{01} = 300$ K. La vitesse absolue à l'entrée du rotor est sans tourbillon. A la sortie de la roue, les aubes sont radiales et la composante tangentielle de l'écoulement $V_{t2} = 135\,\frac{m}{s}$. Le rendement du compresseur $\eta_{is} = 0{,}78$, et le coefficient de glissement $\sigma = 0{,}9044$.

Calculer : a) l'angle de l'aube $V_{t2'}$, $(V_{t2} - V_{t2'})$, β_1, et b) tracer les triangles de vitesses. Sachant que le diamètre du rotor à l'entrée est : $D_1 = 0{,}25$, et à la sortie $D_2 = 0{,}58$ m.

Solution :

a) Calcul des angles de l'aube : $U_1 = \frac{\pi D_1 N}{60} = 196{,}35\ m/s$ et $U_2 = \frac{\pi D_2 N}{60} = 455{,}53\ m/s$

la relation de la compression isentropique est : $\frac{T_{02'}}{T_{01}} = \left(\frac{P_{02}}{P_{01}}\right)^{\gamma-1/\gamma} = 1{,}486$, donc :

$T_{02'} = T_{01}\ 1{,}486 = 445{,}8$ K.

A partir de l'expression du rendement η_{is}, on a :

$T_{02} - T_{01} = \frac{T_{02'} - T_{01}}{\eta_{is}} = 186{,}923\ K \implies T_{02} = 486{,}923\ K$

$W = C_p\,(T_{02} - T_{01}) = U_2\,V_{t2}$, alors : $V_{t2} = \frac{W}{U_2} = 411{,}983\,\frac{m}{s}$,

Par définition voir le cours, le coefficient de glissement est donnée par l'équation :

$\sigma = \frac{V_{t2'}}{V_{t2}} = 0{,}9044 \implies V_{t2'} = \sigma\,V_{t2}$

et le glissement de la vitesse :

$(V_{t2} - V_{t2'}) = V_{t2}\,(\sigma - 1) = 43{,}547\,\frac{m}{s}$

L'angle de l'aube à l'entrée est $\beta_1 = tg^{-1}\frac{V_{n2}}{U_1} = 34{,}51^0$.

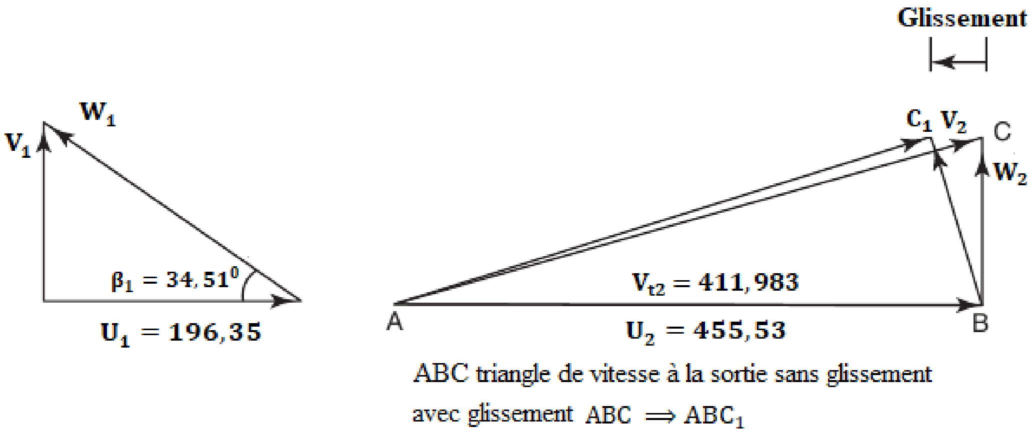


Figure : triangle de vitesses (glissement)

Ex4 :

Soit un compresseur centrifuge, son entrée ne comportant pas d'aubes de guidage. La température de stagnation de l'air à l'entrée $T_{01} = 288$ K, et la pression de stagnation $P_{01} = 1{,}01$ bar. Déterminer pour les données suivantes :

- Débit massique, $\dot{m} = 2,5$ kg / s
- Vitesse tangentielle, $U_2 = 475$ m / s
- Rendement mécanique, $\eta_m = 96\%$
- Vitesse absolue de l'air à la sortie du diffuseur, $V_3 = 90$ m / s
- Rendement isentropique, $\eta_c = 84\%$
- Vitesse absolue à l'entrée du rotor, $V_3 = 150$ m / s
- Rendement du Diffuseur, $\eta_D = 82\%$
- Profondeur axiale de la roue, $b_2 = 6,5$ mm
- Facteur de puissance, $\psi = 1{,}04$
- Facteur de glissement, $\sigma = 0{,}884$
- pour de l'air, $\gamma = 1{,}4$ et $C_p = 1005$ J/(K kg)

1. La puissance de l'arbre
2. La pression de stagnation et statique à la sortie du diffuseur
3. La vitesse radiale, nombre de Mach de la vitesse absolue et les pressions statiques et de stagnation à la sortie de la roue

on suppose que le degré de réaction donnée est : $R = \frac{T_2 - T_1}{T_3 - T_1} = 0{,}5$, la constante des gaz parfaits : R = 287 J/(kg K).

4. Le rendement de la compression isentropique et la vitesse de rotation

Solution

1) Par définition, le rendement mécanique est : $\eta_m = \frac{\text{travail transféré à l'air}}{\text{travail disponible (fourni) par l'arbre}}$

L'écoulement de l'air à l'entrée du rotor est radiale : $V_{t1} = 0$, le travail transféré à l'air par unité de masse est :

$W = \psi\,\sigma\, U_2^2$

La puissance transféré à l'air par débit est :

$P_{tran} = W\,\dot{m} = 518{,}58$ kW

En tenant compte du rendement mécanique (pertes à cause des frottements mécaniques), la puissance de l'arbre (disponible) : $P_{disp} = \left(\frac{W\,\dot{m}}{\eta_m}\right) = 540{,}19$ kW

2) Le rapport de pression global du compresseur :

$$\frac{P_{03}}{P_{01}} = \left[1 + \frac{\eta_c\,\psi\,\sigma\,U_2^2}{C_p\,T_{01}}\right]^{\gamma/(\gamma-1)} = 5{,}2$$

La pression de stagnation à la sortie du diffuseur

$P_{03} = P_{01}\,5{,}2 = 5.25$ bar

$$\frac{P_3}{P_{03}} = \left(\frac{T_3}{T_{03}}\right)^{\gamma/\gamma-1}$$

$$W = \dot{m}\ C_p\,(T_{03} - T_{01}), \Longrightarrow\ T_{03} = \frac{W}{\dot{m}\ C_p} + T_{01} = 494{,}4\ \text{K}$$

À la sortie du diffuseur la température statique, $T_3 = T_{03} - \frac{V_3^2}{2\,C_p} = 490{,}37$ K,

et la pression statique $P_3 = P_{03}\left(\frac{T_3}{T_{03}}\right)^{\gamma/\gamma-1} = 5{,}10$ bar

3)

- Calcul de la vitesse radiale

d'après la relation entre la température statique et de stagnation on peut écrire :

$$T_3 - T_1 = (T_{03} - T_{01}) + \frac{V_1^2 - V_3^2}{2\,C_p} = \frac{W}{\dot{m}\;C_p} + \frac{V_1^2 - V_3^2}{2\,C_p} = 213{,}56\ \text{K},$$

De l'expression du degré de réaction, $R = \frac{T_2 - T_1}{T_3 - T_1}$, on tire la valeur de $(T_2 - T_1) = 106{,}78$ K avec :

$$T_1 = T_{01} - \frac{V_1^2}{2\,C_p},\ T_2 = T_{01} - \frac{V_1^2}{2\,C_p} + (T_2 - T_1) = 383{,}59\ \text{K}$$

La température de stagnation à la sortie du rotor s'écrit :

$$T_{02} = T_2 + \frac{V_2^2}{2\,C_p}.$$

Et comme dans le diffuseur il n'a pas d'échange de travail : $T_{02} = T_{03}$

en remplaçant T_{02}, par T_{03}, on obtient l'expression suivante :

$$T_{03} = T_2 + \frac{V_2^2}{2\,C_p}, \Longrightarrow V_2^2 = 2\,C_p\,[(T_{03} - T_{01}) + (T_{01} - T_2)] = 222727,3636\ (\text{m/s})^2,$$

d'où : $V_2 = 471{,}94$ m/s,

- Calcul du nombre de Mach de la vitesse absolue à la sortie de la roue

$$M_2 = \frac{V_2}{\gamma R\,T_2} = 1{,}20$$

- Calcul des pressions statiques et de stagnation à la sortie de la roue

à partir du triangle de vitesses à la sortie de la roue, l'application du théorème de Pythagore permet d'écrire : étant donné le facteur de glissement :

$$\sigma = \frac{V_{t2'}}{V_{t2}} \Longrightarrow V_{t2'} = \sigma\,U_2$$

$$V_{n2}^2 = V_2^2 - \left(V_{t2'}\right)^2 = 215{,}49\ \text{m/s}$$

D'après la définition du rendement du diffuseur :

$$\eta_D = \frac{h_{3'} - h_2}{h_3 - h_2} = \frac{\text{augmentation d'enthalpie isentropique}}{\text{augmentation d'enthalpie réelle}}$$

$$= \frac{T_{3'} - T_2}{T_3 - T_2} = \frac{T_2\left(\frac{T_{3'}}{T_2} - 1\right)}{T_3 - T_2} = \frac{T_2\left(\frac{P_3}{P_2}^{\gamma-1/\gamma} - 1\right)}{T_3 - T_2}$$

donc :

$$\frac{P_3}{P_2} = \left[1 + \eta_D\left(\frac{T_3 - T_2}{T_2}\right)\right]^{3,5} = 2{,}05 \text{ et par la suite : } P_2 = \frac{P_3}{2{,}05} = 2{,}49\ \text{bar}$$

on trouve d'après la relation de l'isentropie : $P_{02} = P_2\left(\frac{T_{02}}{T_2}\right)^{3,5} = 6{,}05$ bar.

4) Rendement isentropique :

$$\eta_{is} = \frac{T_{01}\left[\left(\frac{P_{02}}{P_{01}}\right)^{\gamma-1/\gamma} - 1\right]}{T_{03} - T_{01}} = 0{,}938$$

- calcul de la masse volumique à la sortie de la roue

L'équation des gaz parfaits ; $P_2 = \rho_2\, R\, T_2$, $\rho_2 = \frac{P_2}{R\, T_2} = 2{,}27$ kg/m^3

le débit massique s'écrit : $\dot{m} = \rho_2\, S_2\, V_{n2}$

avec : $S_2 = 2\pi\, r_2\, b_2 \implies 2\ r_2 = D_2 = \frac{S_2}{\pi\ b_2}$ et $S_2 = \frac{\dot{m}}{\rho_2\ V_{n2}}$ alors en remplaçant on tire l'expression :

$D_2 = \frac{\dot{m}}{\rho_2\, \pi\ b_2\ V_{n2}}$, en remplaçant dans l'expression de la vitesse U_2 :

$$U_2 = \frac{\pi\, N\, D_2}{60} = \frac{\pi\, N\, m}{\rho_2\, \pi\ b_2\ V_{n2}\, 60}$$

$$\implies \quad N = U_2\left(\rho_2\, \pi\ b_2\ V_{n2}\, 60\right)/(\pi\ m) = 41476 \text{ trs/mn.}$$

TD TURBOMACHINES AXIALES

Ex 1

Un compresseur axial de diamètre extérieure $D_2 = 0{,}9$ m, le diamètre du moyeu D_{moyeu} = 0.42 m, le facteur (Work done factor) : $\tau = 0.93$ et tourne à N= 5400 tours par minute. Les angles des vitesses absolues à l'entrée et à la sortie sont respectivement : $\alpha_1 = 28^0$, et $\alpha_2 = 58^0$, et le diagramme de vitesse est symétrique. Supposons que la densité de l'air est : $\rho = 1{,}5$ kg / m^3.

Calculer 1) le débit massique, 2) la puissance absorbée par le compresseur

Solution

1) Débit massique

le rayon moyen considéré est $r = \frac{D_2}{2}$, la vitesse tangentielle du rotor est :

$U = \frac{2\,\pi\, r\, N}{60}$ = 254,57 m/s

à partir du triangle de vitesses à l'entrée :

$U = V_a\left(tg\alpha_1 + tg\beta_1\right) \Longrightarrow\ V_a = \frac{U}{tg\alpha_1 + tg\beta_1} = 119{,}47$ m/s

le rayon du moyeu : $r_{moyeu} = \frac{D_{moyeu}}{2}$, la section de passage de l'écoulement dans le compresseur est : $S = \pi\left[r^2 - r^2{}_{moyeu}\right] = 0{,}0833$ m^2,

Le débit massique, $\dot{m} = \rho\, S\, V_a = 14{,}928$ kg/s

2) en considérant le cas réelle où le facteur (work done factor) est différent de 1, le travail reçue par le compresseur par unité de masse est :

$W_c = \tau\, U\, (V_{t2} - V_{t1})$

à partir du triangle de vitesses on a :

$V_{t1} = V_a tg\alpha_1$ et $V_{t2} = V_a tg\alpha_2$,

alors :

$W_c = \tau\, U\, V_a\, (tg\alpha_2 - tg\alpha_1) = 30213{,}7$ Nm

La puissance totale absorbée par le compresseur est :

$P = \frac{\dot{m}\ W_c}{1000} = 451$ kW

Ex 2

Un compresseur axial, de 10 étages, de rapport de pression de stagnation $R_s = 4{,}5$.
Le rendement global isentropique du compresseur, $\eta_c = 88\%$ et la température de stagnation à l'entrée est $T_{01} = 290K$. Supposons l'élévation de température égale à tous les étages (les étages du compresseur sont identiques), et le facteur τ = 0,87.

