الفصل الأول

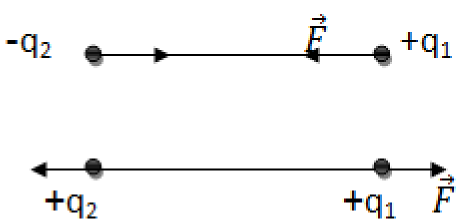
الكهرباء الساكنة

الشحنة الكهربائية.

إن عملية دلك جسم بواسطة جسم آخر لا تخلق الشحنة، فكل ما حدث هو انتقال الشحنة من جسم لآخر، فأحد الأجسام يكتسب مقدارا من الشحنة الموجبة بينما الآخر يكتسب مقدارا مساويا من الشحنة السالبة، فدلك قضيب من الزجاج مع الحرير أحدث حصول الحرير على شحنة سالبة و القضيب على نفس الشحنة، و لكنها موجبة .إن معرفة التركيب الذري تجعلنا نفسر ما حدث على أنه انتقال الالكترونات، و هي سالبة الشحنة، من الزجاج إلى الحرير.

قانون كولوم

إذا وضعنا شحنتان q1 و q2 فإنه تحدث بينهما قوة انظر الشكل.



هذه القوة تكون قوة تجاذب إذا كانت الشحنتان متعاكستان

أي واحدة موجبة والأخرى سالبة.

و إذا كانت الشحنتان من نفس الطبيعة أي موجبتان أو سالبتان فإنهما يتنافران.

حيث هذه القوة تعطى بالعلاقة التالية

r البعد بين مركزي الشحنتين.

$$\vec{F} = k\,\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}\,\frac{\vec{r}}{r}$$

الحقل الكهربائي الناتج عن شحنة نقطية.

إذا وضعنا شحنة نقطية في الفضاء فإنها تكون حولها حقل كهربائي يعطى بالعلاقة التالية.

أشعة الحقل تكون خارجة من الشحنة إذا كانت موجبة.

$$\overrightarrow{Er} = k\,\frac{q}{r^2}\,\frac{\vec{r}}{r}$$

أشعة الحقل تكون داخلة إلى الشحنة إذا كانت سالبة.

الكمون الكهربائي الناتج عن شحنة نقطية.

الكمون الكهربائي الناتج عن شحنة نقطية q في نقطة M تبعد مسافة r عن مركز الشحنة تعطى بالعلاقة التالية.

$$V(r) = k\,\frac{q}{r} + c$$

- الكمون قيمة جبرية

يحدد الثابت c وفق المرجع للكمون حيث c =0

الحقل و الكمون الناتج عن التوزيع المستمر للشحنات.

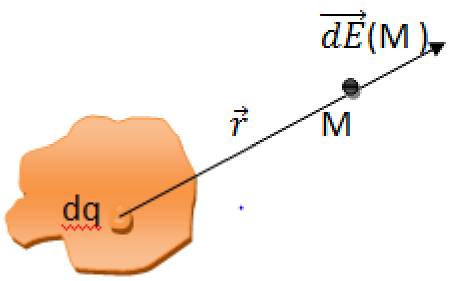
التوزيع المستمر للشحنات هو عبارة عن شحنات نقطية متلاصقة ببعضها البعض و هذا التوزيع يكون على الاشكال التالية.

التوزيع المستمر للشحنات إما يكون خطي وكثافته الشحنية λ وحدتها C/m مثل سلك مشحون

التوزيع المستمر للشحنات إما يكون سطحي وكثافته الشحنية δ وحدتها C/m2 مثل قرص

التوزيع المستمر للشحنات إما يكون حجمي وكثافته الشحنية ρ وحدتها C/m3 مثل كرة او مكعب

