الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الشهيد حمه لخضر- الوادي

كلية العلوم الاجتماعية والإنسانية
قسم العلوم الاجتماعية

دروس وتطبيقات في الإحصاء الاستدلالي

موجهة لطلبة الفوجين(الأوّل والخامس) من سنة أولى علوم اجتماعية الدفعة(أ)

إعداد الأستاذ:
د. خليفة زواري أحمد

السنة الجامعية:2022/2021

مدخل حول طبيعة المادة

تعتمد البحوث النفسية والتربوية على جانب ميداني إجرائي هدفه جمع البيانات وتلخيصها وتمثيلها وعرضها، ثم تحليلها وتفسيرها وفق أساليب احصائية معينة، للتوصل إلى اتخاذ القرارات المناسبة في شكل تقديري لمعالم المجتمع(Estimation)، أو التعميم بشأن صحة هذه التقديرات من خلال قبول أو رفض الفرضيات الاحصائية.

1.التحليل الاستدلالي للبيانات الاحصائية: ويركز هذا النوع من التحليل الاحصائي للوصول إلى استنتاجات ودلائل حول خصائص المجتمع المدروس عن طريق البيانات المتوفرة من العينة المسحوبة من المجتمع المراد تقدير معالمه أو اختبار فرضيات بشأنه، أي أنه يهدف إلى التعميم من العينة إلى المجتمع. لهذا فإن التحليل الاستدلالي للبيانات الاحصائية في محتوى هذه المادة سيركز على عرض الاختبارات الاستدلالية البارامترية واللابارامترية المتعلقة بالفروق بين المتوسطات لعينة واحدة ولعينتين، والكشف عن دلالة معاملات العلاقات الارتباطية.

2.المجتمع الاحصائي(Population):

وهو جميع المفردات المحدودة أو غير المحدودة، تحمل خاصية أو مجموعة خصائص مشتركة ذات أهمية خاصة لدراسة علمية.

3. العينة(Sample):

وهي جزء من المجتمع الإحصائي تختار بحيث تمثل جميع خصائص وصفات المجتمع الإحصائي. لذلك يراعى أن تكون هذه العينة مختارة بطريقة عشوائية، لأن صدق النتائج وتعميمها على المجتمع الاحصائي، يتوقف على مدى تمثيل العينة للمجتمع المأخوذة منه نوعاً وكماً.

مثال: إذا كان لدينا(400) طالب يدرسون تخصص علم النفس المدرسي، ثم اخترنا منهم(50) طالب لإجراء دراسة. ففي هذه الحالة فإن(400) طالب تخصص علم النفس المدرسي يمثلون المجتمع، و(50) طالب يمثلون العينة.

4. البيانات(Data):

وهي مجموعة قياسات أو مشاهدات مأخوذة أثناء دراسة معينة، وقد تكون هذه البيانات نوعية أو كمية.

1.4.البيانات النوعية(Categorical Data):

نحصل على هذا النوع من البيانات عندما تكون الخاصية موضع الدراسة هي خاصية نوعية، يمكن تصنيفها حسب أصناف أو أنواع، وليس بقياسات عددية.(i) أي أن البيانات النوعية أرقام وظيفتها الترميز والتصنيف فقط ليس لديها مدلول كمي. مثل: نوع جنس الأفراد(ذكور– اناث)، الجنسية(جزائري، الماني..)، الحالة الاجتماعية(متزوج، أعزب..) المستوى الاقتصادي للأسر(مرتفع – متوسط – منخفض).

2.4.البيانات الكمية(Qualitative Data):

نحصل على هذا النوع من البيانات عندما تكون الخاصية موضع الدراسة هي خاصية قابلة للقياس على مقياس عددي. أي أن البيانات الكمية أرقام لها مدلول كمي. مثل أطوال أو أعمار مجموعة طلبة، عدد أفراد أسرة، درجات الحرارة.....

5.مستويات القياس(Scales of Measurement):

مصطلح القياس يستخدم كثيراً في العلوم النفسية والتربوية، بواسطته نستطيع أن نحدد مقدار ما يمتلكه الفرد من السمة أو الخاصية المقاسة. أي أن القياس يعني تحديد أرقام طبقاً لقواعد معينة. ويمكن تصنيفه إلى أربعة مستويات تتدرج حسب إمكانية معالجتها رياضياً.

1.5.القياس الاسمي(Nominal Scale):

يستخدم هذا النوع أو المستوى من المقاييس الأرقام لتحديد الفئات التي ينتمي إليها الأفراد أو الأشياء، ومثال ذلك نرمز لفئة الذكور بالرمز(1) وفئة الاناث بالرمز(2)، حيث أن الصيغة الرياضية الوحيدة التي تطبق على الميزان الإسمي هي صيغة العد، أي مجرد عد الأفراد أو الأشياء في كل فئة، ولا يمكن تطبيق العمليات الحسابية الأربعة على هذا النوع من الموازين.

2.5.القياس الرتبي(Ordinal Scale):

يستخدم هذا النوع من المقاييس بالإضافة إلى ما يتضمنه مستوى القياس الاسمي الأعداد في ترتيب الأفراد أو الأشياء ترتيباً تنازلياً أو تصاعدياً، يعني أن المقياس الرتبي يسمح بالمفاضلة، أي تنظيم البيانات في مراتب متتالية حسب أطوالها أو تقديراتها، كأن نرتب أربعة تلاميذ وفق تقديرات نتائج تحصيلهم(ممتاز، جيد، متوسط، ضعيف).

3.5.قياس المسافات(Interval Scale):

ما يميز مقياس المسافات على المقياس الرتبي وهو بإمكاننا تقدير المسافة التي تفصل بين درجتين اثنين. وهذا المستوى من المقاييس يستخدم كثيراً في القياس النفسي والتربوي فنحن لا نقيس الذكاء أو الميول أو القلق، وانما نقيس الفرق الحقيقي بين ذكاء شخصين طُبق عليهما نفس مقياس الذكاء لأن الصفر في هذا المقياس لا يعني انعدام السمة عند الأفراد. فالطالب المتحصل على صفر في مقياس الاحصاء لا يعني أن مكتسباته المعرفية في الاحصاء معدومة.

4.5.القياس النسبي(Ratio Scale):

يمكن استخدام العمليات الحسابية الأربعة(جمع، طرح، ضرب، قسمة) في هذا المستوى من القياس، ويتميز مستوى القياس النسبي عن بقية المستويات السابقة بوجود نقطة صفر حقيقي، فهو المقياس الذي يقيس الأبعاد كالطول والوزن والحجم[ii].

6-مقاييس العلاقة.

ينصبُ الاهتمام عند دراسة مقاييس النزعة المركزية أو مقاييس التشتت حول تحليل بيانات ظاهرة أو متغير واحد، أي أن البيانات التي كنا نعالجها احصائياً كانت قياسات موضوع ظاهرة أو متغير ذو بعد واحد، تم تسجيلها عن مجموعة من الأفراد، فمثلاً كانت البيانات عن درجات مجموعة من الطلبة في أحد الاختبارات التحصيلية أو النفسية، ثم حساب مقاييس النزعة المركزية لها أو مقاييس التشتت.

ولكن كثيراً ما يحتاج الباحث في الحياة العملية إلى مقاييس تقيس التغير الاقتراني بين متغيرين أو أكثر لمعرفة مقدار ومدى الاقتران أو الارتباط بينها ونوع هذا الارتباط، مثلاً كأن يريد الباحث معرفة العلاقة بين الذكاء والتحصيل الدراسي لدى عينة من التلاميذ، ففي هذه الحالة تسجل قيمتين عن كل تلميذ، الأولى درجة قياس الذكاء والثانية درجة قياس التحصيل الدراسي، وبذلك نكون قد سجلنا زوجاً مرتباً من القيم(أو الدرجات) عن كل تلميذ، فإذا عبرنا عن درجات قياس الذكاء بالرمز(x) ودرجات قياس التحصيل بالرمز(y) فيكون لدينا(n) من الأزواج المرتبة: $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), ..., (x_n, y_n)$.

وبدراسة هذه العينة من الأزواج المرتبة(x, y) نريد الإجابة على السؤالين التاليين:

-هل تشكل الأزواج المرتبة من هذه القيم علاقة بين المتغيرين؟.

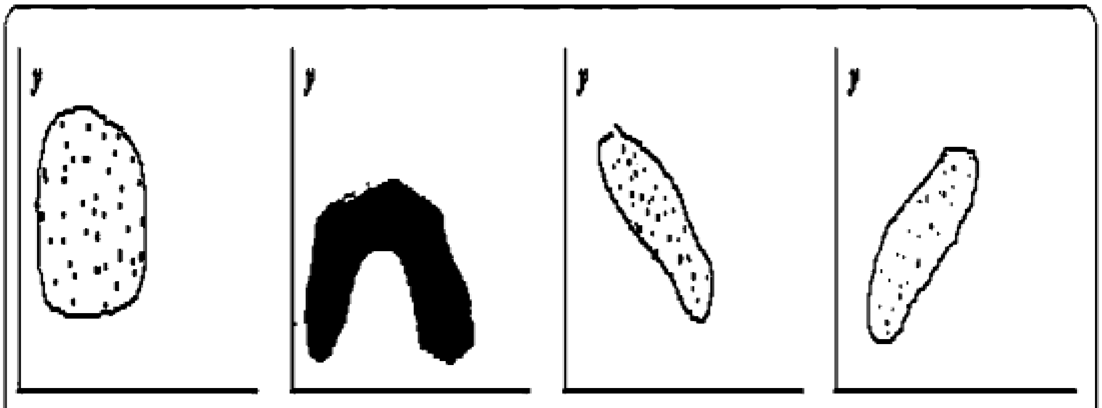
-هل تشكل الأزواج المرتبة من هذه القيم سحابة انتشار خطية؟.

وبعبارة أخرى هل يرتبط أحد المتغيرين بالآخر؟، وإن وقع هذا الارتباط فإنه يأخذ أحد الأشكال التالية:

- المتغيران المقترنان يتغيران معاً في نفس الاتجاه، بمعنى إذا زاد أحدهما، زاد معه الآخر. ففي هذه الحالة فإن العلاقة بينهما تكون طردية والارتباط بينهما يكون موجباً. كأن نقول العلاقة بين الذكاء والتحصيل الدراسي، أي كلما زادت درجة الذكاء عند المتعلم زادت معه درجة التحصيل.
- المتغيران المقترنان يتغيران معاً في اتجاه معاكس، بمعنى إذا زاد أحدهما، نقص الآخر. ففي هذه الحالة فإن العلاقة بينهما تكون عكسية والارتباط بينهما يكون سالباً. كأن نقول العلاقة بين عدد الغياب والتحصيل الدراسي، أي كلما زاد عدد الغياب عند المتعلم تدنت معه درجة التحصيل.

وتختلف العلاقات الارتباطية بين المتغيرات من حيث القوة، فقد تكون العلاقة قوية أو متوسطة، أو ضعيفة، أو معدومة.

إن التمثيل البياني للمتغيرين(x) و(y) يعطينا معلومات إضافية تتعلق بتبعية أو استقلالية المتغيرين. فإذا كان المتغير(y) مرتبط بالمتغير(x)، فإن إحداثيات القيم التي تأخذها الثنائية المرتبة(x_i, y_i) تكوّن ما يسمى بلوحة الانتشار، حيث تتوزع النقاط بطريقة تمكننا من تحديد الاتجاه العام لسحابة الانتشار التي تأخذ الأشكال التالية:



أرتباط خطي موجب قوي (a) – أرتباط خطي سالب قوي (b) – أرتباط غير خطي موجب قوي (علاقة غير خطية)(c) – لايوجد ارتباط لاتوجد علاقة (d)

يتضح في الحالة الأولى من خلال الشكل(a) يكون الارتباط موجباً، وفيه تزداد قيم المتغيرين(x) و(y) معاً، فكلما كبرت x و كبرت معهاy.

وفي الحالة الثانية من خلال الشكل(b) يكون الارتباط سالباً، وفيه تصغر قيم المتغير (y) كلما كبرت قيم المتغير(x).