Déterminer les angles des vitesses absolues $\alpha_1 et \alpha_2$, et des vitesses relatives $\beta_1 et \beta_2$, d'un étage au niveau du rayon de conception où la vitesse tangentielle de rotation U = 218 m / s. Supposons une vitesse axiale constante $V_a = 16{,}5$ m / s, et le degré de réaction R = 76%.

Solution
L'augmentation globale de la température de stagnation du compresseur ΔT_{0s}, est tirée à partir de la formule du cours : $R_s = \left[1 + \eta_c \frac{\Delta T_{0s}}{T_{01}}\right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} - 1$

$$\Longrightarrow \Delta T_{0s} = \frac{T_{01}\left(R^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)}{\eta_c} = 155{,}879 \text{ K}$$

Le nombre d'étages est égal à 10, l'élévation de température de stagnation d'un étage est :

$$(T_{02} - T_{01}) = \frac{\Delta T_{0s}}{10} = 15{,}588 \text{ K}$$

Par ailleurs on sait que : $(T_{02} - T_{01}) = \frac{\tau\, U\, V_a}{C_p}\,(tg\alpha_2 - tg\alpha_1)$

D'où on tire l'expression suivante : $(tg\alpha_2 - tg\alpha_1) = \frac{(T_{02}-T_{01})\, C_p}{\tau\, U\, V_a} = 0{,}501$ **(A)**

d'autre part, à partir de l'expression du degré de réaction :

$R = 1 - \frac{V_a}{2\,U}(\tan\alpha_2 + \tan\alpha_1) \Longrightarrow (tg\alpha_2 + tg\alpha_1) = \frac{(1-R)\,2\,U}{V_a} = 0{,}634$ **(B)**

Additionnant les équations : **(A)** et **(B),** on obtient alors :
$2\, tg\alpha_2 = 1{,}123 \Longrightarrow tg\alpha_2 = 0{,}5675$ alors : $\alpha_2 = 29.57$,
en remplaçant dans l'équation : $(tg\alpha_2 + tg\alpha_1) = 0{,}634$, on tire l'équation :
$tg\alpha_1 = 0{,}634 - tg\alpha_2 = 0{,}00665$ d'où $\alpha_1 = 3{,}80^0$

De manière similaire, en écrivant l'expression du degré de réaction sous la forme :

$R = \frac{V_a}{2\,U}\,(tg\beta_2 + tg\beta_1) \Longrightarrow (tg\beta_2 + tg\beta_1) = \frac{R\ 2\,U}{V_a} = 2{,}01$
et $(tg\beta_1 - tg\beta_2) = \frac{(T_{02}-T_{01})\, C_p}{\tau\, U\, V_n} = 0{,}501$
D'où l'obtention du système d'équation suivant :

$(tg\beta_2 + tg\beta_1) = 2{,}01$

$(tg\beta_1 - tg\beta_2) = 0{,}501$

$\Longrightarrow 2\, tg\beta_1 = 2{,}511$ et $\beta_1 = 51{,}46^0$
et $tg\beta_2 = tg\beta_1 - 0{,}501 = 0755$ et $\beta_2 = 37{,}03^0$

Ex 3

Les données de conception suivantes, sont applicables à un compresseur axial :
Rapport de pression global R = 4,5
Débit massique $\dot{m}$ = 3,5 kg / s
Rendement polytropique, $\eta_{poly} = 0{,}87$
Augmentation de la température de stagnation par étage : $\Delta T_{0s} = 22$ K
Vitesse absolue approche du dernier rotor 160m / s.
Angle absolu de vitesse ; mesurée à partir de la direction axiale 208.
Le travail facteur fait 0,85.
Diamètre moyen de la dernière étape est de rotor 18, 5cm.
Pression ambiante 1,0bar.
Température ambiante $T_{01} = 290$ K
Calculer, a) le nombre d'étapes nécessaires, b) le rapport de pression du premier et du dernier stade, la vitesse de rotation, et la longueur de la dernière lame de rotor d'étage à l'entrée de la scène. Supposons augmentation égale de la température dans toutes les étapes, et le diagramme de vitesse symétrique.

Solution

a) Calcul du nombre d'étapes nécessaires
le nombre d'étages est N, le rapport de pression global est donné par la relation:

$$R = \left[1 + \frac{N\,\Delta T_{0s}}{T_{01}}\right]^{\frac{n-1}{n}}$$

où η_{poly} est le rendement polytropique et $\frac{n-1}{n} = \eta_{poly}\,\frac{\gamma}{\gamma-1}$

remplaçant la valeur de η_{poly} et de $\gamma = 1{,}4$, on trouve :

$$\frac{n-1}{n} = 3{,}05$$

l'expression du rapport de pression globale est alors :

$$R = \left[1 + \frac{N\,\Delta T_{0s}}{T_{01}}\right]^{3{,}05},$$

en remplaçant les valeurs des différents variables dans cette expression on trouve l'équation en N :

$$(4{,}5)^{3{,}05} = \left[1 + \frac{N\,22}{290}\right]^{3{,}05} \Longrightarrow N = 8{,}4$$

<u>Remarque :</u> le nombre d'étage doit être un nombre entier, on prend par défaut la valeur N=8

L'augmentation de la température, ΔT_{0s}, considéré par étage est égale à 22 K, pour 8 étages identiques, l'augmentation par étage devient :

$$\Delta T_{0s} = \frac{22\,.\,8{,}4}{8} = 23{,}1 \text{ K}.$$

Ex 4

Les conditions d'entrée de l'air atmosphérique dans un compresseur axial sont : la pression $P_{01} = 1$ bar, la température $T_{01} = 15$ °C et le débit $\dot{m} = 20$ kg / s. Le diamètre extérieur du rotor D = 60 cm et la vitesse de rotation N = 12 000 tours par minute. Les angles de l'aube sont à l'entrée $\beta_1 = 40°$ et à la sortie $\beta_2 = 70°$. L'air pénètre dans le rotor axialement sans tourbillon. La vitesse axiale V_a, de l'écoulement de l'air reste constante à travers le rotor et les aubes de stator. Le rendement total par rapport au total du rotor η_{tt} = 85% et le rendement mécanique η_m = 98%. Le coefficient (work-done factor) τ = 0,88 et l'efficacité de la diffusion η_d = 80%. Calculer ce qui suit : (a) Le rapport de pression statique P_2/P_1 au rotor, (b) Le rapport de pression statique global à l'étage P_3/P_1, (c) Le degré de réaction R et (d) la puissance P à l'entrée. Prendre comme rayon référence le diamètre extérieur du rotor D.

Solution

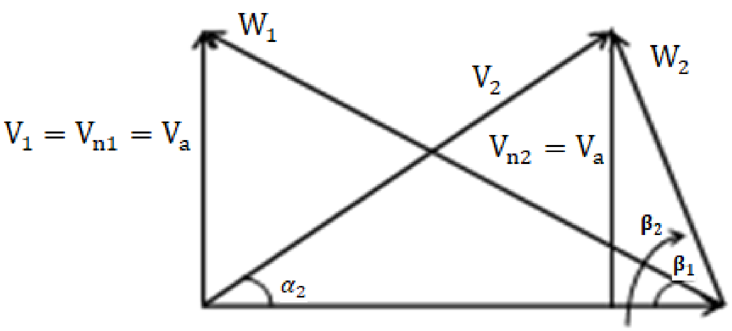
(a) Le rapport de pression statique au rotor

$U_1 = U_2 = U = \frac{\pi D N}{60} = 377$m/s

L'air pénètre dans le rotor axialement sans tourbillon $\Longrightarrow V_{t1} = 0$

à partir du triangle de vitesses à l'entrée on a $V_1 = U \, tg\beta_1 = 316.34$ m/s

La vitesse axiale de l'écoulement de l'air reste constante à travers le rotor et les aubes de stator $\Longrightarrow V_1 = V_{n1} = V_{n2} = V_3 = V_a$ les triangles de vitesses sont représenté dans la figure ci-après :



A partir du triangle de vitesses on a :

$V_{t2} = U_2 - \frac{V_{n2}}{tg\beta_2} = 261.86$ m/s

Le travail spécifique est $W = \tau \, U_2 \, V_{t2} = 98721.22$ J/kg.

L'augmentation d'enthalpie est $\Delta h_0 = \tau \, W = 86874.674$ J/kg.

L'augmentation de la température $\Delta T_0 = \frac{\tau \, W}{C_p \, \eta_{tt}}$ =101.2 K.

La température de stagnation à la sortie du rotor $T_{02} = T_{01} + \Delta T_0$ elle est aussi égale à T_{03}, (pas de transfert d'énergie dans le diffuseur).

De la relation (P-T) isentropique nous avons $\frac{P_{02}}{P_{01}} = \frac{T_{02}}{T_{01}}^{\gamma/(\gamma-1)} = 2.88$

donc $P_{02} = 2.88\ P_{01} = 2.88$ bar = P_{03}.

A partir du triangle de vitesses on a : $V_2 = \sqrt{{V_{t2}}^2 + {V_{n2}}^2} = 410.66$ m/s.

La température statique à la sortie de l'étage est $T_{02} = T_{02} - \frac{V_2^2}{2\,C_p} = 339.96$ K. Par définition le rendement du diffuseur est $\eta_d = \left(T_{3'} - T_2\right)/(T_3 - T_2)$ où l'indice 2 est celui de la sortie du rotor ; 3 est la sortie réelle de l'étage et $3'$ est celui du cas isentropique en remplaçant les différents valeurs on a $T_{3'} = \eta_d\ (T_3 - T_2) + T_2$ =335.18 K.

Toutes les températures $T_2, T_3, T_{3'}, T_{01}, T_{03}$ sont déterminées à partir de la relation d'isentropie :

$\frac{P_3}{P_{03}} = \frac{T_3}{T_{03}}^{\gamma/(\gamma-1)} = 0.62$ alors $P_3 = P_{03}\ 0.62 = 1.7856$ bar

et $\frac{P_2}{P_{3'}} = \frac{T_2}{T_{3'}}^{\gamma/(\gamma-1)} = 0.7255 \Longrightarrow P_2 = P_{3'}\ 0.7255 = 1.295$ bar.

$T_1 = T_{01} - \frac{V_1^2}{2\,C_p} = 2.38$ K ;

$\frac{P_1}{P_{01}} = \frac{T_1}{T_{01}}^{\gamma/(\gamma-1)} = 0.51427$ bar $\Longrightarrow P_1 = P_{01}\ 0.51427 = 0.51427$ bar.

a) Le rapport de la pression statique à travers le rotor :

$\frac{P_2}{P_1} = 2.518$

b) Le rapport de la pression statique à travers l'étage :

$\frac{P_3}{P_1} = 3.4721$

c) Le degré de réaction :

R

c) La puissance d'entrainement du rotor :

$P = \frac{W\,\dot{m}}{\eta_m} = 2015$ kW

Fiche de TD N°14

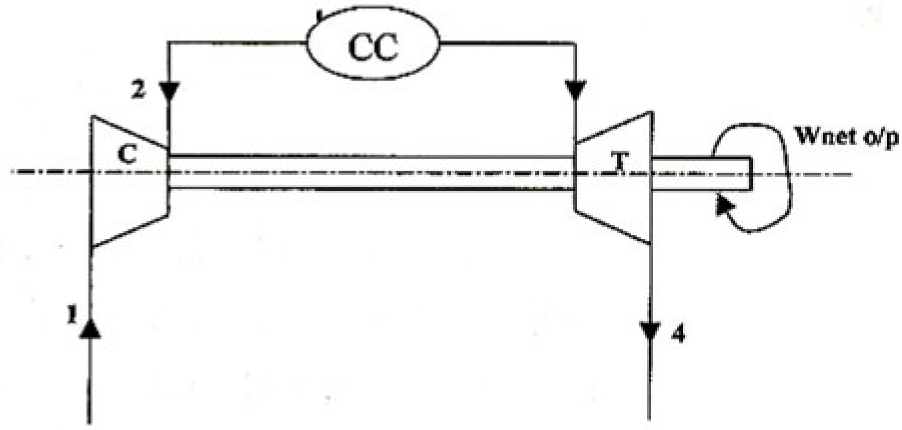
Exercice N°1

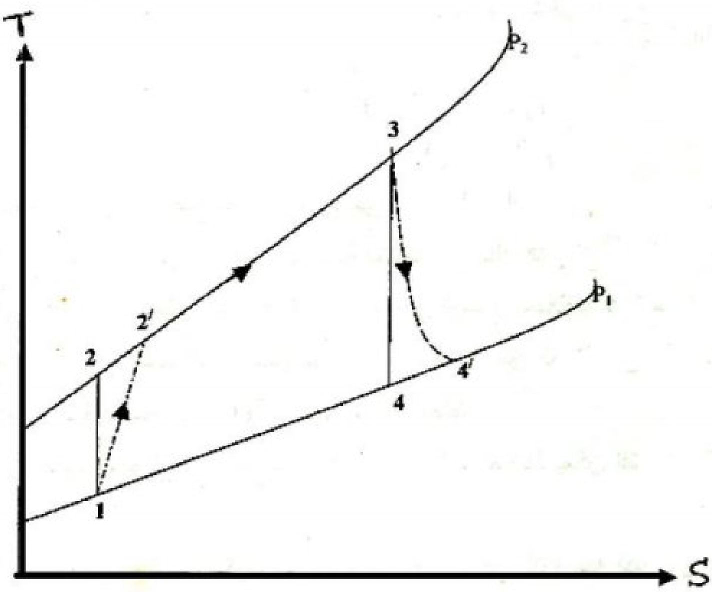
Une turbine à gaz possède les paramètres suivants : taux de compression 6/1 et une température maximale 600°C, les rendements du compresseur et de la turbine sont 82% et 85% respectivement

Déterminer la puissance de la turbine à gaz lorsque l'air pénètre dans le compresseur à 15°C avec un débit de 15 kg/s

Pour la compression CP=1,005 kJ /kg et Υ=1,4

Pour la détente CP=1,11 kJ /kg et Υ=1,333





Solution Fiche de TD N°3

Solution de l'exercice N°1

$$\frac{T_2}{T_1}=\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}$$

$$T_2=T_1\times\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}$$

$$=288\times 6^{0.4/1.4}=288\times 1.67=\underline{481\,K}$$

$$\eta_{isen,C}=\frac{T_2-T_1}{T'_2-T_1}=\frac{481-288}{T'_2-288}=\underline{0.82}$$

$$T'_2=288+235.5=\underline{523.5\,K}$$

$$\frac{T_3}{T_4}=\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}$$

$$T_4=\frac{T_3}{\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}}=\frac{873}{6^{0.333/1.333}}=\frac{873}{1.564}=\underline{558\,K}$$

$$\eta_{isen,T}=\frac{T_3-T'_4}{T_3-T_4}=\frac{873-T'_4}{873-558}=0.85$$

$$T'_4=873-268=\underline{605\,K}$$

$$w_{i/p}=c_{P_c}\,(T'_2-T_1)=1.005\,(523.5-288)$$

$$w_{i/p} = 1.005 \times 235.5 = \underline{\underline{236.2}}\,\text{k j/kg}$$

$$w_{o/p} = c_{p_g}(T_3 - T_4') = 1.11(873 - 605) = 1.11 \times 268 = \underline{297.5}\ \text{kj/kg}$$

$$W_{net\ o/p} = W_{o/p} - W_{i/p} = 297.5 - 236.2 = \underline{61.3}\ \text{kj/kg}$$

$$P = W_{net\ o/p} \times \dot{m} = 61.3 \times 15 = 920\,\text{kj/s} = \underline{\underline{920}}\ \text{kw}$$

2019 02 11

TD Turbomachine approfondie

Exo n°1:

Dans une turbine à gaz axiale mono-etagé, le rotor fonctionne à un rendement isentropique de $\boxed{85\%}$ et tourne à un regime de 12000 tr/min.