الحقل و الكمون الناتج عن التوزيع المستمر للشحنات يعطى بالعلاقات التالية:



$$\vec{E}(r) = k\int \frac{dq}{r^2}\,\vec{u}$$

$$V(r) = k\int \frac{dq}{r}$$

حيث $dq = \lambda dL$ عندما تكون الشحنة خطية

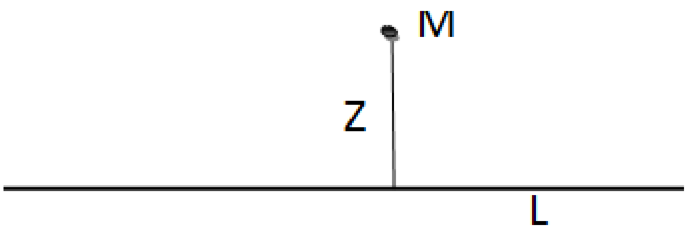
$dq = \delta\, ds$ عندما تكون الشحنة سطحية

$dq = \rho dV$ عندما تكون الشحنة حجمية.

مثال:

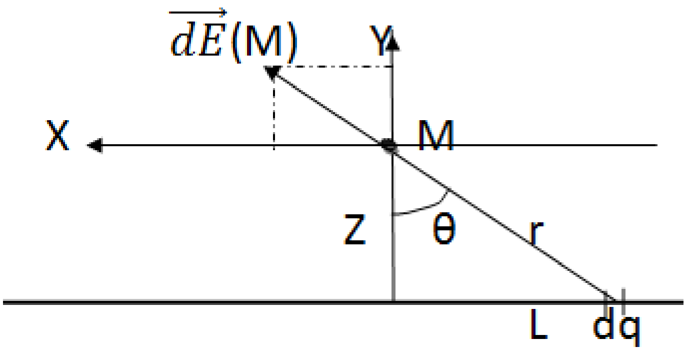
سلك غير منتهي طوله L و شحنته الخطية λ موجبة نقطة من الفضاء M تبعد السلك مسافة عمودية Z

انظر الشكل المطلوب حساب الحقل الكهربائي عند هذه النقطة و استنتج الكمون.



الحل

نأخذ جزءا من السلك شحنته dq هذه الشحنة تعتبر نقطية حيث $dq = \lambda dL$ الحقل الناشئ عن هذه الشحنة هو $\overrightarrow{dE}(M)$ كماهو موضح في الشكل مركباته على المحور ox و oy



$$\overrightarrow{\mathrm{dE}}(\mathrm{M})\begin{cases} dEx = dE\ \cos\theta \\ \mathrm{dEy} = \mathrm{dE}\ \sin\theta \end{cases}$$

إيجاد المركبة على المحور ox لدينا

$$\mathrm{dE(M)} = \mathrm{k}\,\boldsymbol{\frac{dq}{r^2}}$$

ومنه $dEx = dE\ \cos\theta$ إذن $dEx = \mathrm{k}\,\boldsymbol{\frac{dq}{r^2}}\cos\theta$

لإيجاد المركبة الناتجة على كامل السلك نكامل الطرفين فتصبح العلاقة كالتالي.

$Ex = \mathrm{k}\int\boldsymbol{\frac{dq}{r^2}}\cos\theta$ نعوض dq بما يعادلها فتصبح Ex كالتالي.

$Ex = \mathrm{k}\int\frac{\lambda \mathrm{dL}}{\boldsymbol{r^2}}\cos\theta$ للحصول على هذا التكامل لدينا ثلاث متغيرات L, θ و r ولكن توجد علاقة بين المتغيرات الثلاث

$\cos\theta = \frac{\mathrm{Z}}{\mathrm{r}}$ ومنه $\mathrm{r}^2 = \frac{Z^2}{(\cos\theta)^2}$ لدينا أيضا $\tan\theta = \frac{\mathrm{L}}{\mathrm{Z}}$ $\frac{\mathrm{dL}}{\mathrm{d\theta}} = \frac{\mathrm{Z}}{(\cos\theta)^2}$

نعوض dL و r^2 بما يعادلهما في Ex

$Ex = \mathrm{k}\int\frac{\lambda\frac{\mathrm{Z}}{(\cos\theta)^2}}{\frac{Z^2}{(\cos\theta)^2}}\cos\theta\, d\theta$ نختزل $(\cos\theta)^2$ و Z فتصبح