والحالة الثالثة من خلال الشكل(c) يكون الارتباط غير خطي، ولا يعني عدم وجود ارتباط على الاطلاق، ولكن الزوج المرتب (x_i , y_i) لا يتبع نمط سحابة الانتشار الخطية.

أما الحالة الرابعة كما هو واضح من خلال الشكل(d) فإن قيم المتغير(y) لا تتبع نمطاً محدداً في الزيادة أو النقصان عند ازدياد قيم المتغير(x)، مما يدل على عدم وجود علاقة ارتباطية بين المتغيرين(x) و(y)، أو أن العلاقة بينهما ضعيفة. مثال: كالعلاقة بين الدخل الشهري للفرد وطول قامته[iii].

1-6-معامل ارتباط بيرسون الخطي(Pearson Coefficient of Línea Correlation):

معامل الارتباط الخطي هو مقياس قوة العلاقة الخطية بين المتغيرين، وهو يقيس مقدار التغير والتأثير الذي يطرأ على(y) عندما يزداد(x) مقداراً معيناً، إنه يعطي فكرة فيما إذا كانت y تزداد كلما ازدادت x، أو أنها تنقص كلما ازدادت x، أو أنها لا تتبع نمطاً محدداً في الزيادة والنقصان.

ومعامل ارتباط بيرسون الخطي لمجموعة n من الأزواج المرتبة$(x_1,y_1),(x_2,y_2),.....(x_n,y_n)$ ونعبر عنه بالرمز r_p، ولإيجاد قيمته نتبع المعادلة بالصيغة المختصرة التالية:

$$r_p = \frac{n\sum xy - \sum x . \sum y}{\sqrt{\left[n\sum x^2 - (\sum x)^2\right]\left[n\sum y^2 - (\sum y)^2\right]}} ....(17)$$

ولحساب معامل الارتباط الخطي لبيرسون بصيغة المعادلة(17) نحتاج إلى حساب المجاميع: $\sum x^2, \sum y^2, \sum xy$ أي مجموع مربعات قيم x ومجموع مربعات قيم y ومجموع حاصل ضربهما بعد معرفة $\sum x$ ، $\sum y$ ، n (حيث أن n هي عدد أزواج المرتبة للقيم).

مثال15: لحساب معامل الارتباط الخطي بيرسون، اليك درجات(6) سته من التلاميذ في اختبار القدرة على المطالعة(x) واختبار القدرة على القراءة(y) المبينة بالجدول الآتي:

x	y	x^2	y^2	$x \times y$
1	2	1	4	2
2	6	4	36	12
1	1	1	1	1
4	5	16	25	20
6	8	36	64	48

2	5	4	25	10
$\sum x = 16$	$\sum y = 27$	$\sum x^2 = 62$	$\sum y^2 = 155$	$\sum x.y = 93$
$(\sum x)^2 = 256$	$(\sum y)^2 = 729$	$(\sum x).(\sum y) = 16 \times 27 = 432$		

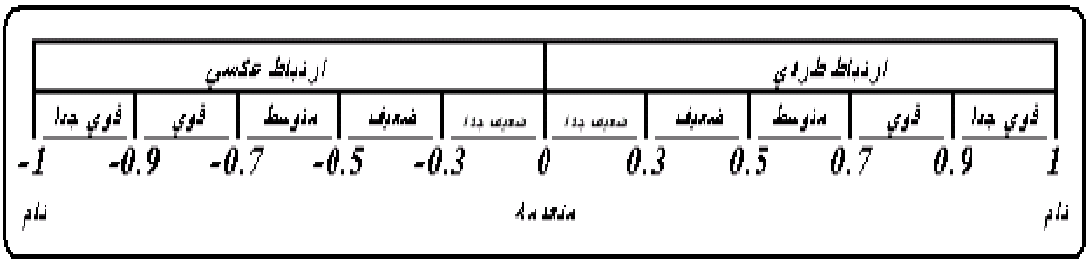
الحل: لإيجاد معامل الارتباط الخطي من المعطيات المبينة بالجدول نطبق صيغة المعادلة :(17)

$$r = \frac{6(93) - 432}{\sqrt{[6(62) - 256]\,[6(155) - 729]}} = \frac{126}{\sqrt{116}\sqrt{201}} = \frac{126}{152.72}$$

$r = 0.82$ يمكن تفسير معامل الارتباط من خلال هذه نتيجة:

- إذا كانت إشارة معامل الارتباط موجبة$(r > 0)$ توجد علاقة طردية بين المتغيرين، بمعنى أن زيادة أحد المتغيرين يصاحبه زيادة في المتغير الثاني، والعكس.
- إذا كانت إشارة معامل الارتباط سالبة$(r < 0)$ توجد علاقة عكسية بين المتغيرين، بمعنى أن زيادة أحد المتغيرين يصاحبه انخفاض في المتغير الثاني، والعكس.
- إذا كان معامل الارتباط قيمته صفر$(r = 0)$ دل ذلك على انعدام العلاقة بين المتغيرين.

كذلك يمكن الحكم على قوة العلاقة الارتباطية في درجة قربها أو بعدها عن(± 1) حيث أن قيمة معامل الارتباط تقع ما بين$(-1 \le r \le +1)$، وقد صنف بعض الإحصائيين درجات قوة العلاقة الممكن تمثيلها بالشكل التالي:



إن وجود ارتباط خطي تام أو غير تام بين متغيرين لا يعني بذلك السببية، أي أنه إذا كان معامل الارتباط$(r = 1)$ بين المتغيرين y،x فهذا لا يعني أن المتغير x سبب في حدوث المتغير y ولكن يعني أن هناك علاقة خطية بين هذين المتغيرين، وقد يكون المتغيران قد تأثرا بمتغير ثالث كان هو السبب في حدوثهما معاً، مثلاً اذا حسبنا معامل الارتباط بين درجات مادة الرياضيات ودرجات مادة الإحصاء لدى عينة من الطلبة لوجدنا معامل الارتباط الخطي بينهما قوي وموجب، ففي هذه الحالة هل نستطيع القول أن أحد هذين المتغيرين سبب في حدوث الآخر، كلا لكن يمكن القول أن العامل المشترك المؤثر في هذين المتغيرين معاً وجعل الارتباط بينهما قوي وموجب وهو عامل الذكاء وما له من دور في التحصيل

كقدرة عقلية. ففي هذه الحالة يمكن تحديد مقدار التغيير في تباين درجات أحد المتغيرين نتيجة المتغير الآخر عن طريق معامل التحديد(r^2)، حيث(r) معامل الارتباط.

مثال16: وجد باحث قيمة معامل الارتباط في العلاقة بين الخجل الاجتماعي والتوافق النفسي$r = -0.78$، ومعامل تحديد التغير يساوي$r^2 = (-0.78)^2 = 0.61$ وتفسر هذه النتيجة بأن نسبة 61 % من التغير في التوافق النفسي يرجع إلى الخجل الاجتماعي.

كذلك يمكن تفسير العلاقة الارتباطية بين متغيرين عن طريق معامل الاغتراب وهو يدل على قياس ابتعاد المتغيرين عن بعضهما البعض، وهو عكس ما يقيسه معامل الارتباط تماماً، ويحسب بصيغة المعادلة التالية: معامل الاغتراب = $\sqrt{1-r^2}$، حيث(r) قيمة معامل الارتباط.

مثال17: لتفسير قيمة الاغتراب بين الذكاء والتحصيل الدراسي من خلال قيمة معامل الارتباط$r = 0.90$، معامل الاغتراب يساوي $\sqrt{1-(0.94)^2} = \sqrt{0.19} = 0.44$ ومعنى هذه النتيجة بأن نسبة 44 % من التغير في التحصيل الدراسي يرجع إلى عوامل أخرى غير الذكاء.

وفي كثير من الأحيان لا تكون العلاقة خطية بين المتغيرين، وقد ذكرنا ذلك سابقاً ــ بالحالة الثالثة من خلال الشكل(c) يكون الارتباط غير خطي، ولا يعني عدم وجود ارتباط على الاطلاق، ولكن الزوج المرتب(x_i, y_i) لا يتبع نمط سحابة الانتشار الخطية ـــ، إذ من الممكن أن يزداد أحد المتغيرينy مع ازدياد المتغير الآخرx إلى درجة معينة أو نقطة محددة، ثم يتغير الحال ويبدأ y بالنقصان مع ازدياد x، ففي مثل هذه الحالات لا يصلح استعمال معامل ارتباط بيرسون الخطي، لأن هذا المعامل يقيس قوة الارتباط الخطي ولا يقيس قوة الارتباط غير الخطي. ومن الممكن معرفة شروط الارتباط الخطي لبيرسون في النقاط التالية:

- أن يكون توزيع قيم المتغيرين خاضع للتوزيع الطبيعي الاعتدالي. أي غير ملتوي.
- ألا يقل عدد الأفراد على 30 فرداً.
- أن تكون البيانات كمية.
- أن يكون مستوى القياس مسافات على الأقل.

- أن تكون العلاقة بين المتغيرين خطية، وللتأكد من ذلك بشكل مبدئي نرسم لوحة أو سحابة الانتشار المُشكلة من احداثيات المجموعة n من الأزواج المرتبة$(x_1,y_1),(x_2,y_2),.....(x_n,y_n)$، كما ذكرنا سابقاً[iv].

قائمة المراجع:

i- عبد الله، فلاح وعايش، موسى.(1995). **الاحصاء التربوي**، اليمن: دار المسيرة للنشر والتوزيع والطباعة. ص18

ii- صلاح الدين، محمود علام.(1993). **تحليل البيانات في البحوث النفسية والتربوية** القاهرة: دار الفكر العربي. ص15

iii- محمد صبحي، أبو صالح.(2001). **الطرق الإحصائية**. عمان: دار اليازوري العلمية للنشر والتوزيع. ص ص417−418

iv- عبد المنعم، أحمد الدردير.(2006).**الاحصاء البارامتري واللابارامتري**. القاهرة: عالم الكتب. ص ص175-176

1.معامل ارتباط الرتب لسبيرمان(Spearman Coefficient of Rank Correlation):

يستخدم معامل سبيرمان لقياس الارتباط بين متغيرين على مستوى القياس الرتبي، أي بمعنى إذا كان أحدهما أو كلاهما رتبي أو كمي بعد تحويل البيانات بإعطائها رتب محددة.

والذي يُعطى بصيغة المعادلة التالية: (i) (18)............................ $r_S = 1 - \frac{6\sum D^2}{n(n^2-1)}$

حيث أن: r_S: هو معامل ارتباط سبيرمان

D^2: مربع الفرق بين رتب القيم

n: عدد الرتب

نلاحظ من هذا التعريف أنه يمكن حساب قيمة r_S إذا عُرفت الرتب أو البيانات الممكن ترتيبها. ويصعب حسابه للبيانات الكمية إذا كانت كبيرة العدد، ولذا يتميز بسهولة الحساب ويفضل استخدامه إذا كانت البيانات الكمية أقل أو يساوي30. ولكن يُعاب عليه اهمال الفروق الحقيقية بين القيم الكمية عند الحساب بالرتب، وبالتالي فهو أقل دقة من معامل ارتباط بيرسون عند المعالجة الإحصائية لنفس البيانات الكمية، ويرجع هذا الأخير إلى الانتقال من مستوى القياس المسافات إلى المستوى الرتبي الأقل.

مثال18: احسب معامل ارتباط سبيرمان مستخدماً معطيات المثال15، لدرجات(6) سته من التلاميذ في اختبار القدرة على المطالعة(x) واختبار القدرة على القراءة(y).

الحل: ولإيجاد معامل ارتباط سبيرمان من البيانات الكمية نتبع الخطوات التالية:

- نرتب قيم المتغير x بحيث نعطي الرتبة(1)لأعلى قيمة في التوزيع وهكذا، ونرتب قيم المتغير y بالمثل كما يجب أن نحافظ على الزوج الكمي المرتب (x_i, y_i)مثله كقيم رتبيه.