Le fluide entre dans le rotor avec une vitesse absolue de $\boxed{760\ m/s}$ sous un angle de 60° par rapport à la direction axiale. Le fluide quitte le rotor avec une direction purment axiale. La temperature totale à l'entrée du rotor est 1060°C. En assument que le fluide comme un gaz parfait et son enthalpie est exprimé par $h = Cp.\Delta T$ (avec T: La temperature en Kelvein)

On donne:

- L'exposant isentropique $\gamma = 1,4$ et la constante $R = 287\ J/kg.K$
- Le débit massique $\dot{m} = 1.20\ kg.s^{-1}$
- Le diamètre moyen du rotor est 0,8m.

On demande de:

1. Tracer l'ailette du rotor avec les triangles du vitesses à l'entrée et à la sortie.
2. Calculer la composante tangentielle de vitesse absolue à l'entrée et à la sortie.
3. Calculer le travail spécifique réel et la puissance réelle dans le rotor.
4. Calculer la chaleur spécifique du fluide C_p
5. Calculer le travail spécifique theorique dans le rotor.
6. Calculer l'enthalpie h_{02S} et la température T_{02S}.

2019.02.25

Exo n°2 :

Un système de production d'air comprimé se compose d'un compresseur centrefuge à un étage entrainé par un moteur électrique et d'un réservoir de stockage cylindrique. Le rotor du compresseur ~~électrique~~ fonctionne à un rapport de 2,5 avec un rendement isentropique (statique à statique) de 70% et il aspire de l'air au conditions $T = 15°C$ et $P = 1$ bar. Le débit massique d'air est de 1 kg/s, sa chaleur specifique $C_p = 1$ KJ/Kg.K, et l'exposant isentropique $\gamma = 1,4$. On demande de :

1. Expliquer comment evalue l'enthalpie et l'entropie d'air dans cette transformation (Justifier votre reponse).
2. Calculer la T_2 (statique) à la sortie du rotor
3. Calculer la puissance réelle consommée par le rotor.
4. Calculer le taux d'augmentation (%) de la masse volumique d'air.
5. Calculer la puissance électrique nécessaire à l'alimentation du moteur. • Quelle sont les pertes energetique dans la turbomachine
6. Dessiner une coupe axiale du compresseur.
7. Quel est le rôle de la partie de l'aubage stator dans ce compresseur.
8. Quel est le rôle de la volute dans ce compresseur.
9. Calculer la chaleur dessipée à travers les parois du reservoir d'air comprimé.

Données : - Rendement du moteur électrique 92%.

Coeff. de convection (Paroi / air comprimé) $h_1 = 80$ W/m²K.
" " " (" / air ambiant) $h_2 = 20$ W/m²K.

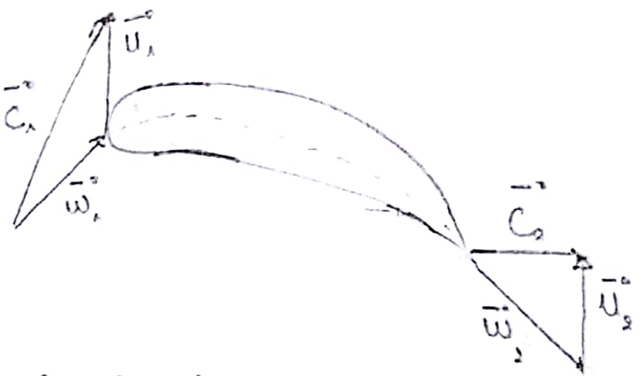
. Rendement mecanique au niveau d'arbre d'entrainnement 90%.
- Coeff. cond. (Paroi) $K = 16$ (W/m.K)
- Epaisseur du paroi Reservoir $\Delta x = 8$ mm.
- Temp. de l'air comprimé dans le réservoir $T_A = 80°C$
- Temp " " ambiant $T_B = 11°C$.

. Demension reservoir $\phi = 2,5$ m²

TD Turbomachines

Exo n°1

1. Tracez le triangle de vitesse :



2. Calculer la composante tangentielle du vitesse :

$\cancel{C_{1u} = C_1 . \sin 60}$

$$C_{1u} = C_1 . \sin 60° = \boxed{658.17 \ m/s}$$

$C_{2u} = 0$ (direction purement axiale)

3. Calculer le travail spécifique réel :

$$W = (C_{1u} . U_1 - \cancel{C_{2u} . U_2}^{\,0})$$

$$U_1 = r_1 . \omega = r_1 . \frac{2\pi N}{60} = \boxed{502.65 \ m/s}$$

$$W = C_{1u} . U_1 = \boxed{330\,829,15 \ J/kg}$$

. La puissance réel du rotor :

$$P = \dot{m} (C_{1u} . U_1 - \cancel{C_{2u} . U_2}^{\,0})$$

$$\boxed{= 396\,994,98 \ W}$$

4. Calculer C_p.

$$C_p = \frac{R\gamma}{\gamma - 1} = 1004.5 \ J/kg.K.$$

2019. 02. 18

5. Calculer le travail specifique theorique.

$$\eta_{is} = \frac{W_r}{W_{th}} \Rightarrow W_{th} = \frac{W_r}{\eta_{is}} = \frac{330,83}{0,85} = 389,21 \ kJ/kg$$

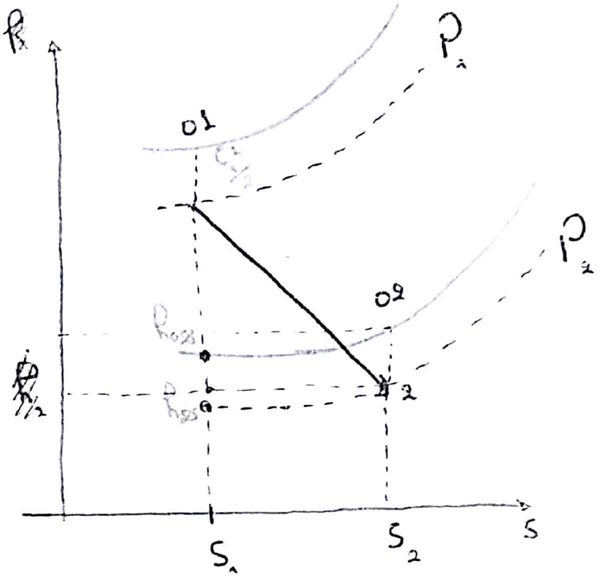
Rq :

W_r : Travail dans l'arbre.

W_{th} : energie disponible theorique du fluide.

6. Calculer h_{02s} et T_{02s} :

+ Tracer le diagramme de la variation d'enthalpie pour une turbine :



- Calculer h_{02s} :

$$W_s = h_{01} - h_{02s}$$

$$\Rightarrow h_{02s} = h_{01} - W_s = T_{01} \cdot C_p - W_s$$

$$= 949788.5 \ J/kg.$$

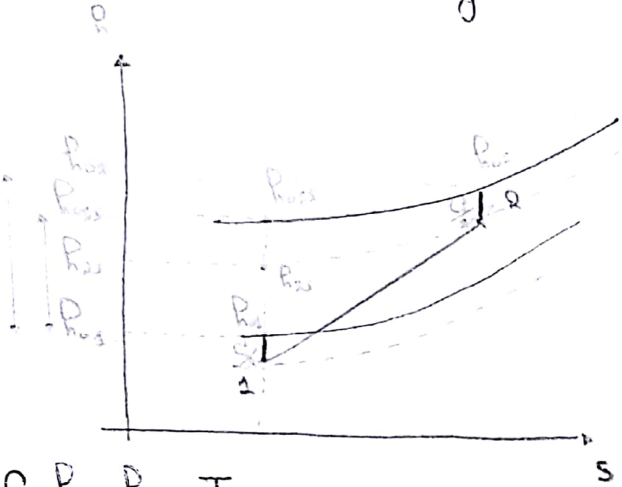
- La température T_{02s} :

$$h_{02s} = T_{02s} \cdot C_p \Rightarrow T_{02s} = \frac{h_{02s}}{C_p} = 945.53 \ °K$$

$$= 672.53 °C$$

Exo n° 2.

1. Dans cette transformation l'enthalpie augmente aussi que l'entropie (D'après le diagramme)



L'enthalpie augmente parce qu'il s'agit d'une compression réel. L'entropie augmente parce qu'il s'agit d'une transformation irréversible caractérisée par des pertes due au écoulements, turbulence et couches limites au niveau des aubages.

2. Calculer T_2 :

$$\eta_{ss} = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1} = \frac{C_p(T_{2s} - T_1)}{C_p(T_2 - T_1)} \Rightarrow T_2 = \frac{T_{2s} - T_1}{\eta_{ss}} + T_1 .$$

$$T_{2s}^{\gamma} \cdot P_2^{1-\gamma} = T_1^{\gamma} \cdot P_1^{1-\gamma} \Rightarrow T_{2s} = T_1 \cdot \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_1 \cdot \left(\frac{1}{\tau}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 374{,}18 \text{ K}.$$

$$\Rightarrow T_2 = \frac{T_{2s} - T_1}{\eta_{ss}} + T_1 = 411{,}25 \text{ K}.$$

3. Calculer la puissance réelle :

$$P_r = \omega_r \cdot \dot{m}$$

$$= (h_{2s} - h_1) \cdot \dot{m} \Rightarrow h_2 = C_p \cdot T_2 \; ; \; h_1 = C_p \cdot T_1$$

alors $P_r = C_p (T_2 - T_1) \cdot \dot{m}$

$$= 1 \times 10^3 \cdot (411{,}125 - 288) \cdot 1$$

$$P_r = 123{,}125 \text{ kW}$$

4. Calculer le taux d'augmentation :

$$\tau = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} - 1$$

Calcul de $\frac{\rho_2}{\rho_1}$

→ D'après la loi des gaz parfaits :

$$P \cdot V = m r T \Rightarrow \frac{P}{\rho} = r T \; ; \; \frac{P_1}{\rho_1} = r T_1 \text{ et } \frac{P_2}{\rho_2} = r T_2$$

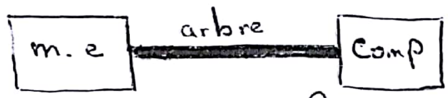
alors $\dfrac{\frac{P_2}{\rho_2}}{\frac{P_1}{\rho_1}} = \dfrac{T_2}{T_1} \Rightarrow \dfrac{P_2 \cdot \rho_1}{P_1 \cdot \rho_2} = \dfrac{T_2}{T_1} \Rightarrow \dfrac{\rho_1}{\rho_2} \cdot 2.5 = \dfrac{T_2}{T_1}$

donc $\dfrac{\rho_2}{\rho_1} = \dfrac{2.5\, T_1}{T_2} = 175.13\,\%$

Le taux d'augmentation est

$\dfrac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1} = 175.13 - 100 = 75.13\,\%$

5. Calculer la puissance ~~réelle~~ electrique :



$\eta_m = \dfrac{P_r}{P_{comp}}$; $\eta_e = \dfrac{P_{com}}{P_e}$

donc : $P_e = \dfrac{\frac{P_r}{\eta_m}}{\eta_e}$

alors on trouve : $P_e = \dfrac{P_r}{\eta_m \times \eta_e} = 148.703\ \text{KW}$.

6. La coupe axiale du compresseur.

7.

Le diffuseur :

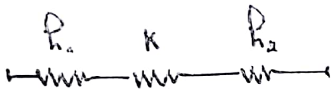
La vitesse d'Ec à la sortie du rotor d'un compresseur (ou une pompe centrefuge) est elevée, ce qui se traduit par une forme énergétique non value.

Puisque l'objectif est l'augmentation de l'energie de pression et pas l'Ec, alors pour convertir une partie de l'energie cinetique à la sortie sous forme de pression, l'ecoulement est ralenti à l'aide d'un organes appellé le diffuseur.

8. Le rôle de la volute dans ce compresseur:

La volute: doit collecte le fluide à la sortie du diffuseur pa[r] diriger vers la sortie.