$Ex = \mathrm{k}\int\frac{\lambda}{Z}\cos\theta\, d\theta$ ومنه

$Ex = \mathrm{k}\,\frac{\lambda}{Z}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}}\boldsymbol{\cos\theta\ d\theta}$ إذن $Ex = \mathrm{k}\,\frac{\lambda}{Z}\ [\boldsymbol{\sin\theta}]_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}}$

$$Ex = \mathrm{k}\,\frac{2\lambda}{Z}$$

نفس العمل لإيجاد Ey

$$Ey = \mathrm{k}\int\frac{\lambda}{Z}\,\boldsymbol{\sin\theta}\ d\theta$$

ومنه

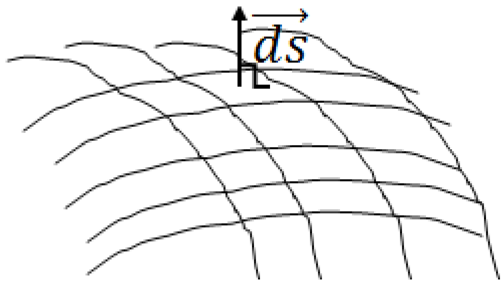
$$Ey = \mathrm{k}\ \frac{\lambda}{z}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \sin\theta\ d\theta \quad \text{إذن} \quad Ey = \mathrm{k}\ \frac{\lambda}{z}\ [\cos\theta]_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}}$$

$$Ey = 0$$

تدفق الحقل الكهربائي – نظرية قوص Gauss

ليكن السطح S نسمي شعاع السطح $\overrightarrow{dS}$ هو الشعاع العمودي على المساحة العنصرية dS من السطح انظر الشكل

حيث طويلته تساوي المساحة العنصرية و هو ناظم على السطح في اتجاه خارج تقعر السطح.



تدفق الحقل الكهربائي ساكن عبر سطح S

نسمي التدفق العنصري dϕ للحقل $\vec{E}$ عبر السطح العنصري $\overrightarrow{dS}$ هو الجداء السلمي لشعاع الحقل و الشعاع $\overrightarrow{dS}$ ويعطى بالعلاقة التالية:

$$d\phi = \vec{E}\ .\ \overrightarrow{dS}$$

نظرية قوص

هي علاقة تربط بين التدفق الكهربائي عبر سطح مغلق و الشحنة التي يضمها هذا السطح.

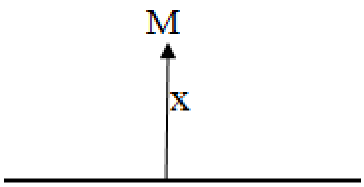
و تنص على :تدفق الحقل الكهربائي عبر سطح مغلق S يساوي المجموع الجبري للشحنات التي بداخل هذا السطح مقسومة على السماحية ε_0 ويعطى بالعلاقة التالية:

$$\phi = \oint \vec{E}.\overrightarrow{dS} = \frac{\sum_0^n q(int)}{\varepsilon_0}$$

تمرين تطبيقي

سلك طوله غير منتهي مشحون بشحنة خطية λ نقطة M تبعد عن السلك

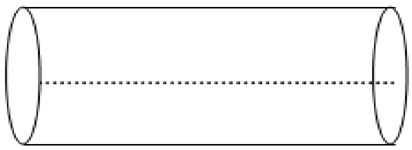
مسافة عمودية X أنظر الشكل.



1) – احسب الحقل عند M باستعمال نظرية قوس

2)- استنتج الكمون عند M

الحل



1) - حساب الحقل بتطبيق نظرية قوس على السلك

$$E \times S_g = \frac{q}{\varepsilon}$$

اسطوانة قوس هي اسطوانة نصف قطرها X البعد العمودي على السلك مساحتها $S = 2\pi r h$.