- نرتب البيانات المتساوية التي تحمل نفس القيمة كما لو أنها مختلفة، ثم نأخذ المتوسط الحسابي لرتب كل مجموعة من البيانات المتساوية، ونعتبر هذا المتوسط الحسابي رتبة لكل بيان في هذه المجموعة. بدءا بالمتغير x نتبع الآتي:

x: 1-1-2-2-4-6

رتب x: 1-2-3-4-5-6

نلاحظ أن الرتب المظللة هي رتب لبيانات تحمل نفس القيمة الكمية ففي هذه الحالة نجد المتوسط الحسابي لرتب القيم (2و2) وهو $3.5 = 2/(4+3)$ ورتب القيم (1و1) وهو $5.5 = 2/(6+5)$ فتصبح رتبx :1-2-3.5-3.5-5.5-5.5 وتقابلها رتب y باتباع الآتي:

y: 1-2-5-5-6-8

رتب y : 1-2-3-4-5-6 نجد أن المتوسط الحسابي لرتب القيم (5و5) هو $(3+4)/2=3.5$.

χ	y	رتب x	رتب y	الفرق بين الرتب D	D^2
1	2	5.5	5	0.5	0.25
2	6	3.5	2	1.5	2.25
1	1	5.5	6	-0.5	0.25
4	5	2	3.5	-1.5	2.25
6	8	1	1	0	0
2	5	3.5	3.5	0	0
$\sum$					**5**

وبتطبيق صيغة المعادلة(18) نجد الآتي:

$$r_S = 1-\frac{6\times 5}{6(6^2-1)} = 1-\frac{30}{210}$$

$$r_S = 0.86$$

مثال19: وضع مدرسان تقييماً لـ(8) تلاميذ وكانت نتائج التقييم كما هي مبينة بالجدول الآتي: المطلوب حساب معامل ارتباط سبيرمان لهذه التقديرات.

المدرس الأول χ	مقبول	ممتاز	جيد	جيد جداً	جيد جداً	جيد	ضعيف	ضعيف
المدرس الثاني y	جيد	جيد جداً	جيد جداً	ممتاز	جيد جداً	مقبول	ضعيف	مقبول

الحل:لدينا أفضل التقديرات بالنسبة للمدرس الأول χ وهو التقدير ممتاز ويأخذ الرتبة(1)، ثم يليه من حيث الأفضلية التقدير جيد جدًا مكرر مرتين ويأخذ الرتبة(2 و3)، ثم يليه التقدير جيد مكرر مرتين ويأخذ أيضاً الرتبة(4 و5)، ثم التقدير مقبول ويأخذ الرتبة(6)، وأخيرًا التقدير ضعيف مكرر مرتين ويأخذ الرتبة(7 و8).

أما بالنسبة لتقييم المدرس الثاني y نجد أفضل التقديرات وهو التقدير ممتاز ويأخذ الرتبة(1)، ثم يليه التقدير جيد جدًا مكرر ثلاث مرات ويأخذ الرتبة(2 و3 و4)، ثم يليه التقدير جيد ويأخذ أيضاً الرتبة(5)، ثم التقدير مقبول مكرر مرتين ويأخذ الرتبة(6 و7) وأخيرًا التقدير ضعيف ويأخذ الرتبة(8).

ففي هذه الحالة إيجاد المتوسط الحسابي لرتب التقديرات المكررة بدءاً بتقييم المدرس الأول χ التقدير ممتاز ينفرد بالرتبة(1)، والتقدير جيد جداً يتقاسم الرتبة(2 و3) وبعد توحيد الرتبة فتصبح $2.5=2/(3+2)$، والتقدير جيد يتقاسم الرتبة بين(4 و5) وبعد التوحيد الرتبة

فتصبح $4.5 = 2/(5+4)$، والتقدير مقبول يأخذ الرتبة(6)، وأخيراً التقدير ضعيف يتقاسم الرتبة(7و8) وبعد التوحيد الرتبة فتصبح $7.5 = 2/(8+7)$.

أما المتوسط الحسابي لرتب التقديرات المكررة الخاصة بتقييم المدرس الأول y بدءاً بالتقدير ممتاز ينفرد بالرتبة(1)، والتقدير جيد جداً يتقاسم الرتبة(2 و3 و4) وبعد توحيد الرتبة فتصبح $3 = 3/(4+3+2)$، والتقدير جيد يأخذ الرتبة(5)، والتقدير مقبول يتقاسم الرتبة(6 و7) وبعد توحيد الرتبة فتصبح $6.5 = 2/(7+6)$، وأخيراً التقدير ضعيف يأخذ الرتبة(8).

والجدول الآتي يلخص عملية حساب معامل ارتباط سبيرمان

D^2	الفرق بين الرتب D	رتب y	رتب x	تقييم المدرس الثاني y	تقييم المدرس الأول χ
1	1	5	6	جيد	مقبول
4	-2	3	1	جيد جداً	ممتاز
2.25	1.5	3	4.5	جيد جداً	جيد
2.25	1.5	1	2.5	ممتاز	جيد جداً
0.25	-0.5	3	2.5	جيد جداً	جيد جداً
4	-2	6.5	4.5	مقبول	جيد
0.25	-0.5	8	7.5	ضعيف	ضعيف
1	1	6.5	7.5	مقبول	ضعيف
15	$\sum$				

وبتطبيق صيغة المعادلة(18) نجد الآتي:

$$r_S = 1 - \frac{6 \times 15}{8(8^2 - 1)} = 1 - \frac{90}{504}$$

$$r_S = 0.82$$

ومما سبق نلاحظ أن:

- معامل ارتباط الرتب لسبيرمان يجوز حسابه مع البيانات الكمية كالمثال18، والبيانات النوعية كالمثال19.
- تتراوح قيمة معامل ارتباط الرتب ما بين($-1 \le r \le +1$).
- مجموع الفروق بين الرتب يساوي الصفر ($\sum D = 0$).
- مجموع رتب المتغير الأوّل ($\sum x$) تساوي مجموع رتب المتغير الثاني ($\sum y$).
- العلاقة الارتباطية لسبيرمان تتفق مع بيرسون في قياس العلاقة الارتباطية الخطية.

2.الدلالة الإحصائية لمعامل ارتباط بيرسون وسبيرمان:

يبقى معامل الارتباط كمؤشر احصائي وصفي لقياس العلاقة، الارتباط لا يرقى للاستدلال في اختبار الفرضيات، ولإجراء اختبار دلالة معامل الارتباط على اعتبار أن المجتمع N ذو البعدين (X,Y) الذي أخذت منه المجموعة المكونة من(n) للأزواج المرتبة (x_i, y_i) ونفترض أن قيمة معامل الارتباط لهذا المجتمع R فعندها يكون r معامل ارتباط العينة تقديراً للمعامل R.

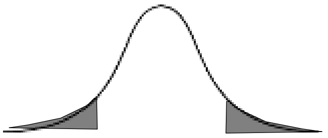
وبالتالي يكون اختبار الفرضية لو سحبنا جميع العينات الممكنة عشوائياً ذات الحجم n من الأزواج المرتبة (x_i, y_i) من المجتمع الأصلي N ذي البعدين (X,Y) الخاضع للتوزيع الطبيعي ومعامل ارتباطه $R=0$، وفق الخطوات التالية:

- تحديد نوع توزيع المجتمع: توزيع طبيعي، أو توزيع غير طبيعي، ففي مثل هذه الحالات وللتأكد من اعتدالية التوزيع من بيانات العينة التي تقل أو تساوي $n \le 30$ نلجأ إلى حساب الالتواء كمؤشر احصائي، واختبار شايبر ويلك أو اختبار كول مقروف سميرنوف من بيانات العينة الأكبر من $n > 30$.
- صياغة الفرضية: وتأخذ أحد الصياغتين التاليتين:

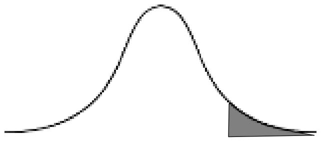
- الفرضية الصفرية(H_0): وهي جملة لفظية أو رياضية ـ متعلقة بمعلمة المجتمع ـ تعبر عن معلمة المجتمع، يأمل الباحث أن يرفضها وتعطي من خلالها للمعلمة قيمة يعتقد الباحث أنها ليست القيمة الحقيقية للمعلمة. وتعني كذلك نفي وجود علاقة أو فروق بين متغيرين أو أكثر، أو مجموعتين أو أكثر، أي أن الفرق المتوقع أو العلاقة بين المغيرين تساوي الصفر وأن أية فروق أو مقدار للعلاقة يظهر يمكن ارجاعه للصدفة. ويمكن تمثيلها بالصياغة الرياضية التالية في حال التحقق من دلالة معامل الارتباط: $H_0 : \mathrm{R}=0$

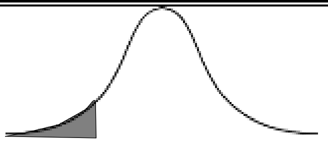
- الفرضية البديلة(H_1): وتقبل كبديل للفرضية الصفرية في حال رفضها. وتأخذ الصيغ والحالات الثلاثة التالية:

- فرضية بديلة غير موجهة(ذات ذيلين): $H_1 : \mathrm{R} \neq 0$



- فرضية بديلة موجهة(ذات ذيل نحو اليمين): $H_1 : \mathrm{R} > 0$



▪ فرضية بديلة موجهة(ذات ذيل نحو اليسار):  $H_1 : \mathrm{R} < 0$

• تحديد مستوى الدلالة الاحصائية (α): إن القرار الذي يتخذه الباحث بناء على الاختبار الإحصائي الاستدلالي، لا يمكن اعتباره صحيح 100%، فهناك مقدار من الخطأ، لأن المعلومات التي نتخذ قرارنا بناء عليها بيانات مأخوذة من عينة وليست من المجتمع الأصلي. ففي اختبار فرضية معينة، فإن مقدار ثقتنا في القرار المُتخذ بالرفض أو القبول يسمى بدرجة الثقة ويرمز له بالرمز $(1 - \alpha)$ كما أن مقدار عدم الثقة أو مقدار الخطأ يسمى بمستوى الدلالة ويرمز له بالرمز (α)، وعادة ما يُحدد الباحث مستوى الدلالة أو درجة الثقة قبل البدء في عملية الاختبار. كأن نقول $(\alpha = 0.01$ و$\alpha = 0.05)$ وهو نسبة احتمال الخطأ الذي يمكن أن يقع فيه الباحث وهما أكثر مستويات الدلالة استخداماً في البحوث النفسية والتربوية.

• اختيار الاختبار الاحصائي: إذا كان r يعبر عن معاملات ارتباطات تلك العينات ذات الحجم $n \le 30$ ودرجة حرية $(\mathrm{n} - 2)$ فإن الاختبار الاحصائي المناسب يكون كالآتي:

$$t_c = r\sqrt{\frac{\mathrm{n} - 2}{1 - \mathrm{r}^2}} \quad ....(19)$$

حيث أن:

t_c: القيمة التائية المحسوبة.

r: قيمة الارتباط.

n: حجم العينة.

• اتخاذ القرار بقبول أو رفض الفرضية الإحصائية: والجدول الموالي يوضح حالات القرار.

حالات القرار في اختبار الفرضيات

نتيجة الاختبار القرار الاحصائي	الوضع الحقيقي للفرضية الصفرية (حالة المعلمة)	
	H_o صحيحة	رفض H_o (H_1 صحيحة)
عدم رفض(قبول H_o)	قرار صائب $(1-\alpha)$	قرار خاطئ خطاء من النوع الثاني β
رفض H_o وقبول H_1	قرار خاطئ خطاء من النوع الأول α	قرار صائب $(1-\beta)$

- الوقوع في الخطأ من النوع الأول (α): إذا رُفضت الفرضية الصفرية وهي في الحقيقة صحيحة. وهذا يعني وجود الظاهرة في العينة وليس لها وجود فعلي في المجتمع الأصلي. أي أن الباحث يستنتج وجود علاقة بين متغيرين أو أكثر أو فروق بين مجموعتين أو أكثر غير موجودة بالمجتمع الأصلي.