9. Calculer la chaleur déssipée: ?



$$R_1 = \frac{1}{h_1 \cdot S} = \frac{1}{80 \times 2 \times 5} = 1{,}25 \times 10^{-3} \ K/W$$

$$R_2 = \frac{e}{K S} = \frac{8 \times 10^{-3}}{16 \times 2 \times 5} = 5 \times 10^{-5} \ K/W$$

$$R_3 = \frac{1}{h_2 S} = \frac{1}{20 \times 2 \times 5} =$$

le 10 06 2019

Question :

Si il existe des pertes mecaniques entre l'arbre et le rotor

Données la relation de η_{mec} pour :

1. Turbine
2. Compresseur

Rendement mecanique : Ce rendement caracterise les pertes par friction entre les composants mecanique et se traduit par une relation entre le travail specifique utile et le travail fournie ~~par ou du~~ au le rotor.

Pour une turbine le rendement mecanique est le rapport entre le travail efficace et le travail specifique fournie au rotor

Soit :

$$\eta_{mec} = \frac{\text{Energie disponible sur l'arbre}}{\text{Energie fournie sur le rotor.}}$$

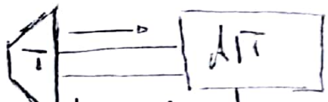
Pour un compresseur, le rendement mecanique est le rapport entre le travail specifique réel et le travail fournie au rotor. Soit :

$$\eta_{mec} = \frac{\text{Energie fournie au rotor}}{\text{Energie fournie à l'arbre.}}$$

Exercice 03 :

2. Calculer le travail specifique et la temperature T_{03s}

On a :



$$\eta_e = \frac{P_e}{P_m}$$ et puisque les pertes sont negligeable.

$$P_m = \frac{P_e}{\eta_e} \qquad P_m = P_e = \dot{m}\,w \Rightarrow w = \frac{P_e}{\dot{m}} = \cancel{33} \text{ KJ/Kg}$$

$$\text{donc } P_m = \frac{P_{ele}}{\eta_{ele}} = 14.29 \text{ KW}$$

Calcul de T_{03ss}

$$\eta_{tt} = \frac{h_{01} - h_{03}}{h_{01} - h_{03ss}} = \frac{W}{h_{01} - h_{03ss}}$$

$$\Rightarrow h_{03ss} = -\frac{W_r}{\eta_{tt}} + h_{01}$$

$$C_p T_{03ss} = -\frac{W_r}{\eta_{tt}} + C_p T_{01}$$

$$T_{03ss} = -\frac{W_r}{C_p \eta_{tt}} + T_{01}$$

$C_p = \cancel{1004}\ 997.5$ KJ/kg K

$C_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} = 997.5$

$$T_{03ss} = -\frac{47.63 \times 10^3}{997.5 \times 0.92} + (1030 + 273)$$

$= \cancel{1303.06\ K} = 1251.11\ K$

Le 17.06.2019.

3. Calcul la vitesse absolue à la sortie du rotor.

. La turbine axiale: $C_{3u} = 0 \Rightarrow C_{3a} = C$

$\dot{m} = \rho . C . A$

. Calcul de A:

$\cancel{A_3 = 2\pi L \frac{d_i}{2}} \Rightarrow \cancel{A_3 = 6.28 \times 10^{-3}\ m^2}$

$$A_3 = \pi \left(L + \frac{d_i}{2}\right)^2 - \pi \left(\frac{d_i}{2}\right)^2 = 0.014\ m^2$$

$$C = \frac{\dot{m}}{\rho_3 A_3} = \frac{0.30}{0.7 \times (\cancel{6.28 \times 10^{-3}})\ 0.014} = \cancel{68.24\ m/s}\ 30.61\ m/s$$

A_3 est la surface hachurée dans la figure.

4. Les hypothèses:

- Débit massique constante.

$\rho_2 . C_2 . A_2 = \rho_3 . C_3 . A_3$

Si $\rho_2 . A_2 = \rho_3 . A_3$ donc $C_{2a} = C_{3a} = C$.

5. Calculer les composantes de la vitesse absolue à l'entré du rotor :

$$W_e = C_{2u} \cdot U_2 - \cancel{C_{3u}} \cdot U_3$$ (à la sortie du rotor, la vitesse est purement axiale)

donc $$C_{2u} = \frac{W_e}{U_2}$$

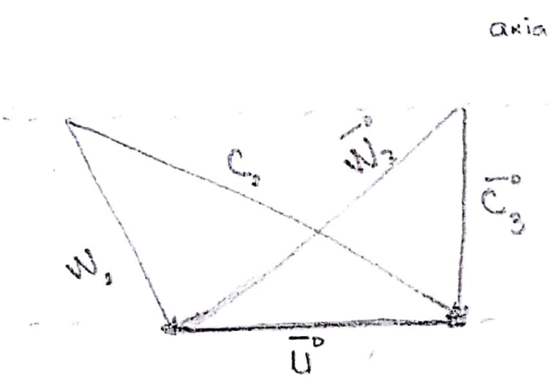
$$U_2 = 2\pi \, R_{moy} \cdot \frac{N}{60}$$

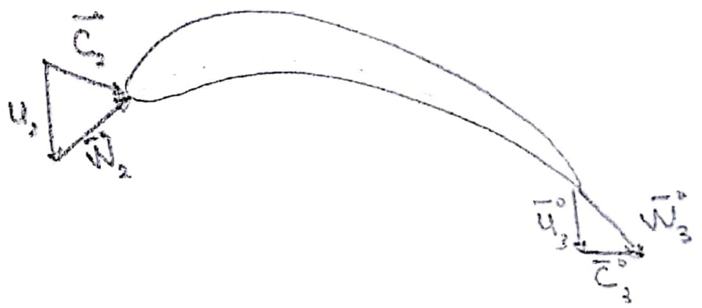
$$R_{moy} = \frac{R_e + \frac{d_i}{2}}{2} = 0{,}035 \, m$$

donc $U_2 = 293{,}06 \; m/s$

donc $$C_{2u} = \frac{47{,}63 \times 10^3}{293{,}06} = 162 \; m/s$$

6 Tracer le triangle de vitesse à l'entrée du rotor et à la sortie de l'étage :





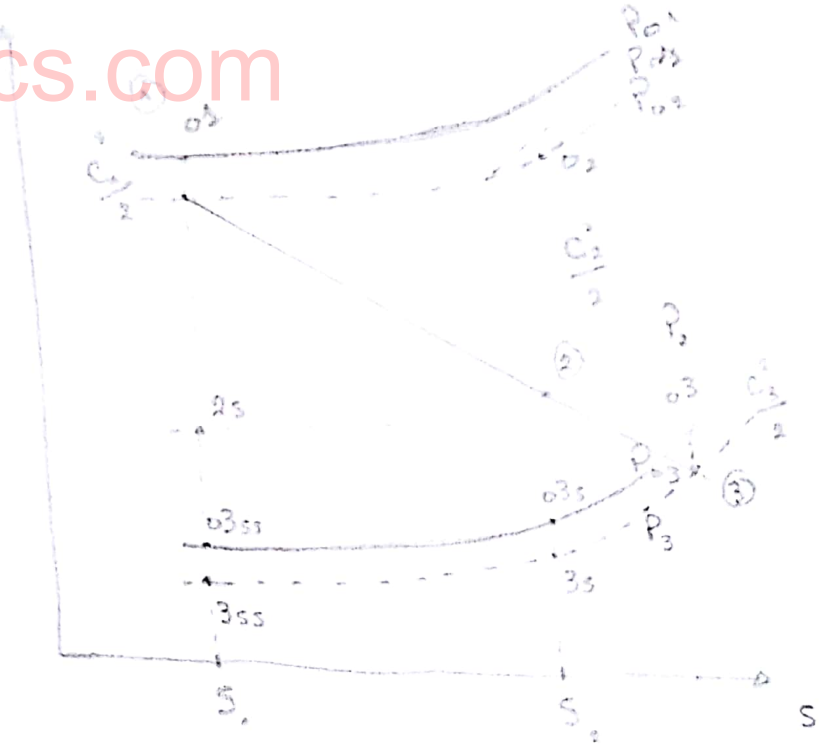
Qr : A la sortie de rotor l'écoulement est axiale c.a.d $C_{3u} = 0$. donc le travail prend la forme $W_e = C_{2u} \cdot U_2$

On calcule $U_2 = 2\pi \cdot N \times \frac{R_{moy}}{60}$ avec $N = 8000$ et $R_{moy} = (d_i + 0{,}05)/$

On calcule $C_{2u} = W_e / U_2$

La composante axiale $C_{2x} = C_3 = C_x$. deja calculé et C_3 est axiale.

A.N : $C_{2u} = 126{,}34 \; m/s$.



7. Nombre de Mach:

$$M = \frac{C^2}{\sqrt{\gamma R T_{02}}}$$

On a : $C_2 = \sqrt{C_3^2 + C_{2u}^2} = \sqrt{30{,}61^2 + 126{,}34^2}$

donc $C_2 = 130$ m/s.

et puisque $T_{02} = T_{01}$ puisque $h_{02} = h_{01}$

alors $T_{02} = T_2 + \frac{C_2^2}{2C_p} \Rightarrow T_2 = T_{02} - \frac{C_2^2}{2C_p}$

$= 1021{,}52$ m/s.

donc $M = 0{,}20 < 1$

Fiche de TD N°10

Exercice N°1

Dans une turbine à vapeur la vitesse absolue l'entrée du canal mobile est de 460 m /s, l'angle α_1= 22° et l'angle de la pale est de 33°.

La vitesse relative à la sortie et de 237, 2 m/s et l'angle de la pale est de 33° (aube symétrique)

Trouvez la vitesse relative w_1 pour que la vapeur passe sans choc.

Trouvez le travail de l'étage de cette turbine

Exercice N°2

La vitesse absolue l'entrée d'un canal mobile d'une turbine a vapeur est de 590 m / s et d'un angle de 20°. La lame tourne à 2800 tr / min et le diamètre de la lame est de 1050 mm. La vitesse axiale à la à la sortie du canal est de 155 m / s, les lames sont symétriques.

Calculer

1-La vitesse d'entrainement de la lame

2-La vitesse relative w_1 .et l'angle de la lame (aube)

3-La vitesse projetée C_{IU} et C_{2U}

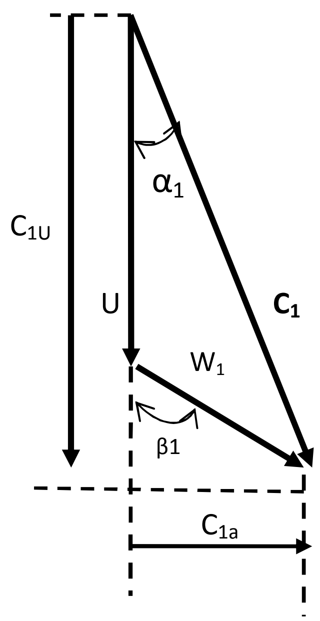
4-le travail effectué,

Solution Fiche de TD N°10

Solution de l'exercice N°1

$$C_{1U} = C_1 \cos\alpha_1 = 460 \times \cos 22 = 426,5\ m/s$$

$$C_{1a} = C_1 \sin\alpha_1 = 460 \times \sin 22 = 172,32 \text{ m/s}$$



$$tg\beta_1 = \frac{C_{1a}}{C_{1U} - U}$$

$$C_{1U} - U = \frac{C_{1a}}{tg\beta_1}$$

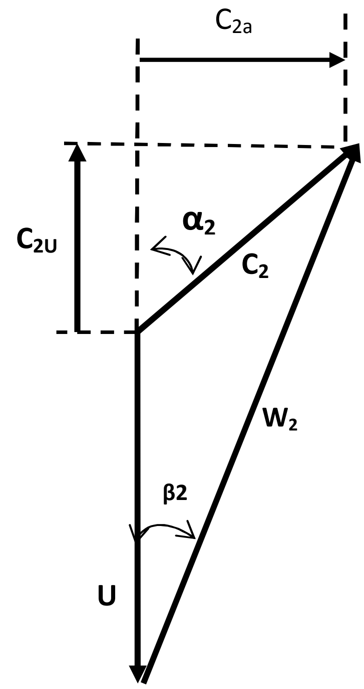
$$U = C_{1U} - \frac{C_{1a}}{tg\beta_1}$$

$$U = 426,5 - \frac{172,32}{tg33} = 161,15 \text{ m/s}$$

$$w_1^2 = U^2 + C_1^2 - 2U\,C_{1U}$$

$$w_1^2 = 161,15^2 + 460^2 - 2 \times 161,15 \times 426,5 = 100107,97$$

$$w_1 = 316,39 \text{ m/s}$$



$$C_{2a} = w_2 \sin\beta_2 = 237,2 \times \sin 33 = 129,18 \text{m/s}$$

$$-w_2 \cos\beta_2 + U = C_{2U}$$

$$C_{2U} = -237,2 \times \cos 33 + 161,15 = -37,78 \text{ m/s}$$

$$W_{12} = U(C_{2U} - C_{1U})$$

$$W_{12} = 161,15 \times (-37,78 - 426,5) = \text{-}74818,722 \text{J/kg}$$

Solution de l'exercice N°2

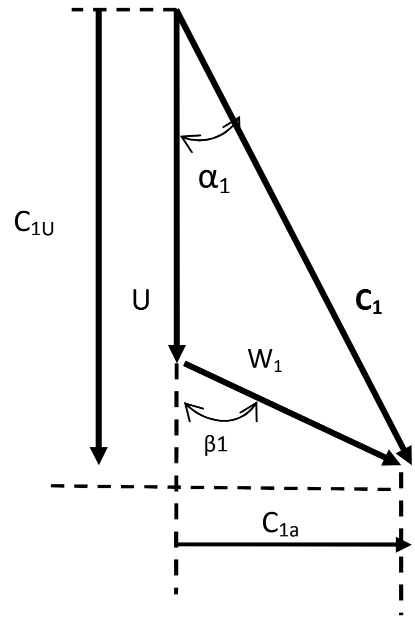
$$U = \frac{\pi\, n}{60} \times d$$

$$U = \frac{\pi \times 2800 \times 1050}{60} = 154\, m/s$$

$$w_1^2 = U^2 + C_1^2 - 2 \times U \times C_1 \cos\alpha_1$$

$$w_1 = \sqrt{U^2 + C_1^2 - 2 \times U \times C_1 \cos\alpha_1}$$

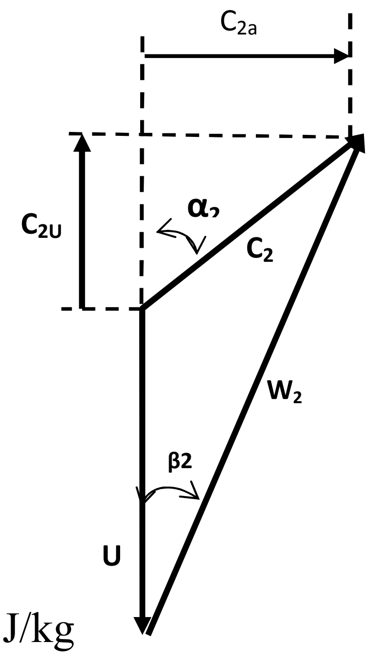
$$w_1 = \sqrt{154^2 + 590^2 - 2 \times 154 \times 590 \cos 20} = 448\ m/s$$