ومنه $E \cdot 2\pi r h = \frac{\lambda h}{\varepsilon}$ و $E = \frac{\lambda}{2\varepsilon\pi x}$ وهو الحقل الذي وجد بطريقة التكامل

2) – استنتاج الكمون عند M

لدينا $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\, V$ ← $E = -\frac{\partial V}{\partial x}$ إذن $dV = E\, dx$ بتكامل طرفي المعادلة $dV = -\frac{\lambda\, dx}{2\varepsilon\pi\, x}$

نجد

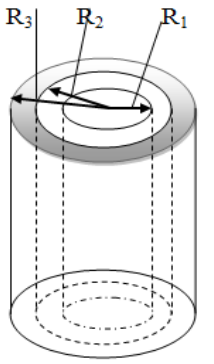
$$\boxed{V = -\frac{\lambda}{2\varepsilon\pi}\ln(x) + C}$$

تمرين تطبيقي .

اسطوانة مجوفة نصف قطريها R_2 و R_3 مشحونة بشحنة حجميه ρ في تجويفها اسطوانة ثانية نصف قطرها R_1 مشحونة بشحنة سطحية σ انظر الشكل

1) - احسب الحقل عند $r > R_3$ باستعمال نظرية قوس واستنتج الكمون

2) - احسب الحقل عند $R_2 < r < R_3$ باستعمال نظرية قوس واستنتج الكمون

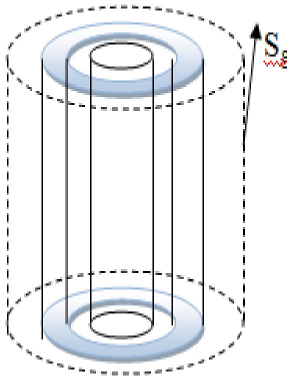


3) - احسب الحقل عند $R_1 < r < R_2$ باستعمال نظرية قوس واستنتج الكمون

4) - احسب الحقل عند $R_1 > r$ باستعمال نظرية قوس واستنتج الكمون

5) – احسب سعة المكثفة المشكلة من الاسطوانتين عند $R_1 < r < R_2$

الحل



1)- حساب الحقل بتطبيق نظرية قوس على السلك

$$E \cdot S_g = \frac{q}{\varepsilon}$$

اسطوانة قوس هي اسطوانة نصف قطرها r تحيط بالأسطوانتين المشحونتين مساحتها الخارجية $S = 2\,\pi\, r\, h$

q هي شحنة الاسطوانتين بداخل سطح قوس

$$q = \pi\,(R_3^{2} - R_2^{2})\, h\, \rho + 2\,\pi\, R_1\, h\, \sigma$$

ومنه حسب نظرية قوس فإن

$$\mathbf{E\,.\,2\pi\, r\, h = \frac{\pi\,(R_3^2 - R_2^2)\, h\, \rho + 2\pi R h \sigma}{\varepsilon}}$$

باختزال **h** من طرفي المعادلة والقسمة على **2π r** نجد الحقل E

$$\mathbf{E = \frac{\pi\,(R_3^2 - R_2^2)\, h\, \rho + 2\pi R h \sigma}{2\pi\varepsilon r}}$$

استنتاج الكمون لدينا $\vec{E} = -\,\overrightarrow{grad}\, V$ $E = -\frac{\partial V}{\partial r} \leftarrow$ $dV = -\,E\, dr$ إذن

$$dV = -\,\frac{(R_3^2 - R_2^2)\ \rho + 2R\sigma}{2\varepsilon r}\ \mathbf{dr}$$

بتكامل طرفي المعادلة نجد الكمون

$$\mathbf{V = -\,\frac{(\,(R_3^2 - R_2^2)\,\rho + 2R\sigma)\ln(r)}{2\varepsilon} + c}$$

2) - حساب الحقل عند $R_2 < r < R_3$

بتطبيق نظرية قوس $E . S = \frac{q}{\varepsilon}$ سطح قوس هو $S = 2\pi r h$

والشحنة المحصورة بسطح قوس هي q حيث $q = \pi (r^2 - R_2^2) h \rho + 2\pi R_1 h \sigma$