- الوقوع في الخطأ من النوع الثاني (β): إذا لم ترفض الفرضية الصفرية وهي في الحقيقة غير صحيحة. وهذا يعني عدم وجود الظاهرة في العينة، ولكن لها وجود فعلي في المجتمع الأصلي، أي أن الباحث يفشل في استنتاج وجود علاقة بين متغيرين أو أكثر أو فروق بين مجموعتين أو أكثر، موجودة بالمجتمع الأصلي.

وللتقليل من خطأ النوع الأول والخطأ من النوع الثاني، لا بد من الزيادة في حجم عينة الدراسة، والرفع من مستوى الدلالة في الحدود المتفق عليها في الدراسات الاجتماعية.

- أما القرارات الصائبة المتمثلة في قبول الفرضية الصفرية وهي في الأصل صحيحة ورفض الفرضية الصفرية وهي في الأصل خاطئة، وهذا يعني أن إحصاءه العينة(دالة بيانات العينة) متوافقة مع معلمة المجتمع المدروس(معالم أو مقاييس تحدد خصائص المجتمع).

ملاحظة: قبول الفرضية لا يعني بالضرورة أن تكون صحيحة، ورفض الفرضية لا يعني بالضرورة أن تكون خاطئة، ويرجع سبب بعض الحالات السابقة إلى الصدفة وأخطاء القياس وأخطاء المعاينة

- تفسير نتيجة القرار.

الحالة الأولى: خطوات التحقق من صحة فرضية في حال حجم العينة أقل من $n \leq 30$:

يُعبر عن دلالة معاملات ارتباط العينات ذات الحجم $n \leq 30$ باختبار (t) ذو صيغة المعادلة(19):

مثال20: بناءً على معطيات ونتيجة المثال(15)، تحقق من صحة الفرضية الصفرية عند مستوى الدلالة $\alpha = 0.05$، علماً $r = 0.82$ و $n = 6$

1- صياغة التساؤل: هل ترتبط درجات القدرة على المطالعة بدرجات القدرة على القراءة لدى تلاميذ الخامسة ابتدائي؟.

2- صياغة الفرضية التي تأخذ احتمالين:

- لا ترتبط درجات القدرة على المطالعة بدرجات القدرة على القراءة $H_0 : \mathrm{R} = 0$

- ترتبط درجات القدرة على المطالعة بدرجات القدرة على القراءة $H_1 : \mathrm{R} \neq 0$

3- كيفية اتخاذ القرار: سأرفض الفرضية الصفرية عند مستوى الدلالة $\alpha = 0.05$ ودرجة حرية $(n-2)$ عندما تكون قيمة t_c المحسوبة أكبر من قيمة t_t المجدولة والمقدرة بـ: $t_t = \pm 2.78$.

4- تطبيق الاختبار الاستدلالي t_c بصيغة المعادلة(19):

$$t_c = 0.82\sqrt{\frac{6 - 2}{1 - (0.82)^2}}$$

$$t_c = 0.82\sqrt{\frac{4}{0.33}}$$

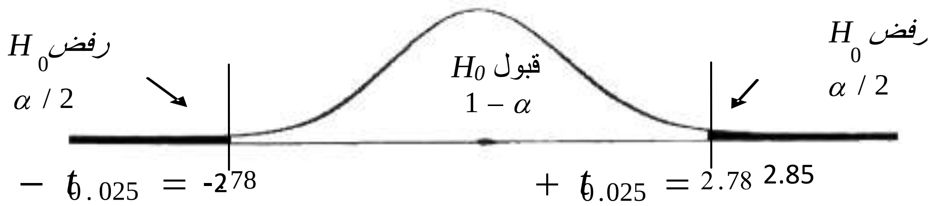
نلاحظ من خلال هذه النتيجة أن: $t_c = 2.85 \quad t_c = 2.85 > \mathrm{t}_t = 2.78$

5- القرار:

نتخذ القرار بناءً على قيمة اختبار t_c المحسوبة وهنا نصادف حالتين من القرار هما:

- رفض الفرضية الصفرية (H_0) إذا وقعت قيمة اختبار t_c المحسوبة في منطقة الرفض.
- قبول الفرضية الصفرية (H_0) إذا وقعت قيمة اختبار t_c المحسوبة في منطقة القبول.

$t_t = \pm 2.78$، $\alpha = 0.05$



منحى اختبار ذو حدين لفرضية غير موجهة

6- التفسير: نحن متأكدون بنسبة 95 % ثقة على أنه توجد علاقة قوية بين القدرة على المطالعة والقدرة على القراءة، أي كلما زادت ساعات المطالعة زادت القدرة على القراءة، وأن هذه النتيجة يمكن تعميمها على المجتمع الاحصائي.

الحالة الثانية: خطوات التحقق من صحة فرضية في حال حجم العينة أكبر من $n > 30$:

يُعبر عن دلالة معاملات ارتباط العينات ذات الحجم $n > 30$ باختبار (z) ذات صيغة المعادلة(20) التالية: (ii)

$$z_c = r\sqrt{\mathrm{n} - 1} \;.................(20)$$

حيث أن:

z_c: قيمة زاد المحسوبة.

r: قيمة الارتباط.

n : حجم العينة.

ويمكن تحديد الدرجات المعيارية المجدولة لاختبار (z_t) حسب نوع الاختبار ومستوى الدلالة الإحصائية (α) من خلال الجدول الآتي:

نوع الاختبار	مستوى الدلالة α	مستوى الثقة $(1-\alpha)$	الدرجة المعيارية
اختبار ذو حدين	$\%5 = 0.05$	$\%95 = 0.95$	$z_{\alpha/2} = \pm 1.96$
	$\%1 = 0.01$	$\%99 = 0.99$	$z_{\alpha/2} = \pm 2.58$
اختبار ذو حد واحد (الجهة اليمنى)	$\%5 = 0.05$	$\%95 = 0.95$	$z_{\alpha} = 1.64$
	$\%1 = 0.01$	$\%99 = 0.99$	$z_{\alpha} = 2.33$
اختبار ذو حد واحد (الجهة اليسرى)	$\%5 = 0.05$	$\%95 = 0.95$	$z_{\alpha} = -1.64$
	$\%1 = 0.01$	$\%99 = 0.99$	$z_{\alpha} = -2.33$

يتبن من خلال تحليل الجدول السابق ما يلي:

- إذا كان الاختبار ذو حدين:

نقبل الفرضية الصفرية (H_0) إذا تحقق الحصر التالي: $-Z_{\alpha/2} < Z_c < Z_{\alpha/2}$

نرفض الفرضية الصفرية (H_0) إذا تحققت الحالتين التاليتين: $Z_C > Z_{\alpha/2}$ أو $Z_C > -Z_{\alpha/2}$

- إذا كان الاختبار ذو حد واحد نحو اليمين:

نقبل الفرضية الصفرية (H_0) في الحالة التالية: $Z_c < Z_{\alpha}$

نرفض الفرضية الصفرية (H_0) في الحالة التالية: $Z_c > Z_{\alpha}$

- إذا كان الاختبار ذو حد واحد نحو اليسار:

نقبل الفرضية الصفرية (H_0) في الحالة التالية: $Z_c < -Z_{\alpha}$

نرفض الفرضية الصفرية (H_0) في الحالة التالية: $Z_c > -Z_{\alpha}$

مثال21: فرضية بحث تتطلب معامل ارتباط سبيرمان حيث $r_s = -0.80$، على عينة عددها $n = 80$، يتوقع فيها الباحث أنه كلما زادت مشاكل النطق نقصت المشاركة داخل الصف لدى تلاميذ الخامسة ابتدائي.

الحل:

1- صياغة الفرضية: كلما زادت مشاكل النطق نقصت المشاركة داخل الصف لدى تلاميذ الخامسة ابتدائي. $H_1 : \mathrm{R} < 0$

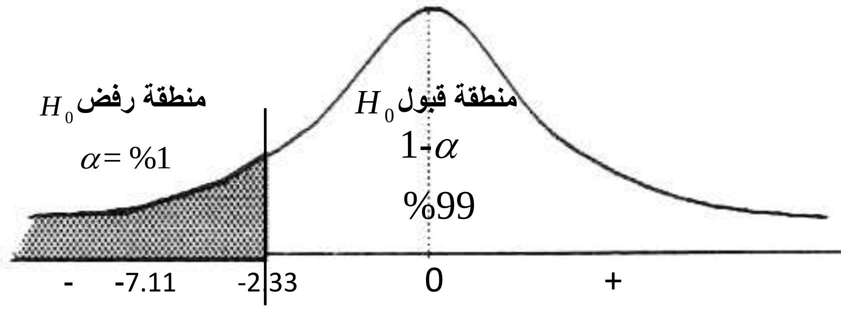
2- كيفية اتخاذ القرار: سأرفض الفرضية الصفرية عند مستوى الدلالة $\alpha = 0.01$ عندما تكون قيمة z_c المحسوبة أكبر من قيمة z_t المجدولة والمقدرة بـ: $z_t = -2.33$.

3- تطبيق الاختبار الاستدلالي z_c بصيغة المعادلة(20): $z_c = -0.80\sqrt{80\text{ -1}}$

$z_c = -0.80 \times 8.89$

$z_c = -7.11$

4- القرار: بما أن قيمة $z_c = -7.11$ المحسوبة أكبر من قيمة $z_t = -2.33$ نرفض الفرضية الصفرية.



5- التفسير: الباحث واثق بنسبة 99 % على أن الارتباط بين مشاكل النطق والمشاركة داخل الصف لدى التلاميذ ارتباط حقيقي، أي كلما زادت مشاكل النطق لدى التلميذ قلت المشاركة داخل الصف. ومنه نستطيع تعميم هذه النتيجة على المجتمع الاحصائي.

تطبيق$_5$:إليك الدرجات التالية بالجدول الآتي والمتمثلة في قيمx وقيمy.

x	12	10	12	8	11	9	10	13
y	6	7	5	7	4	6	8	5

المطلوب:

-أحسب القيمة الارتباطية بين قيمx وقيمy وفق مستوى القياس المسافات، ثم أوصفها.

-أحسب القيمة الارتباطية بين قيمx وقيمy وفق مستوى القياس الرتبي.

-إلى ما ترجع الارتياب بين قيمتي الارتباط إن وُجد؟.

تطبيق$_6$: قام باحث بدراسة تهدف إلى الكشف عن العلاقة بين التطلع الاجتماعي(x) والاتجاه نحو الحياة العصرية(y)، وبعد تطبيق المقاييس توصل إلى البيانات المبينة بالجدول التالي:

x	3	5	6	8	9	9	10	10
y	5	3	7	7	7	8	9	9

المطلوب:

-تحقق من شروط تطبيق بيرسون(r_p) في العلاقة الارتباطية.

-أحسب القيمة الارتباطية لبيرسون بين قيمx وقيمy، ثم أوصفها.

-تحقق من صحة الفرضية الصفرية عند مستوى الدلالة(α=0.01) علماً أن القيمة المجدولة عند (t_t) هي(3.71).

تطبيق7: فرضية بحث يتوقع فيها الباحث أنه كلما زاد عدد مرات الغياب تدنى مستوى التحصيل لدى عينة من تلاميذ الأولى متوسط قدرها $n = 60$.

-فسر الفرضية الصفرية عند مستوى الدلالة(α=0.01) علماً أن قيمة معامل الارتباط لسبيرمان $r_s = -0.62$ ، والقيمة المعيارية المجدولة لـ(z_t) تساوي(-2.33).