$$\cos\beta_1 = \frac{C_1 \sin\alpha_1}{w_1} = \frac{590 \sin 20}{448{,}4} = 0{,}45$$

$$\beta_1 = 26{,}75°$$

$$C_{1U} = C_1 \cos\alpha_1 = 590 \cos 20 = 554{,}42\ \text{m/s}$$



Condition de symétrie

$$tg\beta_2 = tg\beta_1$$

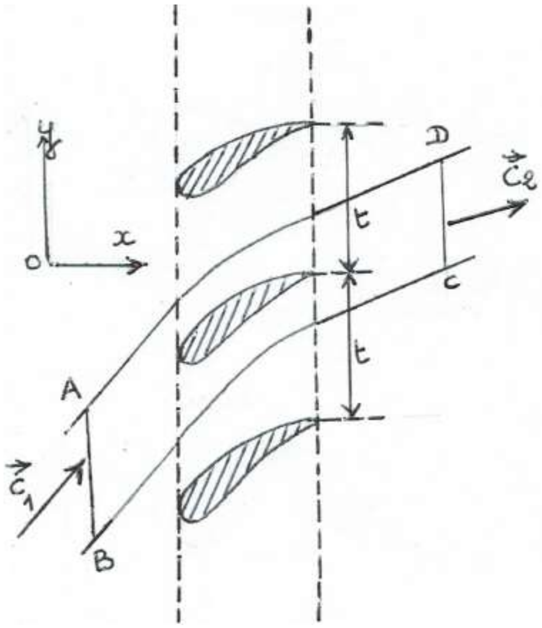
$$tg\beta_2 = tg\beta_1 = \frac{C_{2a1}}{U + C_{2U}} =$$

$$C_{U2} = 153{,}54\, m/s$$

$$W_{12} = U\left(C_{2u} - C_{1u}\right) = 154(153{,}54 - 554{,}42) = \text{-}61735{,}52 \text{J/kg}$$

Td(7)-ex(2)

Déviation progressive d’un écoulement par une grille d’aubes plane



Ex.2-Soit une grille d’aubes rectiligne à travers laquelle s’écoule un fluide en mouvement plan, permanent, irrotationnel, conservatif, et normalement aux génératrices de la grille. Les aubes se déduisent les unes des autres par la même translation $\vec{t}$. Les sections d’entrée AB et de sortie CD de largeur t sont suffisamment éloignées de la grille pour que les vitesses et les pressions $(\vec{c}_1 , P_1)$ et $(\vec{c}_2 , P_2)$ y soient respectivement constantes.

a-Calculer la réaction dynamique s’exerçant sur une aube.

b-En introduisant la vitesse moyenne géométrique $\vec{c}_m = \frac{\vec{c}_1+\vec{c}_2}{2}$, calculer la circulation Γ du vecteur vitesse le long d’un contour entourant l’aube.

c-En déduire $|\vec{R}|$ = f(Γ), en indiquant son sens.

d-Que se passe-t-il si on fixe une aube et qu’on en éloigne les autres indéfiniment.

• Objet

Ce problème a pour objet la schématisation de l’écoulement spatialement périodique à travers une grille constituée d’ailettes identiques et présentant l’aspect d’une persienne. Cette géométrie simple permet une première approche de l’étude des forces s’exerçant entre un fluide et les aubages d’une turbomachine.

• Définition

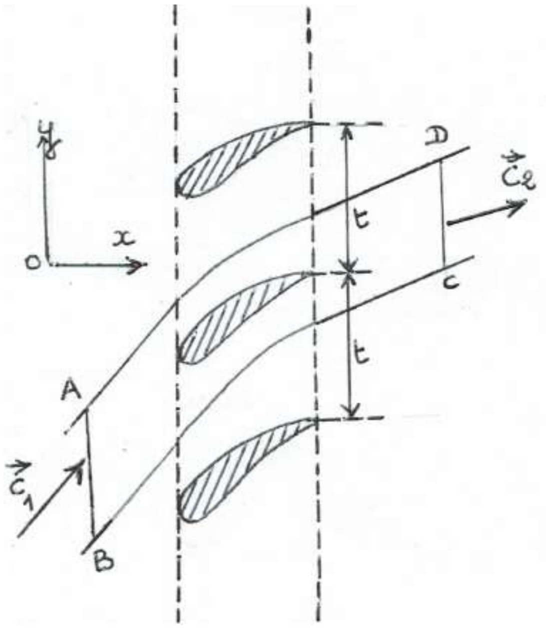
On appelle grille d’aubes rectilignes, une infinité d’aubes se déduisant les unes des autres par une translation t , appelée pas de la grille.

• Hypothèses

- Fluide parfait, incompressible, non pesant.
- Ecoulement plan (bidimensionnel), permanent, irrotationnel.
- Vitesse uniforme assez loin de la grille en amont et en aval $[\vec{c}_1, \vec{c}_2]$.
- Nombre d’aubes infini.
- La profondeur de la grille égale à l’unité $(b = 1)$.

Td(7)-ex(2)
(Solution)

Déviation progressive d'un écoulement par une grille d'aubes plane



Ex.2-Soit une grille d'aubes rectiligne à travers laquelle s'écoule un fluide en mouvement plan, permanent, irrotationnel, conservatif, et normalement aux génératrices de la grille. Les aubes se déduisent les unes des autres par la même translation $\vec{t}$. Les sections d'entrée AB et de sortie CD de largeur t sont suffisamment éloignées de la grille pour que les vitesses et les pressions $(\vec{c}_1 , P_1)$ et $(\vec{c}_2 , P_2)$ y soient respectivement constantes.

a-Calculer la réaction dynamique s'exerçant sur une aube.

b-En introduisant la vitesse moyenne géométrique $\vec{c}_m = \frac{\vec{c}_1+\vec{c}_2}{2}$, calculer la circulation Γ du vecteur vitesse le long d'un contour entourant l'aube.

c-En déduire $|\vec{R}|$ = f(Γ), en indiquant son sens.

d-Que se passe-t-il si on fixe une aube et qu'on en éloigne les autres indéfiniment.

• Objet

Ce problème a pour objet la schématisation de l'écoulement spatialement périodique à travers une grille constituée d'ailettes identiques et présentant l'aspect d'une persienne. Cette géométrie simple permet une première approche de l'étude des forces s'exerçant entre un fluide et les aubages d'une turbomachine.

• Définition

On appelle grille d'aubes rectilignes, une infinité d'aubes se déduisant les unes des autres par une translation t , appelée pas de la grille.

• Hypothèses

- Fluide parfait, incompressible, non pesant.
- Ecoulement plan (bidimensionnel), permanent, irrotationnel.
- Vitesse uniforme assez loin de la grille en amont et en aval $[\vec{c}_1, \vec{c}_2]$.
- Nombre d'aubes infini.

• Résolution

Rappel : Dérivée particulaire d'une intégrale de volume

$I = \int_V G(\vec{X}, t) dV$ G, pouvant être un scalaire, un vecteur, ou un tenseur.

$$\frac{dI}{dt} = \frac{d}{dt}\int_V G(\vec{X}, t)dV = \int_V \frac{\partial G}{\partial t}dV + \int_S G(\vec{c}.\vec{n})dS = \int_V \left[\frac{\partial G}{\partial t} + \mathrm{div}(G\vec{c})\right]dV$$

1. La forme générale du bilan de masse pour un volume de contrôle V fixe de surface frontière S :

$$G = \rho \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt}\int_V \rho dV = \int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \int_S \rho(\vec{c}.\vec{n})dS = \int_V \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathrm{div}(\rho\vec{c})\right] dV = 0 \quad (2)$$

$$\forall\, V\,,\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathrm{div}(\rho\vec{c}) = 0 \ \rightarrow \ \text{Equation de continuité} \quad (3)$$

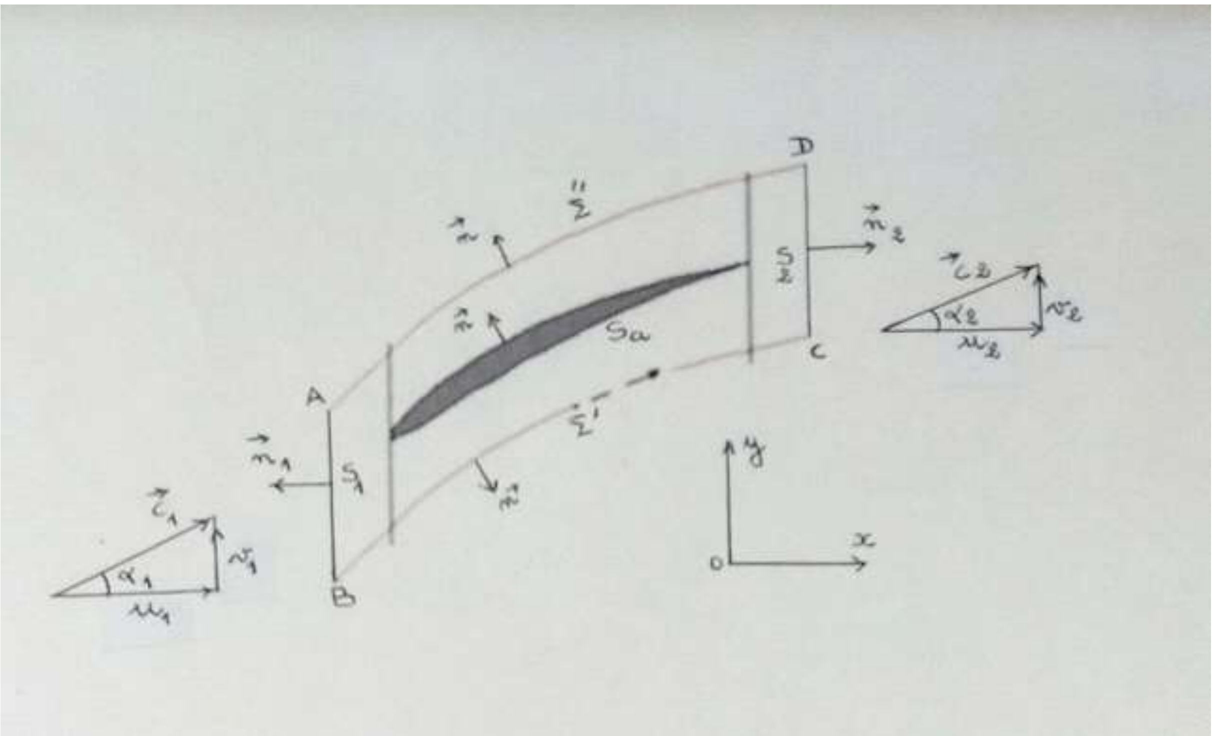
De l'équation de continuité (1), $\rho = \text{cte}$ (masse volumique) $\Rightarrow$ $\mathrm{div}\vec{c} = 0$ (4)

$$\int_V \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathrm{div}(\rho\vec{c})\right] dV = \int_V \mathrm{div}(\rho\vec{c})dV = \rho\int_V \mathrm{div}\vec{c}\, dV = \rho\int_S \vec{c}.\vec{n}dS = 0$$

D'où :

$$\int_S \vec{c}.\vec{n}dS = 0 \quad (5)$$

$$S = S_1 \cup \Sigma' \cup \Sigma'' \cup S_2 \cup S_a \quad (6)$$



AB → S_1 ; BC → Σ' ; CD → S_2 ; DA → Σ'' ; L'aube → S_a

$$\int_S \vec{c}.\vec{n}dS = \int_{S_1} \vec{c}_1.\vec{n}_1 dS + \int_{\Sigma'} \vec{c}.\vec{n}dS + \int_{\Sigma''} \vec{c}.\vec{n}dS + \int_{S_2} \vec{c}_2.\vec{n}_2 dS + \int_{S_a} \vec{c}.\vec{n}dS = 0 \quad (7)$$

Les conditions d'imperméabilité sont telles que :

$$\int_{\Sigma'} \vec{c}.\vec{n}dS = \int_{\Sigma''} \vec{c}.\vec{n}dS = 0 \ ,\ \ \Sigma' \text{ et } \Sigma'' \text{ sont des surfaces de courant} \quad (8)$$

$$\int_{S_a} \vec{c}.\vec{n}dS = 0 \quad , \text{ sur chaque ailette (car la paroi solide est imperméable)} \qquad (9)$$

D'où :

$$\int_{S_1} \vec{c}_1.\vec{n}_1 dS + \int_{S_2} \vec{c}_2.\vec{n}_2 dS = 0 \qquad (10)$$