ومنه $$E .2\pi r h = \frac{\pi (r^2 - R_2^2) h \rho + 2\pi R1 h\sigma}{\varepsilon}$$

باختزال **h** و π من طرفي المعادلة والقسمة على **2 r** نجد الحقل E

$$E = \frac{(r^2 - R_2^2)\ \rho + 2R_1\sigma}{2\varepsilon r}$$

$$\boxed{E = \frac{\rho r}{2\varepsilon} - \frac{R_2^2\ \rho - 2R_1\sigma}{2\varepsilon r}}$$

استنتاج الكمون لدينا $\vec{E} = -\vec{grad}\, V$ $E = -\frac{\partial V}{\partial r}$ ← $dV = - E\, dr$ إذن

بتكامل طرفي المعادلة نجد الكمون $$V = -\frac{\rho r^2}{4\varepsilon} + \frac{R_2^2\ \rho - 2R_1\sigma}{2\varepsilon}\ln(r) + c$$

3) - حساب الحقل عند $R_1 < r < R_2$

بتطبيق نظرية قوس $E . S = \frac{q}{\varepsilon}$ سطح قوس هو $S = 2\pi r h$

والشحنة المحصورة بسطح قوس هي q حيث $q = 2\pi R_1 h \sigma$

إذن $$E . 2\pi r h = \frac{R_1 2\pi h\ \sigma}{\varepsilon}$$ ومنه $$E = \frac{R_1\sigma}{2\varepsilon r}$$

الفصل الثاني

الكهرباء المتحركة

اقتصرنا سابقا على دراسة الشحنات الساكنة, أو ما يسمى بالكهرباء الساكنة (Electrostatique)

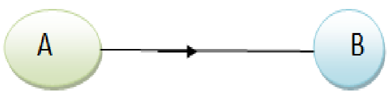
في هذا الفصل سندرس الشحنات المتحركة ما يسمى بالكهرباء المتحركة وندخل مصطلح التيار الكهربائي (Electrostatique)

نتناول أيضا في هذا الفصل تحليل بعض الشبكات الكهربائية البسيطة التي تحتوي على مولدات ومستقبلات ومقاومات . يعتمد التحليل في مثل هذه الشبكات على قانوني كيرشوف الذين هما نتيجة انحفاظ الطاقة و انحفاظ الشحنة الكهربائية .

التيار الكهربائي والمقاومات

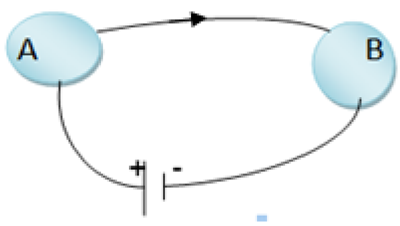
II- 1. التيار الكهربائي

عند ما يكون لدينا ناقلين A وB كمونهما على التوالي V_A وV_B حيث $V_A > V_B$ عند إيصالهما الناقلين فرق في الكمون يولد بين الناقلين حقل كهربائي متجه من A إلى B ناقل فيكون بين بسلك يحدث انتقال الإلكترونات من A إلى B مؤقتا حتى يتوازن الناقلين كهربائيا ويتساوى الكمون فتتوقف حركة الالكترونات. هذا الانتقال يسمى بالانتقال الحظي أي مرور تيار كهربائي لحظي



عندما نوصل طرفي A وB بمولد جهد (Générateur de tension) فهو يحافظ فرق الكمون بين طرفي الناقلين(courant

وتستمر حركة الالكترونات ويسمى ذالك بالتيار المستمر (continu



II–1-1 اتجاه التيار الكهربائي .