قائمة المراجع:

i- محمد صبحي، أبو صالح.(2001). **الطرق الإحصائية.** عمان: دار اليازوري العلمية للنشر والتوزيع. ص419

ii- صلاح الدين، محمود علام.(2005).**الأساليب الإحصائية الاستدلالية في تحليل بيانات البحوث النفسية والتربوية والاجتماعية**، القاهرة: دار الفكر العربي. ص ص159–174

أولا: اختبار "ت" t.test

يُعتبر اختبار "ت" من الاختبارات البارامترية الأكثر استخداماً في البحوث والدراسات النفسية والتربوية، ويرجع استخدامه إلى أبحاث ستيودنت(Student't)، ويستخدم اختبار "ت" لقياس دلالة الفروق بين متوسطي درجات عينتين مستقلتين ـ متجانستين وغير متجانستين ـ وعينتين مترابطتين. ويستخدم t. test في تحويل الفرق بين المتوسطات أو متوسط الفروق إلى قيمة معيارية تائية. ويمكن استخدامه في حالة توفر جملة من الافتراضات وهي كالآتي:

1-اعتدالية التوزيع: يُفترض أن العينة الأولى التي تم سحبها بطريقة عشوائية من المجتمع الأول تتبع خصائص بياناتها التوزيع الطبيعي، وكذلك المجتمع الثاني. ويتم التأكد من هذا الافتراض في حالة العينات الصغيرة التي تقل على 30 فرداً عن طريق معامل الالتواء كمؤشر احصائي الذي يعتمد في حسابه على المتوسط الحسابي، والوسيط والانحراف المعياري، بصيغة المعادلة التالية:

$$SK = \frac{3(\bar{X} - Med)}{S} ....(21)$$

حيث أن:

SK: معامل الالتواء

$\bar{X}$: المتوسط الحسابي

Med: الوسيط

S: الانحراف المعياري

وقد حدّد بيرسون حدود معامل الالتواء الذي يعتبر منحنى توزيع البيانات متماثل أي أنه يتبع التوزيع الطبيعي إن لم يتعدى المعامل المحسوب المجال $SK = [+3 \rightarrow 0 \leftarrow -3]$.

ويُعتبر التوزيع معتدل كلما اقترب معامل الالتواء من الصفر، وبمعنى احصائي أوضح عندما تكون قيمة المتوسط الحسابي لمنحنى توزيع البيانات قريبة أو تساوي قيمة الوسيط $(\bar{X} \; ; \; Med)$

أما في حالة العينات الكبيرة، الأكبر من30 يمكن اللجوء إلى الاختبارات المتاحة في البرامج الاحصائية مثل: اختبار كول مقروف ـ سميرنوف(K-S)، واختبار شايبر ويلك(Shapiro-Wilks) يقوم كل منهما باختبار اعتدالية التوزيع.

2-حجم العينتين: اختبار "ت" لا يزال المُرجح وبشكل صحيح خاصة مع العينات الكبيرة (أكبر من30)، ولكن هذا لا يحول دون استخدامه للعينات التي تقل على 30، أما العينات

الصغيرة جداً التي يقل عددها على 5 أفراد يمكن تعويضه بالاختبارات اللابارامترية التي لا تشترط اعتدالية التوزيع، كاختبار مان - ويتني للعينتين المستقلتين، واختبار ويلكوكسن للعينتين المترابطتين، عندما تكون البيانات ذات مستوى القياس الرتبي.

3-الفرق بين حجم العينتين: من الأفضل ألا يكون الفرق بين حجم العينتين فرقاً كبيراً، مثل أن تكون أحد العينتين عددها 50 فرداً والثانية عددها 200 فرد، لأن حجم العينة له أثره في تحديد درجات الحرية.

4-مدى تجانس العينتين: أن تكون عينتا البحث متجانستين، أي أن تباين المجتمع الأصل للعينة الأولى يساوي تباين المجتمع الأصل للعينة الثانية، ويمكن التأكد من هذا الافتراض من خلال استخدام اختبار هارتلي (Hertly Test) أو ما يسمى النسبة الفائية للتباين الأكبر على التباين الأصغر عن طريق صيغة المعادلة التالية:[i] $F=\frac{S^2_{\mathrm{Largest}}}{S^2_{Smallest}}$..............(22)

حيث أن:

F: اختبار هارتلي

S^2_{Largest}: التباين الأكبر

$S^2_{Smallest}$: التباين الأصغر

وتتحقق الفرضية الصفرية لتجانس التباين بين العينتين في حالة $F=1$ أي عندما يكون $S_1^2=S_2^2$، ويُقاس مدى تباعد قيمة اختبار التجانس F عن تحقق الفرضية الصفرية بالكشف عن دلالة F_c عن طريق جدول قيم الدلالة F_t.

مثال22: لدينا عدد أفراد العينة الأولى $n_1=71$ بتباين قدره $S_1^2=11.62$، وأفراد العينة الثانية $n_2=51$ بتباين قدره $S_2^2=14.75$.

المطلوب: اختبر تجانس تباين العينتين (n_1,n_2).

خطوات الحل:

1- صياغة الفرضيات:

- لا يوجد اختلاف بين تباين العينتين (n_1,n_2). $H_0:\mathrm{S}_1^2=\mathrm{S}_2^2$
- يوجد اختلاف بين تباين العينتين (n_1,n_2). $H_1:\mathrm{S}_1^2\neq\mathrm{S}_2^2$

2- كيفية اتخاذ القرار: سأرفض الفرضية الصفرية عند مستوى الدلالة $\alpha = 0.05$ عندما تكون قيمة F_c المحسوبة أكبر من F_t المجدولة المستخرجة بدرجة حرية ذات الاحداثيات $(n_2 - 1)$ عمودي لأكبر تباين على $(n_1 - 1)$ أفقي لأصغر تباين، المقدرة بـ: $(F_t = 1.43)$

3- تطبيق اختبار التجانس عن طريق صيغة المعادلة (22): $F_c = \dfrac{14.75}{11.62} = 1.26$

4- القرار: بما أن $F_c < F_t$ فإننا نقبل الفرضية الصفرية.

5- التفسير: قبول الفرضية الصفرية يعني أن تشتت درجات العينتين متشابه أو لا يختلف ومنه أن تباين العينتين متجانس.

5- مستوى قياس البيانات: تفترض الاختبارات البارامترية ومنها اختبار ت(t. test) بالإضافة إلى الافتراضات السابقة، أن تكون البيانات كمية ومستوى القياس مسافات على الأقل.

تقوم فكرة اختبار "ت" على حساب نسبة انحراف فرق أي متوسطين من متوسطات التوزيع الاحصائي إلى الخطأ المعياري المُصاحب.

أولا: اختبار "ت" لعينة واحدة(One-Sample t.test):

يُستخدم هذا الاختبار في مقارنة متوسط عينة بقيمة مفترضة للمجتمع، أي بمعنى اختبار فرضية تتعلق بمقارنة متوسط متغير ما بمتوسط المجتمع يفترض أنها قيمة معلمية ثابته للمجتمع ويُعبر عليه بصيغة المعادلة التالية:

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{S_{\bar{x}}} \text{..............}(23)$$

حيث أن: $(S_{\bar{x}})$ الخطأ المعياري لمتوسط بيانات العينة، ويُعبر عنه بصيغة المعادلة التالية: $S_{\bar{x}} = \dfrac{S}{\sqrt{n}}$

$\bar{X}$: المتوسط الحسابي لبيانات العينة.

μ: المتوسط الحسابي لبيانات المجتمع.

S: الانحراف المعياري لبيانات العينة.

n: حجم العينة التي أخذت من توزيع طبيعي تعريفه $N(\mu, \sigma^2)$.

مثال23: لدينا التصميم التجريبي لبرنامج تعليمي لتحسين التحصيل في مادة الرياضيات حيث أن القيمة الإحصائية للمعلمة تساوي $\mu = 9$.

هل البرنامج التعليمي ساهم فعلاً في تحسين التحصيل في مادة الرياضيات، علماً أن العينة $n=80$ مأخوذة من المجتمع الاحصائي للمتمدرسين له متوسط حسابي قدره $\bar{X}=11$ ودرجة تشتت $S=3$.

اختبر الفرضية الصفرية عند مستوى الدلالة $\alpha=0.01$ ودرجة حرية $df=n-1$

اتباع خطوات التالية للتحقق من صحة الفرضية الصفرية بتطبيق اختبار الفروق الاستدلالي t.test لعينة واحدة، المُعبر عنه بصيغة المعادلة(23).

1- صياغة الفرضيات:

- لا يساهم البرنامج التعليمي في تحسين التحصيل في مادة الرياضيات. $H_0:\mu=\bar{X}$
- يساهم البرنامج التعليمي في تحسين التحصيل في مادة الرياضيات. $H_1:\mu<\bar{X}$

نلاحظ أنه قد تم صياغة الفرضية البديلة الموجهة التي تنص على أن هناك مساهمة للبرنامج التعليمي في تحسين التحصيل في مادة الرياضيات، وهذا من خلال اتجاه الفروق الواضح أن المتوسط الحسابي للمعلمة الذي افترضه الباحث $\mu=9$ أصغر من المتوسط الحسابي للعينة $\bar{X}=11$، فقد نريد التحقق هل هذه الفروق $H_1:9<11$ حقيقية أو أنها فروق جاءت صدفة؟.

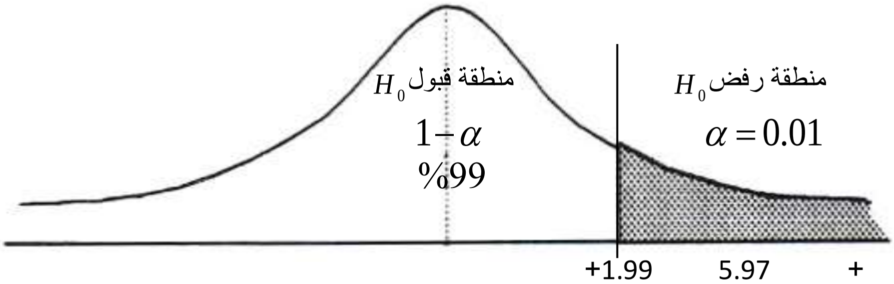
2- كيفية اتخاذ القرار: سأرفض الفرضية الصفرية عند مستوى الدلالة $\alpha=0.01$ ودرجة حرية $df=n-1$، عندما تكون قيمة t_c المحسوبة أكبر من قيمة t_t المجدولة والمقدرة بـ: $t_t=1.99$.

3- تطبيق اختبار الاستدلالي t.test:

$$t_c=\frac{11-9}{\frac{3}{\sqrt{80}}}=\frac{2}{0.335}$$

$$t_c=5.97$$

4- القرار: رفض الفرضية الصفرية لأن $t_c=5.97>t_t=1.99$.



5- التفسير: نحن متأكدون بنسبة 99% ثقة على أن البرنامج التعليمي قد ساهم فعلاً وبشكل إيجابي في تحسين التحصيل في مادة الرياضيات لدى المتمدرسين، ومنه يمكن تعميم هذه النتيجة على المجتمع الاحصائي.

ثانياً: اختبار "ت" لعينتين مستقلتين(Two independent samples t.test):

وفي هذه الحالة نختبر الفرق بين متوسطي درجات عينتين مستقلتين $(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)$ وهما عينتان عشوائيتان تتشكلان من أفراد مختلفين، كأن نقارن بين متوسط درجات العينة التجريبية ومتوسط درجات العينة الضابطة.

اختبار "ت" لعينتين مستقلتين يتوقف تطبيقه على اختبار تجانس تباين العينتين.

1- حالة عينتان مستقلتان متجانستان نطبق $t.\text{test}$ بصيغة المعادلة التالية:

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{S_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \ldots\ldots\ldots\ldots(24)$$

$$df = n_1 + n_2 - 2$$

حيث أن:

$S_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}$:الخطأ المعياري لمتوسطي بيانات العينتين، ويُعبر عنه بصيغة المعادلة التالية:

$$S_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

$\bar{X}_1$: المتوسط الحسابي لبيانات العينة n_1 المأخوذة من توزيع طبيعي تعريفه $N_1(\mu_1, \sigma_1^2)$.

$\bar{X}_2$: المتوسط الحسابي لبيانات العينة n_2 المأخوذة من توزيع طبيعي تعريفه $N_2(\mu_2, \sigma_2^2)$.