La profondeur, b , de la grille étant supposée égale à l'unité (b=1),

$$S_1 = S_2 = b.t = 1.t \qquad (11)$$

$$\vec{n}_1 = (-1{,}0) \quad ; \quad \vec{n}_2 = (+1{,}0) \qquad (12)$$

$\vec{c}_1 = (u_1, v_1)$; $\vec{c}_2 = (u_2, v_2)$: les composantes de vitesse dans le système xy → $(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$

$$\vec{c}_1 = u_1.\vec{\imath} + v_1.\vec{\jmath} \quad ; \quad \vec{c}_2 = u_2.\vec{\imath} + v_2.\vec{\jmath} \qquad (13)$$

$$\vec{c}_1.\vec{n}_1 = u_1.(-1) + v_1.(0) = -u_1 \qquad (14)$$

$$\vec{c}_2.\vec{n}_2 = u_2.(+1) + v_2.(0) = +u_1 \qquad (15)$$

$$\int_{S_1} \vec{c}_1.\vec{n}_1 dS = \int_{S_1} [u_1.(-1) + v_1.(0)]dS = -u_1 \int_{S_1} dS = -u_1 S_1 = -u_1 t$$

$$\int_{S_1} \vec{c}_1.\vec{n}_1 dS = -u_1 t \quad \text{, Le débit volume à travers } S_1 \qquad (16)$$

$$\int_{S_2} \vec{c}_2.\vec{n}_2 dS = \int_{S_2} [u_2(+1) + v_2(0)]dS = +u_2 \int_{S_2} dS = +u_2 S_2 = u_2 t$$

$$\int_{S_2} \vec{c}_2.\vec{n}_2 dS = u_2 t \quad \text{, Le débit volume à travers } S_2 \qquad (17)$$

En substituant (16) et (17) dans la relation (10), il vient :

$$-u_1 t + u_2 t = 0 \quad \Rightarrow \quad u_1 = u_2 = u \qquad (18)$$

Compte tenu des angles de déviation α_1 et α_2 , on peut exprimer v_1 et v_2 en fonction de u :

$$\begin{cases} v_1 = u \tan \alpha_1 \\ v_2 = u \tan \alpha_2 \end{cases} \qquad (19)$$

2. L'écriture du bilan de quantité de mouvement, bien qu'un peu plus complexe, est tout à fait analogue. Pour un volume de contrôle V fixe de surface frontière S, la forme intégrale du bilan de quantité de mouvement s'écrit :

$$G = \rho\vec{c} \quad \to \quad G = \rho c_i \qquad (20)$$

$$\frac{d}{dt}\int_V \rho c_i dV = \int_V \frac{\partial(\rho c_i)}{\partial t} dV + \int_S \rho c_i (\vec{c}.\vec{n}) dS = \int_V \left[\frac{\partial(\rho c_i)}{\partial t} + d\,iv(\rho c_i \vec{c})\right] dV \qquad (21)$$

$$\frac{d}{dt}\int_V \rho\vec{c} dV = \int_V \frac{\partial(\rho\vec{c})}{\partial t} dV + \int_S \rho\vec{c}(\vec{c}.\vec{n}) dS = \Sigma\vec{F}_{ex} = \int_V \rho\vec{F}_v dV + \int_S T(\vec{n}) dS \qquad (22)$$

$\Sigma\vec{F}_{ex}$: Somme des forces extérieures de surface et de volume appliquées au volume de contrôle V de surface frontière S.

$\int_V \rho\vec{F}_v dV$: Forces de volume

$\int_S T(\vec{n})dS$: Forces superficielles normale de pression et tangentielle de viscosité

$$T(\vec{n}) = \bar{\bar{\sigma}}(\vec{n}) \tag{23}$$

$$\bar{\bar{\sigma}} = -P\bar{\bar{I}} + \bar{\bar{\tau}} \tag{24}$$

$$\bar{\bar{\tau}} = \mu\left[\overline{\overline{grad}}(\vec{u}) + \left(\overline{\overline{grad}}(\vec{u})\right)^t\right] \tag{25}$$

En introduisant (23) et (24) dans (22), il vient :

$$\frac{d}{dt}\int_V \rho\vec{c}dV = \int_V \rho\vec{F}_v dV + \int_S (-P\vec{n} + \bar{\bar{\tau}}.\vec{n})dS = \int_V \rho\vec{F}_v dV + \int_S -P\vec{n}\,dS + \int_S \bar{\bar{\tau}}.\vec{n}dS \tag{26}$$

$\int_S -P\vec{n}\,dS$: Forces superficielles normales de pression

$\int_S \bar{\bar{\tau}}.\vec{n}dS$: Forces superficielles tangentielles de viscosité

$$\frac{d}{dt}\int_V \rho\vec{c}dV = \int_V \frac{\partial(\rho\vec{c})}{\partial t}dV + \int_S \rho\vec{c}(\vec{c}.\vec{n})dS = \int_V \rho\vec{F}_v dV + \int_S -P\vec{n}\,dS + \int_S \bar{\bar{\tau}}.\vec{n}dS \tag{27}$$

$\frac{\partial(\rho\vec{c})}{\partial t} = 0$: Ecoulement permanent

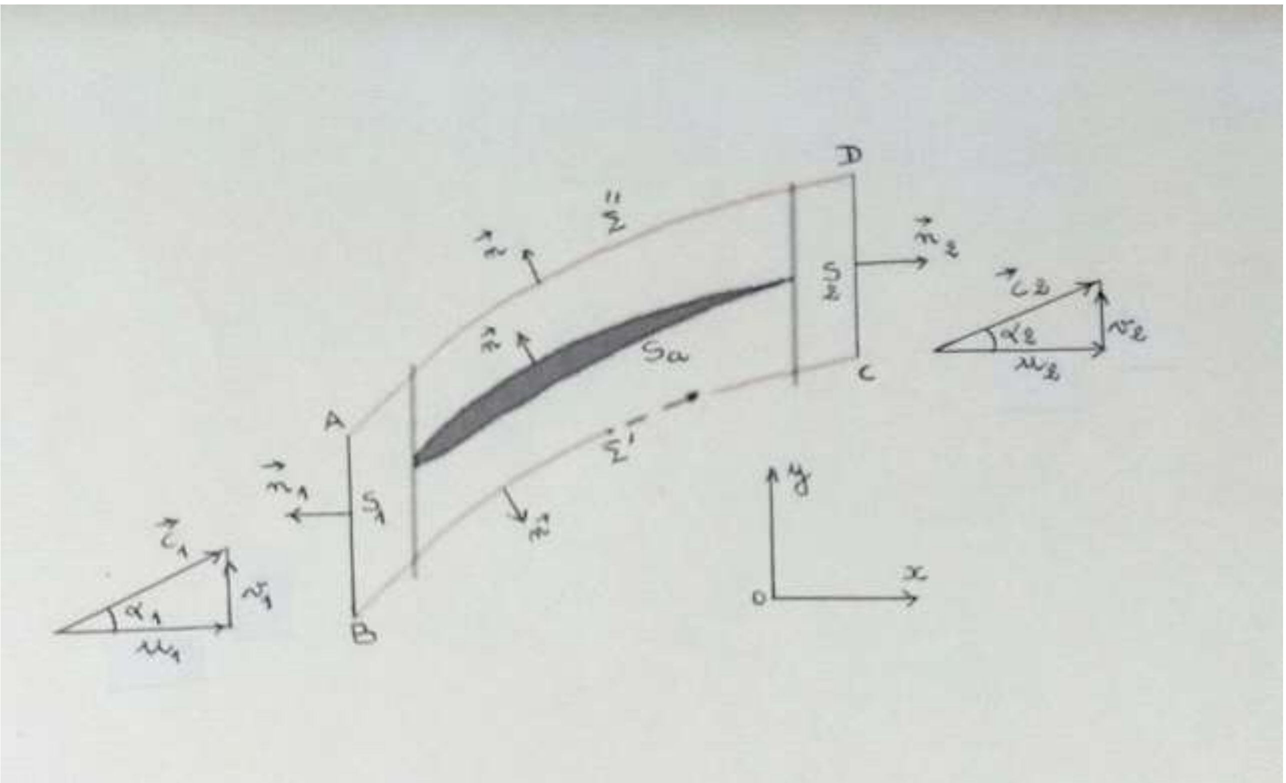
$\rho\vec{F}_v \sim 0$: Fluide non pesant (Forces de volume négligeables)

$\int_S \bar{\bar{\tau}}.\vec{n}dS \sim 0$: Fluide parfait (Ecoulement sans dissipation)

L’équation du bilan de quantité de mouvement (27) se réduit à la forme simple suivante:

$$\int_S \rho\vec{c}(\vec{c}.\vec{n})dS = \int_S -P\vec{n}\,dS \tag{28}$$

$$S = S_1 \cup \Sigma' \cup \Sigma'' \cup S_2 \cup S_a$$



$AB \rightarrow S_1$; $BC \rightarrow \Sigma'$; $CD \rightarrow S_2$; $DA \rightarrow \Sigma''$; L'aube $\rightarrow S_a$

Développons le premier membre de l'équation (28) du bilan de quantité de mouvement,

$$\int_S \rho\vec{c}(\vec{c}.\vec{n})dS = \int_{S_1} \rho\vec{c}_1(\vec{c}_1.\vec{n}_1)dS + \int_{S_2} \rho\vec{c}_2(\vec{c}_2.\vec{n}_2)dS + \int_{\Sigma'} \rho\vec{c}(\vec{c}.\vec{n})dS + \int_{\Sigma''} \rho\vec{c}(\vec{c}.\vec{n})dS + \int_{S_a} \rho\vec{c}(\vec{c}.\vec{n})\,dS \quad (29)$$

$\int_{S_a} \rho\vec{c}(\vec{c}.\vec{n})\,dS = 0$: sur chaque ailette (car la paroi solide est imperméable) (30)

Compte tenu des conditions d'imperméabilité (8) et (9) et de la condition (30) sur chaque ailette, le premier membre de l'équation (29) se réduit à :

$$\int_S \rho\vec{c}(\vec{c}.\vec{n})dS = \int_{S_1} \rho\vec{c}_1(\vec{c}_1.\vec{n}_1)dS + \int_{S_2} \rho\vec{c}_2(\vec{c}_2.\vec{n}_2)dS \quad (31)$$

Développons le second membre de l'équation (26) du bilan de quantité de mouvement,

$$\int_S -P\vec{n}\,dS = \int_{S_1} -P_1\vec{n}_1\,dS + \int_{S_2} -P_2\vec{n}_2\,dS + \int_{\Sigma'} -P\vec{n}\,dS + \int_{\Sigma''} -P\vec{n}\,dS + \int_{S_a} -P\vec{n}\,dS \quad (32)$$

$\int_{\Sigma'} -P\vec{n}\,dS + \int_{\Sigma''} -P\vec{n}\,dS = 0$: La périodicité géométrique de l'écoulement implique l'annulation des contributions sur Σ' et Σ''. (33)

$\int_{S_a} -P\vec{n}\,dS = \vec{F}$: Représente la résultante des forces extérieures exercées par chaque ailette sur le fluide en mouvement. (34)

$$\vec{F}\begin{cases}F_x\\F_y\end{cases} \quad \rightarrow \quad \vec{F} = F_x.\vec{i} + F_y.\vec{j} \tag{35}$$

Le second membre de l'équation du bilan (26) de quantité de mouvement se réduit à :

$$\int_S -P\vec{n}\,dS = \int_{S_1} -P_1\vec{n}_1\,dS + \int_{S_2} -P_2\vec{n}_2\,dS + \vec{F} \tag{36}$$

Après développement, l'équation de quantité de mouvement (28) s'écrit finalement comme suit :

$$\int_{S_1} \rho\vec{c}_1(\vec{c}_1.\vec{n}_1)dS + \int_{S_2} \rho\vec{c}_2(\vec{c}_2.\vec{n}_2)dS = \int_{S_1} -P_1\vec{n}_1\,dS + \int_{S_2} -P_2\vec{n}_2\,dS + \vec{F} \tag{37}$$

La résultante des forces extérieures $\vec{F}$ exercées par chaque ailette sur le fluide en mouvement :

$$\vec{F} = \int_{S_1} \rho\vec{c}_1(\vec{c}_1.\vec{n}_1)dS + \int_{S_2} \rho\vec{c}_2(\vec{c}_2.\vec{n}_2)dS + \int_{S_1} P_1\vec{n}_1\,dS + \int_{S_2} P_2\vec{n}_2\,dS \tag{38}$$

$$P_1\vec{n}_1 = -P_1.\vec{i} \quad ; \quad P_2\vec{n}_2 = P_2.\vec{i} \tag{39}$$

En introduisant (11), (12), (13), (14), (15), (16), (17), (18) et (39) dans (38), il vient :

$$\vec{F} = -\rho S_1 u\vec{c}_1 + \rho S_2 u\vec{c}_2 - S_1 P_1.\vec{i} + S_2 P_2.\vec{i}$$

$$\vec{F} = \rho tu(\vec{c}_2 - \vec{c}_1) + t(P_2 - P_1).\vec{i}$$

$$\vec{F} = \rho tu[(u_2.\vec{i} + v_2.\vec{j}) - (u_1.\vec{i} + v_1.\vec{j})] + t(P_2 - P_1).\vec{i}$$

$$\vec{F} = \rho tu[(u_2 - u_1).\vec{i} + (v_2 - v_1).\vec{j}] + t(P_2 - P_1).\vec{i}$$

La résultante des forces extérieures $\vec{F}$ exercées par chaque ailette sur le fluide en mouvement s'écrit finalement :

$$\vec{F} = t(P_2 - P_1).\vec{i} + \rho tu(v_2 - v_1).\vec{j} \tag{40}$$

Ou bien :

$$\vec{F}\begin{cases}F_x = t(P_2 - P_1)\\F_y = \rho tu(v_2 - v_1)\end{cases} \tag{41}$$

$\vec{R} = -\vec{F}$: Représente la résultante des forces exercées par le fluide sur chaque ailette.

$$\vec{R}\begin{cases}R_x\\R_y\end{cases} \quad \rightarrow \quad \vec{R} = R_x.\vec{i} + R_y.\vec{j} \tag{42}$$

$$\vec{R} = t(P_1 - P_2).\vec{i} + \rho tu(v_1 - v_2).\vec{j} \tag{43}$$

$$\vec{R}\begin{cases}R_x = t(P_1 - P_2)\\R_y = \rho tu(v_1 - v_2)\end{cases} \tag{44}$$

Les effets de viscosité étant négligeables, on peut appliquer le théorème de Bernoulli sous sa forme la plus élémentaire : « L'énergie mécanique de l'unité de masse de fluide $(\frac{P}{\rho}+\frac{c^2}{2})$ se conserve le long d'une ligne de courant passant de l'état amont à l'état aval ». Cette hypothèse sera justifiée si les ailettes sont assez courtes pour que les couches limites conservent une épaisseur modérée devant la largeur t du canal.

D'où :

$$P_2 - P_1 = \frac{\rho}{2}(|c_1|^2 - |c_2|^2) = \frac{\rho}{2}(v_1^2 - v_2^2) \quad (45)$$

En introduisant (45) dans l'expression (43) de la résultante $\vec{R}$ des forces exercées par le fluide sur chaque ailette, il vient :

$$\vec{R} = -\frac{\rho}{2}t(v_1^2 - v_2^2).\vec{\imath} + \rho t u(v_1 - v_2).\vec{\jmath} \quad (46)$$

$$\vec{R} = \rho t(v_1 - v_2)\left[-\frac{1}{2}(v_1 + v_2).\vec{\imath} + u.\vec{\jmath}\right] \quad (47)$$

Ou bien :

$$\vec{R}\begin{cases} R_x = -\frac{1}{2}\rho t(v_1^2 - v_2^2) \\ R_y = \rho t u(v_1 - v_2) \end{cases} \quad (48)$$

$R_x = -\frac{1}{2}\rho t(v_1^2 - v_2^2)$: La **portance** de l'ailette (ou de l'aube). (49)

$R_y = \rho t u(v_1 - v_2)$: La **trainée** de l'ailette (ou de l'aube). (50)

Notons que pour t donné, $\vec{R}$ s'annule en l'absence de déviation ($\alpha_1 = \alpha_2$ ou $v_1 = v_2$).

3. En introduisant la vitesse moyenne géométrique :

$$\vec{c}_m = \frac{\vec{c}_1 + \vec{c}_2}{2} \quad (51)$$

En introduisant (13) et (18) dans (51), il vient :

$$\vec{c}_m = \frac{1}{2}[(u_1.\vec{\imath} + v_1.\vec{\jmath}) + (u_2.\vec{\imath} + v_2.\vec{\jmath})]$$

$$\vec{c}_m = \frac{1}{2}[(u.\vec{\imath} + v_1.\vec{\jmath}) + (u.\vec{\imath} + v_2.\vec{\jmath})]$$

$$\vec{c}_m = \frac{1}{2}[(u + u).\vec{\imath} + (v_1 + v_2).\vec{\jmath}]$$

$$\vec{c}_m = u.\vec{\imath} + \frac{1}{2}(v_1 + v_2).\vec{\jmath} \quad (52)$$

Ou bien :

$$\vec{c}_m \begin{cases} c_{xm} = u \\ c_{ym} = \frac{1}{2}(v_1 + v_2) \end{cases} \tag{53}$$

Compte tenu de (48) et (53),

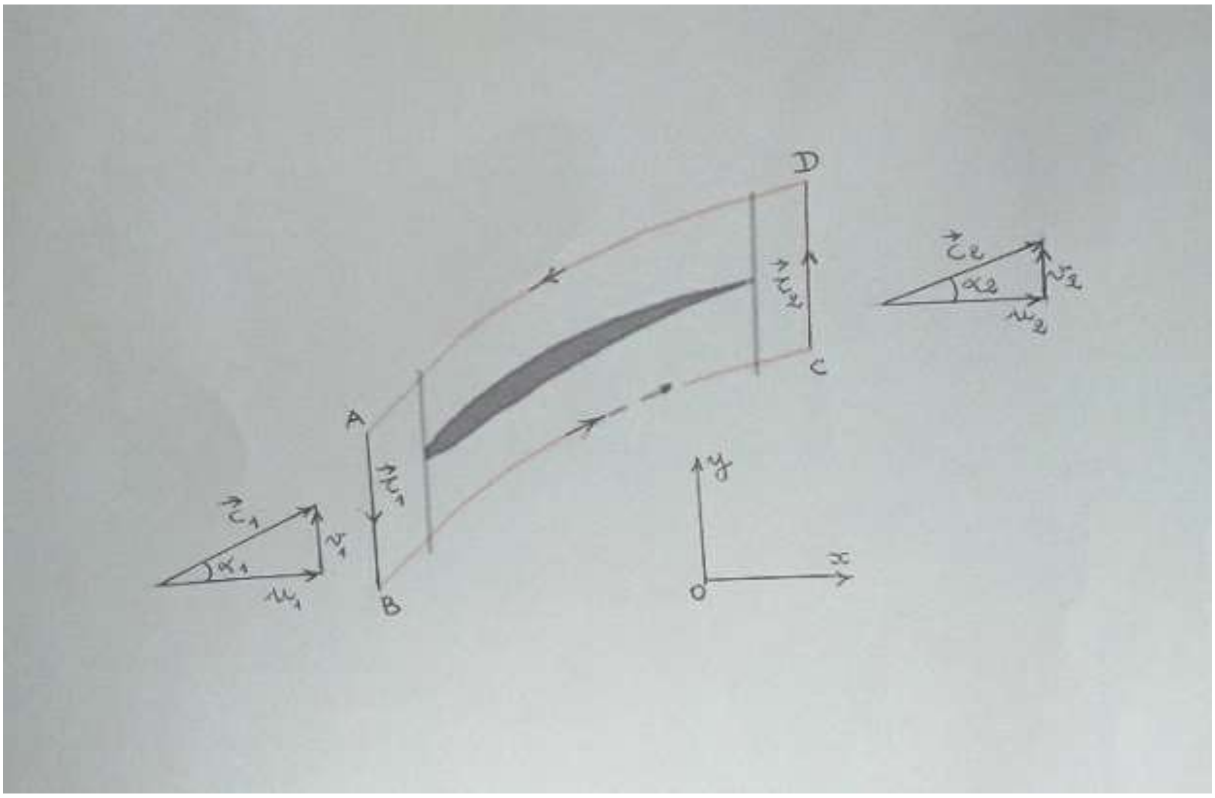
$$\vec{R}.\vec{c}_m = R_x.c_{xm} + R_y.c_{ym} \tag{54}$$

$$\vec{R}.\vec{c}_m = \rho t(v_1 - v_2)\left[-\frac{1}{2}(v_1 + v_2)u + \frac{1}{2}(v_1 + v_2)u\right] \tag{55}$$

$$\vec{R}.\vec{c}_m = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \vec{R} \perp \vec{c}_m \quad \rightarrow (\vec{R} \text{ et } \vec{c}_m \text{ sont perpendiculaires}). \tag{56}$$

En effet, Le vecteur entre parenthèses dans $\vec{R}$ s'obtient à partir de $\vec{c}_m$ par rotation de $(+\frac{\pi}{2})$.
La résultante $\vec{R}$ est donc normale à la vitesse moyenne $\vec{c}_m$ à la traversée de la grille.

4. Calculons la circulation Γ du vecteur-vitesse le long du contour $\overline{ABCDA}$ (orienté dans le sens direct) constitué de la frontière externe $[S_{ext} = \overline{AB} \cup \overline{BC} \cup \overline{CD} \cup \overline{DA}]$ du volume de contrôle.



$$\Gamma = \oint_{S_{ext}} \vec{c}.\overrightarrow{d\ell} = \int_{\overline{AB}} \vec{c}_1 \overrightarrow{d\ell}_1 + \int_{\overline{BC}} \vec{c}.\overrightarrow{d\ell} + \int_{\overline{CD}} \vec{c}_2 \overrightarrow{d\ell}_2 + \int_{\overline{DA}} \vec{c}.\overrightarrow{d\ell} \tag{57}$$

Les circulations sur $\overline{BC}$ et $\overline{DA}$ s'annulent du fait de la périodicité géométrique et,

$$\int_{\overline{BC}} \vec{c}.\overrightarrow{d\ell} = -\int_{\overline{DA}} \vec{c}.\overrightarrow{d\ell} \tag{58}$$

D'où :

$$\Gamma = \oint_{S_{ext}} \vec{c}.\overrightarrow{d\ell} = \int_{\overline{AB}} \vec{c}_1 \overrightarrow{d\ell}_1 + \int_{\overline{CD}} \vec{c}_2 \overrightarrow{d\ell}_2 \tag{59}$$

$$\overrightarrow{d\ell_1} = \vec{\tau}_1 d\ell_1 \quad \text{où} \quad \vec{\tau}_1 \text{ est la tangente unitaire à l'élément } d\ell_1 \text{ de } \overline{AB} \tag{60}$$

$$\overrightarrow{d\ell_2} = \vec{\tau}_2 d\ell_2 \quad \text{où} \quad \vec{\tau}_2 \text{ est la tangente unitaire à l'élément } d\ell_2 \text{ de } \overline{CD} \tag{61}$$

$$\Gamma = \oint_{S_{ext}} \vec{c}.\overrightarrow{d\ell} = \int_{\overline{AB}} \vec{c}_1.\vec{\tau}_1 d\ell_1 + \int_{\overline{CD}} \vec{c}_2.\vec{\tau}_2 d\ell_2 \tag{62}$$

Le long du contour $\overline{ABCDA}$ orienté dans le sens direct,

$$\text{Sur } \overline{AB} : \vec{\tau}_1 = 0.\vec{\imath} - 1.\vec{\jmath} \quad ; \quad \text{Sur } \overline{CD} : \vec{\tau}_2 = 0.\vec{\imath} + 1.\vec{\jmath} \tag{63}$$

$$\vec{\tau}_1 = (0, -1) \quad ; \quad \vec{\tau}_2 = (0, +1) \tag{64}$$

$$\vec{c}_1 = 0.\vec{\imath} + v_1.\vec{\jmath} \quad ; \quad \vec{c}_2 = 0.\vec{\imath} + v_2.\vec{\jmath} \tag{65}$$

$$\vec{c}_1 = (0, v_1) \quad ; \quad \vec{c}_2 = (0, v_2) \tag{66}$$

En introduisant (63) et (65) dans (62), il vient :

$$\Gamma = \oint_{S_{ext}} \vec{c}.\overrightarrow{d\ell} = \int_{\overline{AB}} (0.\vec{\imath} + v_1.\vec{\jmath}).(0.\vec{\imath} - 1.\vec{\jmath}) d\ell_1 + \int_{\overline{CD}} (0.\vec{\imath} + v_2.\vec{\jmath}).(0.\vec{\imath} + 1.\vec{\jmath}) d\ell_2 \tag{67}$$

$$\Gamma = -v_1 \int_{\overline{AB}} d\ell_1 + v_2 \int_{\overline{CD}} d\ell_2 \tag{68}$$

$$\int_{\overline{AB}} d\ell_1 = \int_{\overline{CD}} d\ell_2 = t : \text{Le pas de la grille d'aubes plane} \tag{69}$$

En introduisant (69) dans (68), il vient :

$$\Gamma = -v_1.t + v_2.t \tag{70}$$

La circulation Γ du vecteur-vitesse le long du contour $\overline{ABCDA}$ (orienté dans le sens direct) constitué de la frontière externe $[S_{ext} = \overline{AB} \cup \overline{BC} \cup \overline{CD} \cup \overline{DA}]$ du volume de contrôle, s'exprime finalement par :

$$\Gamma = \oint_{S_{ext}} \vec{c}.\overrightarrow{d\ell} = t(v_2 - v_1) \tag{71}$$

Compte tenu des relations (47), (52) et (70), la résultante $\vec{R}$ des forces exercées par le fluide sur chaque ailette prend la forme :

$$\vec{R} = -\rho\Gamma\vec{k} \wedge \vec{c}_m \quad \rightarrow \quad \text{Cette relation est valable } \forall \text{ le pas } t \text{ de la grille.} \tag{72}$$

En effet,

$$\vec{c}_m = u.\vec{\imath} + \frac{1}{2}(v_1 + v_2).\vec{\jmath} \quad \rightarrow \quad \vec{c}_m \begin{cases} u \\ \frac{1}{2}(v_1 + v_2) \\ 0 \end{cases}$$

$$\vec{k} \begin{cases} 0 \\ 0 \\ 1 \end{cases} \quad \rightarrow \quad \text{dans le repère orthonormé Oxyz}$$

$$\vec{k} \wedge \vec{c}_m = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 1 \\ u & \frac{1}{2}(v_1 + v_2) & 0 \end{vmatrix}$$

$$\vec{k} \wedge \vec{c}_m = -\frac{1}{2}(v_1 + v_2).\vec{i} + u.\vec{j}$$

$$\Gamma = t(v_2 - v_1)$$

$$-\rho\Gamma\vec{k} \wedge \vec{c}_m = \rho t(v_1 - v_2)\left[-\frac{1}{2}(v_1 + v_2).\vec{i} + u.\vec{j}\right] = \rho t(v_1 - v_2)\left[-\frac{1}{2}(v_1 + v_2).\vec{i} + u.\vec{j}\right] = \vec{R}$$

$$\vec{R} = -\rho\Gamma\vec{k} \wedge \vec{c}_m$$

5. Si on fait tendre t vers l'infini en conservant une circulation Γ constante, $(v_2 - v_1)$ tend nécessairement vers zéro et les vitesses $\vec{c}_1$, $\vec{c}_2$ et $\vec{c}_m$ tendent toutes vers une valeur commune $\vec{c}_\infty$. C'est le cas du profil d'aile isolé.