S_1^2: تباين بيانات العينة الأولى.

S_2^2: تباين بيانات العينة الثانية.

مثال24: طبق باحث مقياس السلوك العدواني عند الأطفال من الجنسين، فكانت بياناتهم كما يلي: الذكور $n_1 = 6, \bar{X}_1 = 6, S_1^2 = 6.8$، والإناث $n_2 = 6, \bar{X}_2 = 9.5, S_2^2 = 4.3$

المطلوب: أجب على السؤال التالي: هل توجد فروق بين متوسطي درجات الذكور والإناث في السلوك العدواني؟ على اعتبار أن شروط $t.\text{test}$ محققة، وقيمة t_t ذات الحدّين تساوي (2.23) عند $(\alpha = 0.05, \text{df} = 10)$.

الحل: تطبيق اختبار هارتلي F لمعرفة ما إذا كان التباين متجانس أم لا، ففي هذه الحالة نجد أنفسنا أمام توقعين.

- التباين متجانس $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$
- التباين غير متجانس $H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

تطبيق اختبار هارتلي $F_c = \frac{6.8}{4.3} = 1.53$ علماً أن القيمة المجدولة $F_t = 5.05$، وبما أن $F_c < F_t$ فإننا نقبل الفرضية الصفرية التي تؤكد تجانس التباين.

1- الفرضيات:

- لا تختلف درجات قياس السلوك العدواني للأطفال باختلاف الجنس. $H_0 : \mu_1 = \mu_2$
- تختلف درجات قياس السلوك العدواني للأطفال باختلاف الجنس. $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

2- كيفية اتخاذ القرار: سأرفض الفرضية الصفرية عند مستوى الدلالة $\alpha = 0.05$ ودرجة حرية $df = n_1 + n_2 - 2$، عندما تكون قيمة t_c المحسوبة أكبر من قيمة t_t المجدولة المقدرة بـ: $t_t = \pm 2.23$ لاختبار ذو حدّين.

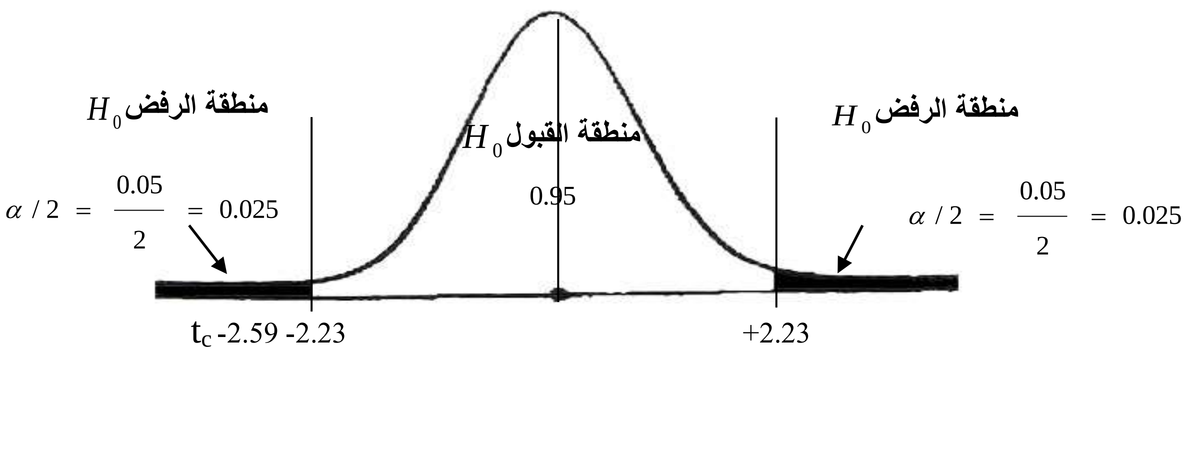
3- تطبيق t.test لعينتين مستقلتين متجانستين بصيغة المعادلة(24) كالآتي:

$$t_c = \frac{6 - 9.5}{\sqrt{\left[\frac{(6-1)6.8 + (6-1)4.3}{6+6-2}\right]\left[\frac{1}{6} + \frac{1}{6}\right]}}$$

$$t_c = \frac{-3.5}{\sqrt{5.55 \times 0.33}}$$

$$t_c = -2.59$$

4- القرار: رفض الفرضية الصفرية.



5- التفسير: نحن واثقون بنسبة 95% أنه توجد فروق حقيقية بين متوسطي درجات الجنسين على مقياس السلوك العدواني للأطفال، أي أن السلوك العدواني عند الأطفال يختلف باختلاف الجنس، ومنه يمكن تعميم هذه النتيجة على المجتمع الاحصائي.

2- حالة عينتان مستقلتان غير متجانستين نطبق t.test **بصيغة المعادلة التالية:**

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} ....(25)$$

أما بالنسبة لدرجات الحرية فإننا نستخرج درجة الحرية المعدّلة حسب ولتش Welch التي توفق بين تباينيين غير متجانسين لمجتمعين مختلفين ــ لتفادي احتمال الوقوع في خطأ من النوع الأول α ــ من خلال صيغة المعادلة التالية:

$$df = \frac{\left[(\frac{s_1^2}{n_1}) + (\frac{s_2^2}{n_2}) \right]^2}{\left[\frac{(\frac{s_1^2}{n_1})^2}{n_1 - 1} \right] + \left[\frac{(\frac{s_2^2}{n_2})^2}{n_2 - 1} \right]} ....(26)$$

مثال24: إليك البيانات التالية الملخصة لدرجات تحصيل مقياس الاحصاء لعينتين مستقلتين تمثلان مجتمعين مختلفين من طلبة علم النفس:

$$n_1 = 5, \bar{X}_1 = 10, S_1^2 = 1$$
$$n_2 = 5, \bar{X}_2 = 6, S_2^2 = 8$$

المطلوب: أجب على السؤال التالي: هل توجد فروق بين متوسطي درجات (n_1, n_2) في تحصيل الإحصاء؟ على اعتبار أن شروط t.test محققة، وقيمة t_t ذات الحدّين عند $(\alpha = 0.05)$.

الحل: تطبيق اختبار هارتلي F لمعرفة ما إذا كان التباين متجانس.

- التباين متجانس $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$
- التباين غير متجانس $H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

تطبيق اختبار هارتلي $F_c = \frac{8}{1} = 8$ علماً أن القيمة المجدولة $F_t = 6.4$، وبما أن $F_c > F_t$ فإننا نرفض الفرضية الصفرية التي تؤكد عدم تجانس التباين ويعني ذلك أن تشتت درجات

العينتين مختلف. وعليه يمكن حساب درجة الحرية المُعدَّلة التي توفق بين تباينيين غير متجانسين لمجتمعين مختلفين بصيغة المعادلة(26):

$$df = \frac{\left[(\frac{1}{5}) + (\frac{8}{5})\right]^2}{\left[\frac{(\frac{1}{5})^2}{5-1}\right] + \left[\frac{(\frac{8}{5})^2}{5-1}\right]}$$

$$= \frac{3.24}{\frac{(0.2)^2}{4} + \frac{(1.6)^2}{4}}$$

$$= 4.98$$

$$df \; ; \; 5$$

1- الفرضيات:

- لا تختلف درجات تحصيل الاحصاء باختلاف الطلبة(n_1, n_2). $H_0 : \mu_1 = \mu_2$

- تختلف درجات تحصيل الاحصاء باختلاف الطلبة(n_1, n_2). $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

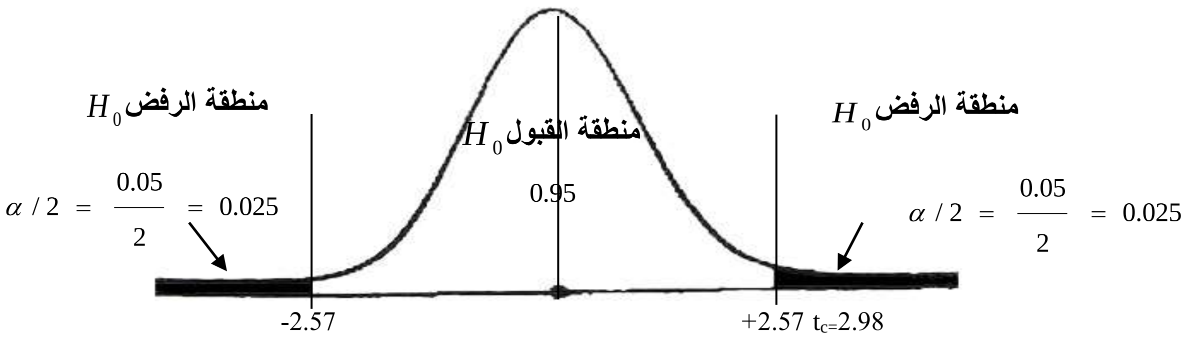
2- كيفية اتخاذ القرار: سأرفض الفرضية الصفرية عند مستوى الدلالة $\alpha = 0.05$ ودرجة حرية $df = 5$ عندما تكون قيمة t_c المحسوبة أكبر من قيمة t_t المجدولة المقدرة بـ: $t_t = \pm 2.57$ لاختبار ذو حدّين.

3- تطبيق t.test لعينتين مستقلتين غير متجانستين بصيغة المعادلة(25) كالآتي:

$$t = \frac{10-6}{\sqrt{\frac{1}{5} + \frac{8}{5}}} = \frac{4}{\sqrt{1.8}}$$

$$t = 2.98$$

4- القرار: رفض الفرضية الصفرية.



5- التفسير: الباحث متأكد بنسبة 95% ثقة أنه توجد فروق حقيقية بين متوسطي درجات تحصيل الطلبة (n_1, n_2)لمقياس الإحصاء، ومنه يمكن تعميم هذه النتيجة على المجتمع الاحصائي.

بالإضافة إلى التفسير السابق كيف نقدر متوسط الفرق بين مجتمعين مختلفين من الطلبة ضمن فترة لتقدير مسافة الثقة لعينتين مستقلتين باستخدام اختبار "ت" فإننا نستخدم المعادلة الآتية: (ii)

$$CI = \bar{X}_1 - \bar{X}_2 \pm t_t \times S_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} \text{............}(27)$$

حيث أن:

CI: فترة الثقة.

$\bar{X}_1 - \bar{X}_2$: متوسط الفرق

t_t: قيمة "ت" المجدولة أو الحرجة.

$S_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}$: الخطأ المعياري لمتوسطي درجات (n_1, n_2).

وبالرجوع لمعطيات المثال24 فإن فترة الثقة تساوي

$$95\%CI = (10-6) \pm (2.57 \times \sqrt{\frac{1}{5} + \frac{8}{5}})$$

$$95\%CI = 4 \pm 3.44$$

$$95\%CI = (0.56 - 7.44)$$

نحن واثقون بنسبة 95% أن الفرق الحقيقي بين متوسطي درجات تحصيل الطلبة لمقياس الإحصاء في المجتمعين (N_1, N_2) يقع في فترة الثقة ما بين $95\%CI = (0.56 - 7.44)$.

3- **حالة عينتان مترابطتان أو متشابهتان:**

في حالة الفرق بين متوسطي درجات عينتين مترابطتين $(\bar{D})$ ـ أي المقارنة بين نفس الأفراد في حالتين مختلفتين، كأن نقارن بين متوسطي درجات القياسين القبلي والبعدي لأفراد العينة التجريبية ــ فإنه توجد ثلاثة حالات يمكن أن تكون فيها العينتين مترابطتين أو متشابهتين:

الحالة الأولى: في منهج المقارنة الوصفي العادي نقيس أفراد في ظروف معينة، ثم بعد فاصل زمني معين نقيس نفس الأفراد في ظروف أخرى مشابهة، ثم نقارن بين القياسين. مثلاً: كأن نريد معرفة ثبات مقياس ما بطريقة التطبيق وإعادة التطبيق مرة أخرى على نفس

الأفراد، فإذا كانت الفروق ـ أو مؤشر الاستقرار عبر الزمن ـ بين درجات التطبيق الأول ودرجات التطبيق الثاني بعد الفاصل الزمني غير دالة احصائياً دلّ ذلك على المقياس ثابت.

الحالة الثانية: الحصول على مجموعات من التوائم المتطابقة والعمل على التعيين العشوائي لأحدهما كمجموعة تجريبية والأخرى كمجموعة ضابطة. ففي هذه الحالة نجد أن الأفراد مختلفين لكن متشابهين بدرجة كبيرة من التكافؤ في خاصية متغير له علاقة قوية بما نقيس مثلاً: إذا العينتين أو المجموعتين من الأفراد يشتركان في متغير الذكاء كمتغير مستقل يجب المراعاة عند عملية التّوأمة إلى العمر الزمني والعمر العقلي للأفراد لإحداث التطابق.

الحالة الثالثة: وتحدث عندما نقوم باختبار قبلي واختبار بعدي على نفس العينة من الأفراد. ففي هذه الحالة نختبر أفراد العينة قبل اخضاعهم للعامل التجريبي في الوقت (ز$_1$) ثم نعيد اختبارهم في الوقت (ز$_2$) بعد اخضاعهم للعامل التجريبي.

بما أن الهدف الأساسي من استخدام اختبار"ت"($t.test$) هو معرفة ما إذا كان متوسط الفروق بين المجتمعينN_1 وN_2 فروق حقيقية، ففي حالة اختبار(t) لعينتين مترابطتين أو متشابهتين يتم التعرف على الدلالة الإحصائية بتحويل متوسط الفروق $\bar{D}$ إلى قيمة تائية معيارية. ويمكن حسابه من خلال صيغة المعادلة الآتية: [iii]

$$t = \frac{\bar{D}}{S_{\bar{D}}} \dots\dots\dots\dots\dots\dots(28)$$

$$df = (n-1)$$

حيث أن:

$\bar{D}$: متوسط الفروق ويُحسب بصيغة المعادلة التالية: $\bar{D} = \frac{\sum D}{n}$

D: الفرق في درجات أفراد العينة في الحالة$_1$ والحالة$_2$.

n: حجم العينة.

$S_{\bar{D}}$: الخطأ المعياري لمتوسط الفروق ويحسب بصيغة المعادلة التالية: $S_{\bar{D}} = \frac{S_D}{\sqrt{n}}$

S_D: الانحراف المعياري لتوزيع الفروق يحسب بصيغة المعادلة التالية:

$$S_D = \sqrt{\frac{n\sum D^2 - (\sum D)^2}{n(n-1)}}$$

مثال25: قام باحث بتطبيق معالجة بيداغوجية لتحسين الأداء القرائي على مجموعة مكونة من(10) أفراد يعانون من ضعف في مهارات القراءة، وطبّق عليهم اختبار قبلي قبل تعرضهم للمعالجة، ثم اختبار بعدي بعد انتهاء فترة المعالجة، وقد تحصل الباحث على البيانات الملخصة الآتية: $\bar{D}=1.6, S_D=0.97, n=10$

المطلوب: تحقق من صحة الفرضية التي تتوقع أن للمعالجة البيداغوجية مساهمة إيجابية في تحسين الأداء القرائي عند مستوى الدلالة $(\alpha=0.01)$ ودرجة حرية $(10-1)= df$ علماً أن $t_t=2.82$.

الحل:

1-الفرضيات:

- لا تساهم المعالجة البيداغوجية في تحسين الأداء القرائي عند الأفراد. $H_0: \mu_D=0$
- للمعالجة البيداغوجية مساهمة ايجابية في تحسين الأداء القرائي عند الأفراد. $H_1: \mu_D>0$

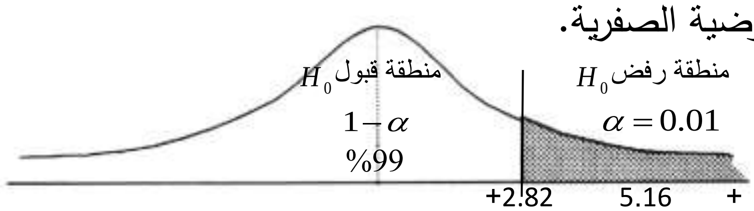
2- كيفية اتخاذ القرار: سأرفض الفرضية الصفرية عند مستوى الدلالة $\alpha=0.01$ ودرجة حرية $df=9$ عندما تكون قيمة t_c المحسوبة أكبر من قيمة t_t المجدولة المقدرة بـ: $t_t=2.82$ لاختبار ذو حدّ واحد.

3- تطبيق t.test لعينتين مترابطتين بصيغة المعادلة(28) كالآتي:

$$t=\frac{1.6}{\frac{0.97}{\sqrt{10}}}=\frac{1.6}{0.31}$$

$$t=5.16$$

4- القرار: رفض الفرضية الصفرية.



5- التفسير: تأكدنا بنسبة 99% ثقة أن المعالجة البيداغوجية قد ساهمت فعلاً وبشكل إيجابي في تحسين الأداء القرائي لدى مجموعة الأفراد ضعاف المهارات القرائية من المتمدرسين.

ولإيجاد فترة الثقة لعينتين مترابطتين نستخدم صيغة المعادلة التالية: $CI=\bar{D}\pm t_t \times S_{\bar{D}}$...(29)

وبتطبيق صيغة المعادلة(29) على بيانات المثال(25) فإن فترة الثقة تساوي:

$$99\%CI=1.6\pm 2.82\times 0.31$$

$$99\%CI=(0.72-2.47)$$

نحن واثقون بنسبة 99% أن متوسط الفروق الحقيقي للمجتمع(N) بين الاختبار القبلي المُطبق قبل تعرض مجموعة ضعاف المهارات القرائية للمعالجة البيداغوجية، والاختبار البعدي بعد الانتهاء من فترة المعالجة، يقع في فترة الثقة ما بين $99\%CI = (0.72 - 2.47)$ ومنه يمكن تعميم هذه النتيجة على المجتمع الاحصائي.

تطبيق8: اختبر دلالة متوسط الفروق بين درجات القياسين القبلي والبعدي لعشرة تلاميذ في اختبار تحصيلي في الحساب، عند مستوى الدلالة $\alpha = 0.05$، $t_t = 2.26$ من البيانات الآتية:

القياس القبلي	7	3	7	5	8	4	5	2	3	6
القياس البعدي	9	5	6	7	10	6	6	4	5	6

تطبيق9: للتأكد من صحة الفرضية الصفرية $H_0 : \mu = 70$ لكفاءة طلبة إحدى الجامعات في مهارات الاعلام الآلي، فاختار باحث عينة عشوائية مكونة من(20) طالب، وطبق عليهم اختبار لقياس مهاراتهم في الاعلام الآلي، فتحصل على البيانات الملخصة التالية: $\bar{X} = 75.40, S = 7.78$ هل يستطيع الباحث رفض الفرضية عند مستوى الدلالة $\alpha = 0.05$

تطبيق10: اختبر باحث مجموعتين من مناضلي حزبين سياسيين مختلفين للتعرف على اتجاههم نحو سياسة اصلاح شامل انتهجها حكومتهم. وفيما يلي البيانات الاحصائية:

$n_1 = 27, \bar{X}_1 = 20, S_1^2 = 25 \qquad n_2 = 30, \bar{X}_2 = 24, S_2^2 = 49$

-هل يتفق أو يختلف اتجاه مناضلي الحزبين نحو سياسة الإصلاح؟ اختبر الفرضية الصفرية عند مستوى الدلالة $\alpha = 0.05$ علماً أن $t_t = \pm 2.00$.

قائمة المراجع:

i- عبد الله، فلاح وعايش، موسى.(1995).**الاحصاء التربوي**، اليمن: دار المسيرة للنشر والتوزيع والطباعة: 234-238

ii- Hinton .R.(2004). **Statistics Explained**,2nd edition, Newyork: Routledge. P94

iii- عبد الله، فلاح وعايش، موسى.(1995). **مرجع سبق ذكره:**239

ثانيا: اختبار كاف تربيع(كا^2) (χ^2) Chi-square.test

تستخدم الاختبارات الاستدلالية اللابارامترية كبديل مناسب في حالة عدم توفر شروط تطبيق الاختبارات الاستدلالية البارامترية، وكذلك عندما تكون البيانات من مستوى القياس الاسمي أو على شكل تكرارات تقع في تصنيفات متعددة والتي يبلغ عددها اثنين فأكثر مثل الإجابة على أسئلة مقياس ذو بدائل للإجابة (نعم، لا) أو(موافق ـ محايد ـ معارض) وغيرها ومنها:

1- **اختبار χ^2 لحسن التطابق(Test of Goodness of Fit):** يستخدم في حالة الكشف على دلالة الفروق بين التكرارات الواقعية(Observed Frequency) والتي تؤخذ من الاستجابات الواقعية المُشاهدة للمتغير من العينة، والتكرارات المتوقعة(Expected Frequency) وهي تكرارات التوزيع النظري للمجتمع الأصلي، ويسمى التكرار النظري بالمتوقع لأنه التكرار الذي يتوقع الباحث الحصول عليه إذا كانت الفرضية الصفرية موضوع الدراسة صحيحة.

فإذا كانت قيمة $\chi^2 = 0$ فهذا يدل على أن عينة البحث ممثلة للمجتمع في تكراراتها ومتطابقة معه، أما إذا كانت قيمة $\chi^2 > 0$ فهذا يدل على وجود فروق بين التكرارات الواقعية للعينة وتكرارات التوزيع النظري المتوقع للمجتمع الأصلي، ويتم حساب χ^2 بصيغة المعادلة الآتية:

$$\chi^2 = \sum\left(\frac{(O-E)^2}{E}\right)\text{...............}(29)$$

حيث أن:

O: التكرار الواقعي المُشاهد.

E: التكرار المتوقع النظري.

مثال26: قمنا برمي قطعة نقدية 100 مرة على الأرض من المتوقع أن نتحصل على 50 مرة وجه و50 مرة قفى القطعة، ولكن ما حدث في الواقع من خلال التكرار المُشاهد تحصلنا على 70 رمية أظهرت الوجه و30 رمية أظهرت القفى.

السؤال: هل القطعة النقدية متحيزة؟ وللإجابة على السؤال نجد أنفسنا أمام فرضيتين هما:

1- الفرضيات: ـ القطعة النقدية غير متحيزة. $f_E = f_O$ $\quad H_0 : \chi^2 = 0$

ـ القطعة النقدية متحيزة. $f_E \neq f_O$ $\quad H_1 : \chi^2 > 0$

2- كيفية اتخاذ القرار: سأرفض الفرضية الصفرية عند مستوى الدلالة $\alpha=0.05$ ودرجة حرية $df=c-1=1$ عندما تكون قيمة χ_c^2 المحسوبة أكبر من قيمة χ_t^2 المجدولة المقدرة بـ: $\chi^2_{(df\ 1,\alpha 0.05)}=3.84$.

ملاحظة: درجة الحرية عند اختبار χ^2 ذو التصنيف أو التصميم الأحادي أو المتغير الواحد كلها تسميات لائقة$(df=c-1)$ حيث أن C هي عدد البدائل أو الأعمدة.