D'où :

$$\Gamma = \text{cte},\ t \to \infty \begin{cases} v_2 \to v_1 \\ \vec{c}_1 \to \vec{c}_2 \to \vec{c}_m \to \text{la même valeur } \vec{c}_\infty \end{cases} \tag{73}$$

En effet, des relations (13), (15), (18), (51), (52) et (70) :

$$\vec{c}_1 = u_1.\vec{i} + v_1.\vec{j}$$

$$\vec{c}_2 = u_2.\vec{i} + v_2.\vec{j}$$

$$u_1 = u_2 = u$$

$$\vec{c}_1 = u.\vec{i} + v_1.\vec{j}$$

$$\vec{c}_2 = u.\vec{i} + v_2.\vec{j}$$

$$\vec{c}_m = \frac{\vec{c}_1 + \vec{c}_2}{2} = u.\vec{i} + \frac{1}{2}(v_1 + v_2).\vec{j}$$

$$\Gamma = -v_1.t + v_2.t$$

Il vient :

$$\Gamma = \text{cte},\ t \to \infty \begin{cases} v_2 \to v_1 \\ \vec{c}_1 \to \vec{c}_2 \to \vec{c}_m \to \text{la même valeur } \vec{c}_\infty \end{cases}$$

Conséquence :

La résultante des forces exercées par le fluide incompressible s'écoulant autour d'un profil isolé est donc égale à : $[-\rho\Gamma\vec{k} \wedge \vec{c}_\infty]$. Ce résultat très classique dans la théorie de l'aile est connu sous le nom de « théorème de Kutta-Joukowski ».

• Application numérique :

$\rho = 1\ \mathrm{g/cm^3}$; $u = 10\ \mathrm{m/s}$; $t = 2\mathrm{cm}$; $\alpha_1 = 60°$; $\alpha_2 = 45°$.

Calculer $(p_2 - p_1)$ et $\vec{R}$.

Fiche de TD N°13

EXERCICE N°1

Les aubes mobiles et fixes sont de forme identique dans une turbine à réaction. La vitesse absolue de vapeur sortant de la lame fixe est de 105 m/s, et la vitesse de la lame est de 40 m/s. L'angle de lame fixe (nozzle) est de 20°. Supposons que la vitesse axiale soit constante à travers l'étage. Déterminez la puissance en chevaux développée si le débit de vapeur est de 2 kg /s.

EXERCICE N°2

Un compresseur à écoulement axial a un diamètre extérieur 0,9 m et le diamètre de moyeu est de 0,42 m, fonctionne à 5400 tr / min. Les angles des vitesses absolues à l'entrée et à la sortie sont 28° et 58° respectivement. La masse volumique de l'air est de 1,5 kg / m^3

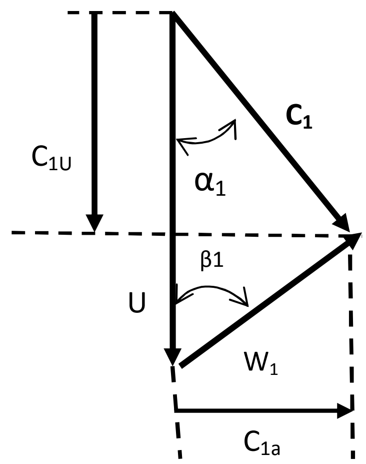
$\alpha_1=\beta_2$

Calculer

1- Le débit massique,
2- Le travail absorbé par le compresseur.
3- La puissance du compresseur

Solution Fiche de TD N°13

Solution de l'exercice N°1



$$U = \frac{\pi n}{60} \times d$$

$$U = \frac{\pi \times 5400 \times 0{,}9}{60} = 254{,}5\ m/s$$

$$tg\alpha_1 = \frac{C_{1a}}{C_{1U}}$$

$$tg\beta_1 = \frac{C_{1a}}{U - C_{1U}}$$

$$U \times tg\beta_1 - C_{1U} \times tg\beta_1 = C_{1U} \times tg\alpha_1$$

$$U \times tg\beta_1 = C_{1U} \times (tg\alpha_1 + tg\beta_1)$$

$$C_{1U} = \frac{U \times tg\beta_1}{(tg\alpha_1 + tg\beta_1)}$$

$$C_{1U} = \frac{254{,}5 \times tg58}{(tg28 + tg58)} = 191\ \mathrm{m/s}$$

$$C_{1a} = C_{1U} \times tg\alpha_1$$

$$C_{1a} = 101{,}55$$

Le débit massique

$$q_m = \rho \times C_{1a} \times S$$

$$S = \frac{\pi}{4}(0{,}9^2 - 0{,}42^2) = 0{,}497628\ \mathrm{m}^2$$

$$q_m = 1{,}5 \times 101{,}55 \times 0{,}497628 = 75{,}80\ \mathrm{kg/s}$$

Solution de l'exercice N°2

Pour une turbine à réaction (degré de réaction et de 0,5

$$C_{1U} = C_1 \cos\alpha_1 = 105\cos 20 = 98{,}6\,\text{m/s}$$

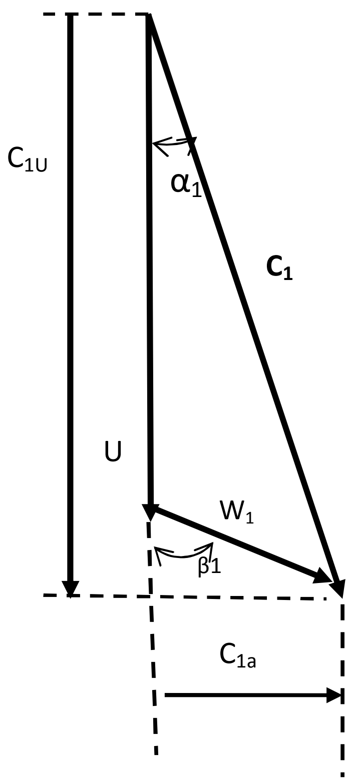
$$w_1 = \sqrt{U^2 + C_1^2 - 2\times U\times C_{1U}} = \sqrt{105^2 + 40^2 - 2\times 105\times 98{,}6} = 68{,}79\ \text{m/s}$$

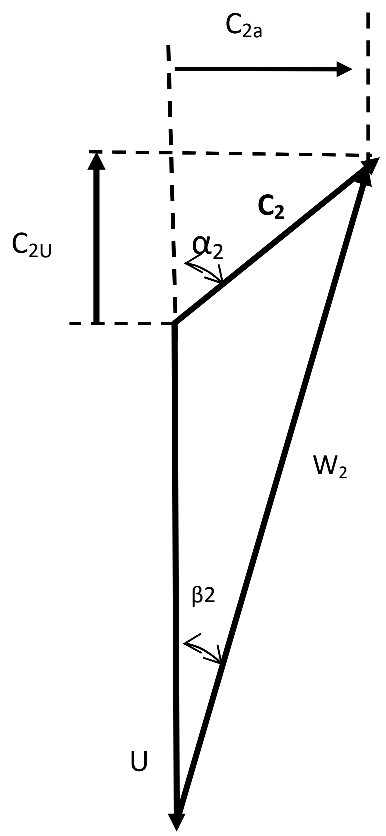
$$\cos\beta_1 = \frac{C_{1U} - U}{w_1} = \frac{98{,}6 - 40}{68{,}79} = 0{,}8518$$

$$\cos\beta_1 = 31{,}58°$$

La puissance

P=16,89 chevaux





Fiche de TD N°4

Exercice N°1

Voici les caractéristiques de la vapeur à l'entrée d'un canal mobile de turbine : le rayon moyen du canal est r = 0,35m ; n=3000 tr/min.

$\alpha_1 = 17°$, angle de la vitesse absolue C_1 avec U.

1) Construire le triangle des vitesses à l'entrée et déterminer les éléments inconnus de ce triangle (U_1, w_1, C_{1u}, β_1) sachant que C_1 =220 m/s

2) si la vitesse projetée $\beta_2 = \beta_1$ et $w_2 = w_1$

Calculer C_{2U}, α_2 et C_2

3) Calculer le travail échangé W_{1-2} (J/kg)

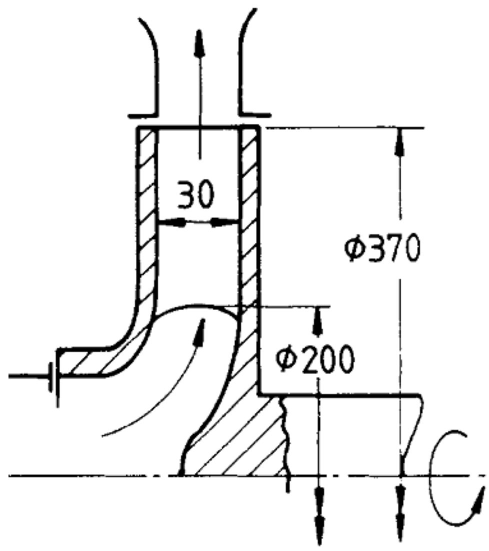
Exercice N°2

Une pompe Centrifuge tourne à 1470 tr/min et délivre 100 l/ s avec un changement d'énergie spécifique (travail de la roue) de 470 J /kg.

La vitesse absolue à l'entrée du canal est dirigée suivant le rayon

Construire les triangles des vitesses et déterminer :

- les vitesses d'entraînements U_1 et U_2
- les vitesses radiales C_{1r} et C_{2r}



Solution de l'exercice N°1

La construction des triangles de vitesses

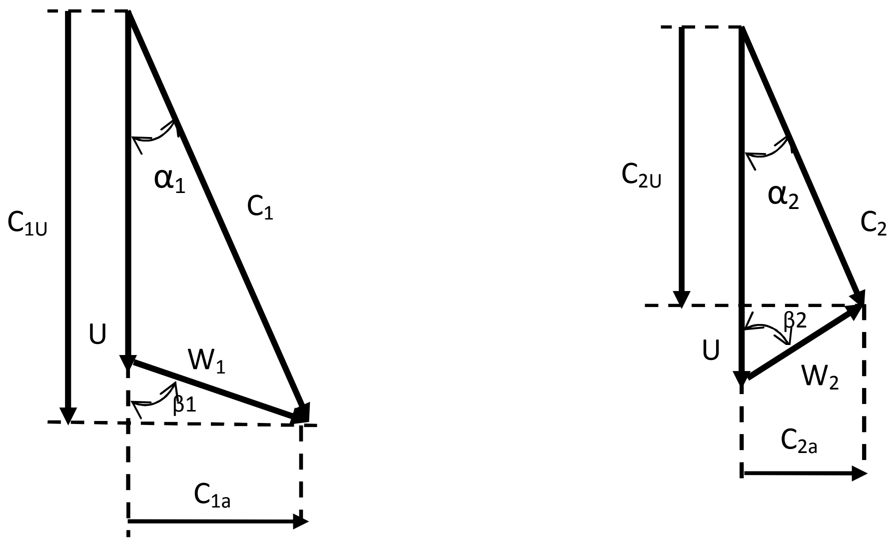


Figure 1

$$U = \omega \times r$$

avec $\omega = \dfrac{2\pi\, n}{60}$

$$U = \frac{2\pi\, n}{60} \times r = \frac{2\pi\, 3000}{60} 0{,}35 = 109{,}95 \text{ m/s}$$

$$C_{1U} = C_1 \cos\alpha_1 = 220\cos 17 = 210{,}38 \text{ m/s}$$

$$w_1 = \sqrt{U^2 + C_1^2 - 2\times U \times C_{1U}} = \sqrt{109{,}95^2 + 220^2 - 2\times 109{,}95 \times 210{,}38} = 119{,}27 \text{ m/s}$$

$$\cos\beta_1 = \frac{C_{1U} - U}{w_1} = \frac{210{,}38 - 109{,}95}{119{,}27} = 0{,}842$$

$$\beta_1 = 32{,}6°$$

$w_2 = w_1 = 119{,}27 \text{m/s}$; $U = U_2 = U_1 = 109{,}95 \text{ m/s}$; $\beta_2 = \beta_1$

la vitesse projetées C_{2a}

$$C_{2a} = w_2 \sin\beta_2 = 119{,}27 \times \sin 32{,}6 = 64{,}26 \text{ m/s}$$

$$C_{2U} = U - w_2 \cos\beta_2 = 109{,}95 - 119{,}27 \times \cos 32{,}6 = 9{,}47 \text{ m/s}$$

$$C_2 = \sqrt{C_{2U}^2 + C_{2a}^2} = \sqrt{9{,}47^2 + 64{,}26^2} = 64{,}95 \text{ m/s}$$

$$\cos\alpha_2 = \frac{C_{2U}}{C_2} = \frac{9{,}47}{64{,}95} = 0{,}1457$$

α_2=81,6°

le travail échangé $W_{1\text{-}2}$

$$W_{12} = U(C_{2u} - C_{1u}) = 109{,}95(9{,}47 - 210{,}38) = -22090{,}0545 \text{ J/kg}$$

$$W_{1-2} = -22{,}090 \text{ kJ/kg}$$

Solution de l'exercice N°2

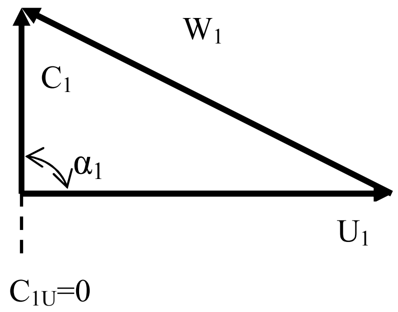
- les vitesses d'entraînements U_1 et U_2

$$U_1 = \omega \times r_1$$

et

$$U_2 = \omega \times r_2$$

avec $\omega = \dfrac{2\pi\, n}{60}$



$$U_1 = \frac{2\pi 1470}{60} \times 0{,}1 = 15{,}39\, m/s$$

$$U_2 = 28{,}48\, m/s$$

- les vitesses radiales C_{1r} et C_{2r}

$$C_{1r} = \frac{Q_v}{\pi \times D_1 \times b_1} = \frac{0{,}1}{\pi \times 0{,}2 \times 0{,}03} = 5{,}31\, m/s$$

$$C_{2r} = \frac{Q_v}{\pi \times D_2 \times b_2} = \frac{0{,}1}{\pi \times 0{,}37 \times 0{,}03} = 2{,}87\, m/s$$