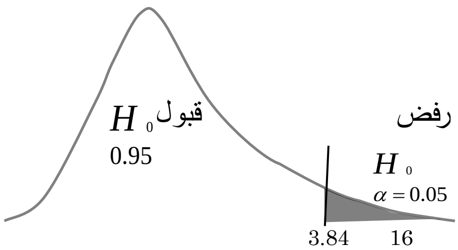
3- تطبيق الاختبار الاستدلالي اللابارامتري χ^2 كما هو موضح بالجدول التالي:

عدد البدائل	التكرارات المشاهدة O	التكرارات المتوقعة E	$(O-E)$	$(O-E)^2$	$\frac{(O-E)^2}{E}$
وجه القطعة	70	50	20	400	$400\div 50=8$
قفى القطعة	30	50	-20	400	$400\div 50=8$
المجموع	100	100	0	/	$\chi_c^2=16$

ملاحظة: لحساب التكرار المتوقع في حالة متغير واحد متعدد البدائل أو التصنيفات نتبع الآتي: مجموع التكرارات$(\sum f)$على عدد البدائل أو الاستجابات(C): $f_e=\frac{\sum f}{C}=\frac{100}{2}=50$

$$\chi^2=\sum\frac{(O-E)^2}{E}=\frac{(70-50)^2}{50}+\frac{(30-50)^2}{50}=\frac{400}{50}+\frac{400}{50}=8+8=16$$

4- القرار: رفض الفرضية الصفرية. $\chi_c^2=16>\chi^2_{(df\ 1,\alpha 0.05)}=3.84$



5- التفسير: تأكدنا بنسبة 95% ثقة على أن الاختلاف ــ أو عدم التطابق ــ بين التكرارات الواقعية والتكرارات المتوقعة حقيقي، أي أن القطعة النقدية متحيزة اتجاه الوجه بنسبة عالية قدرها70% وجه مقابل30% قفى.

2-**اختبار** χ^2 **للاستقلالية(Test of Independence)**:وفيه ندرس نوعين من السمات أو الصفات النوعية لكل عنصر من عناصر عينة عشوائية فإن البيانات يمكن تصنيفها حسب

الصفات محل الدراسة فنحصل على جداول اقتران مختلفة منها جدول اقتران(2×2) أو(2×3) أو (3×3).... وهكذا.

مثال27: قام فريق تلفزيوني باستطلاع رأي بين مؤيد ومعارض لفكرة برنامج معين وللإجابة على هذا التساؤل . هل تختلف الاستجابات حول فكرة البرنامج التلفزيوني باختلاف الجنس؟ . تحصل الفريق على البيانات المبينة بالجدول الآتي:

الجنس \ الاستجابات	مؤيد	محايد	معارض	المجموع
إناث	39	13	36	**88**
ذكور	23	9	22	**54**
المجموع	**62**	**22**	**58**	**142**

المطلوب: تحقق من صحة الفرضية الصفرية عند $\alpha = 0.05$ علماً أن $\chi^2_{(df\ 2,\alpha 0.05)} = 5.99$

1- الفرضيات:

- لا تختلف الاستجابات حول فكرة البرنامج التلفزيوني باختلاف الجنس. $H_0 : \chi^2 = 0$
- تختلف الاستجابات حول فكرة البرنامج التلفزيوني باختلاف الجنس. $H_1 : \chi^2 > 0$

2- كيفية اتخاذ القرار: سأرفض الفرضية الصفرية عند مستوى الدلالة $\alpha = 0.05$ ودرجة حرية $df = (c-1)(\mathrm{r}-1) = 2$ عندما تكون قيمة χ^2_c المحسوبة أكبر من قيمة χ^2_t المجدولة المقدرة بـ: $\chi^2_{(df\ 2,\alpha 0.05)} = 5.99$.

ملاحظة: درجة الحرية عند اختبار χ^2 ذو التصنيف أو التصميم الثنائي أو المتغيرين فأكثر $df = (c-1)(\mathrm{r}-1)$ حيث أن $(c-1)$ هو (عدد الأعمدة – 1) و $(\mathrm{r}-1)$ هو (عدد الصفوف – 1).

3- تطبيق اختبار χ^2 حسب الجدول التالي:

الجنس \ البدائل	ذكور O	ذكور E	اناث O	اناث E	المجموع	ذكور $(O-E)$	اناث $(O-E)$	ذكور $(O-E)^2$	اناث $(O-E)^2$	ذكور $\frac{(O-E)^2}{E}$	اناث $\frac{(O-E)^2}{E}$
مؤيد	23	24	39	38	**62**	-1	1	1	1	0.04	0.03
محايد	9	8	13	14	**22**	1	-1	1	1	0.125	0.07
معارض	22	22	36	36	**58**	0	0	0	0	0	0
المجموع	**54**	54	**88**	88	**142**	/	/	/	/	0.165	0.10

ملاحظة: لحساب التكرار المتوقع لاختبار χ^2 لمتغيرين متعددي البدائل أو التصنيفات نتبع

الآتي: مجموع الصف × مجموع العمود $f_e = \frac{(\sum r)\times(\sum c)}{n}$

حجم العينة

- التكرار المتوقع لصنف الذكور:

- التكرار المتوقع للخلية(ذكور/مؤيد): $f_e = \frac{54\times 62}{142}\ ;\ 24$
- التكرار المتوقع للخلية(ذكور/محايد): $f_e = \frac{54\times 22}{142}\ ;\ 8$
- التكرار المتوقع للخلية(ذكور/معارض): $f_e = \frac{54\times 58}{142}\ ;\ 22$

- التكرار المتوقع لصنف الإناث:

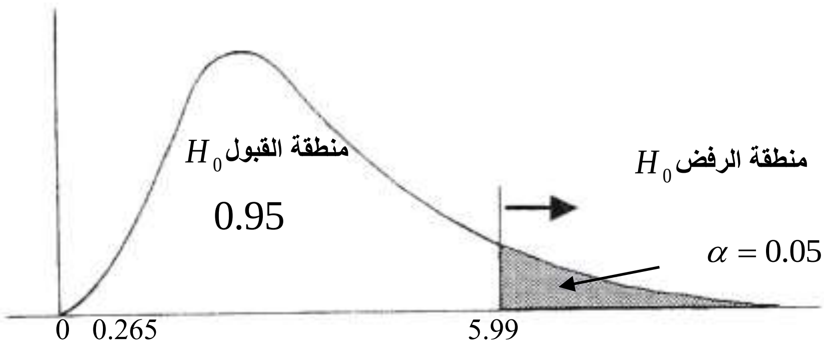
- التكرار المتوقع للخلية(اناث/مؤيد): $f_e = \frac{88\times 62}{142}\ ;\ 38$
- التكرار المتوقع للخلية(اناث/محايد): $f_e = \frac{88\times 22}{142}\ ;\ 14$
- التكرار المتوقع للخلية(اناث/معارض): $f_e = \frac{88\times 58}{142}\ ;\ 36$

$$\chi^2 = \sum\frac{(O-E)^2}{E} = \frac{(23-24)^2}{24} + \frac{(9-8)^2}{8} + \frac{(22-22)^2}{22} + \frac{(39-38)^2}{38} + \frac{(13-14)^2}{14} + \frac{(36-36)^2}{36}$$

$$= 0.04 + 0.125 + 0 + 0.03 + 0.07 + 0$$

$$\chi^2 = 0.265$$

4- القرار: قبول الفرضية الصفرية. $\chi_c^2 = 0.265 < \chi^2_{(df\ 2, \alpha 0.05)} = 5.99$



5- التفسير: بما أن $\chi_c^2 = 0.265 < \chi_t^2 = 5.99$ فيعني أن هناك تطابق بين التكرارات الواقعية لبيانات العينة والتكرارات المتوقعة للمجتمع الأصلي، أي أن الجنسين يتفقان حول فكرة البرنامج التلفزيوني وهذا راجع إلى عدم وجود اختلاف بين استجابات استطلاع الرأي لكلا الجنسين.

3- **شروط اختبار** χ^2 **:** قبل أن يستخدم الباحث اختبار χ^2 عليه التحقق من الشروط التالية:

- أن تكون البيانات تصنيفية ذات استجابات ثنائية أو أكثر.

- أن تكون التكرارات المُدونة في كل خلية مستقلة، بمعنى أنه لا يجوز إجراء عدة قياسات على نفس الفرد وتدوين نواتج هذه القياسات كتكرارات منفصلة في خلية واحدة أو في خلايا منفصلة، لأن هذا يؤدي إلى زيادة في مجموع التكرارات $\sum f$ عن حجم العينة n.

- أن تكون العينة مُختارة عشوائياً، ويفضل أن لا يقل حجمها عن (25) وأن لا يزيد على (250) على، وذلك لأن اختبار χ^2 يتأثر تأثراً واضحاً بحجم العينات الصغيرة جداً أو الكبيرة جداً. فإذا قل حجم العينة عن(25) أو زاد عن(250) فإن قيمة χ^2 تكون كبيرة مما يجعل الباحث يظن أن النتائج تُعبر عن فروق حقيقية دالة احصائياً، في حين أنه لا توجد دلالة عملية لتوزيع التكرارات.

- أن تكون التكرارات المتوقعة f_e في كل خلية أكبر من(5) ويفضل علماء الإحصاء أن تكون أكبر من(10) وخاصة في جداول الاقتران(2×2).

- إذا قلت التكرارات المتوقعة f_e عن(5) في الخلية فإنه ينبغي اجراء تصحيح يتس(Yates) حيث نطرح 0.5 من التكرارات الواقعية f_o التي تزيد عما هو متوقع f_e، ونضيف 0.5 إلى التكرارات الواقعية f_o التي تقل عما هو متوقع f_e، وبذلك تقترب التكرارات الواقعية من التكرارات المتوقعة، مما يعمل على التقليل من قيمة χ^2. $\chi^2_{Yates} = \sum^{k} \frac{(|f_o - f_e| - 0.5)^2}{f_e}$

4- **خصائص اختبار** χ^2

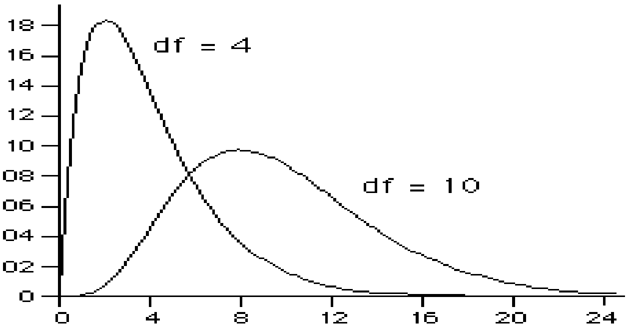
- قيمة χ^2 موجبة دائماً ولا يمكن أن تكون سالبة، وذلك لأن الفروق بين التكرارات الواقعية والمتوقعة يتم تربيعها.

- تكون قيمة χ^2 المحسوبة تساوي الصفر في حالة واحدة فقط وهي عندما يكون كل تكرار واقعي مساوياً بالضبط للتكرار المتوقع الخاص به.

- كلما ازدادت الفروق المطلقة بين التكرارات الواقعية والتكرارات المتوقعة لبيانات معينة تزداد قيمة χ^2 المحسوبة.

- تتأثر قيمة χ^2 بعدد الفروق المطلقة المرتبطة عادة بعدد بدائل الاستجابات، وكلما ازداد عدد هذه الفروق كلما أدى ذلك إلى زيادة قيمة χ^2 لنفس البيانات.

- يعتمد توزيع χ^2 مثل توزيع t اعتماداً كاملا على درجات الحرية، فكلما زادت درجات الحرية كلما قل التواء التوزيع واقترب من التماثل. والشكل الموالي يوضح ذلك: [i]



تطبيق$_{11}$: فرضية بحث تتطلب الكشف عما إذا كان هناك استقلالية اختيار التخصص الدراسي عن الجنس لدى طلبة شعبة علم النفس، تحصل الباحث على البيانات التالية حسب الجدول الآتي:

التخصص / الجنس	تنظيم وعمل	مدرسي	تربوي	مجموع
إناث	08	10	13	31
ذكور	19	08	06	33
المجموع	27	18	19	64

فسر الفرضية الصفرية عند $\chi^2_{(df\ 2,\alpha 0.05)} = 5.99$.

تطبيق$_{12}$:

- وضح متى وكيف؟ يُجرى تصحيح يتس(Yates).
- وضح متى وكيف؟ يتأثر اختبار χ^2 بحجم العينة.
- استنتج التكرار المتوقع f_e لكل خلية، ثم أحسب قيمة χ^2 من بيانات الجدول التالي:

الاستجابات / التكرارات	مناسب	مناسب إلى حد ما	غير مناسب	المجموع
f_o	60	40	20	120
f_e	؟	؟	؟	؟

قائمة المراجع:

i- Hinton .R.(2004). **Statistics Explained**,2nd edition, Newyork: Routledge.:250-258