الكثير من الظواهر التي تثبت مرور التيار الكهربائي وهي عندما يشتعل مصباح كهربائي في داره كهربائية فإننا نقول بأن التيار مر بالدارة, أو إذا وظعنا إبرة مغناطيسية تحت سلك ناقل وانحرفت الإبرة فإننا نقول بأن التيار يمر بالدارة, أو إذا وظعنا وعاء تحليل كهربائي فإننا نشاهد انطلاق فقاعات هذا يعني ان التيار يمر.

ملاحظات:

- في النواقل الكهربائية و أنصاف النواقل

مثل النحاس و الألمنيوم ، يكون التيار بسبب حركة الإلكترونات السالبة، لذلك فاتجاه التيار الاصطلاحي هو معاكس لاتجاه انسياب الإلكترونات، المسئول الحقيقي عن التيار.

- في المسرعات هناك حزم من البروتونات الموجبة مسببة للتيار فيكون اتجاه التيار الاصطلاحي باتجاه انسياب البروتونات.

II– 1-2 شدة التيار الكهربائي

شدة التيار الكهربائي (Intensité du courant électrique) هي كمية الكهرباء q المارة عبر مقطع S خلال زمن dt

$$I = \frac{\mathrm{dq}}{\mathrm{dt}}$$

وحدة التيار في النظام الدولي هي أمبير (Ampère)

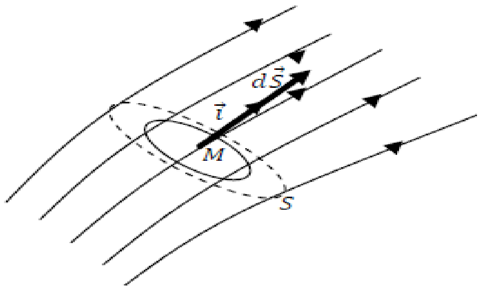
تعريف : الأمبير (1A)هي شدة التيار المكافئة لشحنة قدرها 1 وكلوم 1C تمر في السطح خلال 1 ثانية (1s)

،سنهتم خلال دراستنا بالنظام المستقر(Régime stationnaire) الذي يكون فيه كمون

نقطة ما من الدارة الكهربائية غير متغير مع الزمن، و تكون شدة التيار ثابتة عبر أي مقطع من مقاطع الدارة.

II- 1 -3 شعاع كثافة التيار

يعرف شعاع كثافة التيار بالشعاعَ $\vec{\imath}$ M و اتجاهه اتجاه حركة الشحنات الموجبة و مماس لخط التيار المار ب M و طويلته:



$$i = \frac{\mathrm{dI}}{\mathrm{dS}}$$

حيث تعطى كثافة التيار i بالعلاقة التالية

$$i = n\,e\,v$$

- n الكثافة الحجمية للشحنات

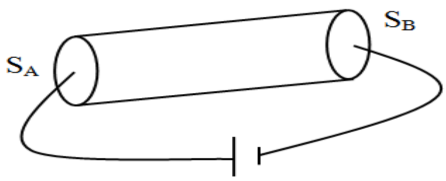
- e شحنة الإلكترون

- v سرعة الإلكترون

II- 2 قانون أوم

نعتبر الناقل التالي المحدود بالمقطعين S_A و S_B كما هو في الشكل

نطبق عن هذا الناقل فرق في الكمون بواسطة مولد في دارة مغلقة



فرق الكمون بين طرفي الناقل هي

$$V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}.\vec{dl} = \int_A^B \frac{j}{\sigma}\,dl$$

$j = \frac{I}{S}$ الكثافة الكهربائية .

I شدة التيار في النظام المستقر.

S مساحة المقطع

نعوض الكثافة الكهربائية بقيمتها في معادلة فرق الكمون فتصبح كالتالي.

$$V = V_A - V_B = \frac{I}{\sigma}\int_A^B \frac{dl}{S}$$

تسمى مقاومة الناقل الأمي وحدتها هي الأم (Ω) ونرمز لها ب $\frac{1}{\sigma}\int_A^B \frac{dl}{S}$

ونرمز لها ب R إذن

$$\boxed{R = \frac{1}{\sigma}\int_A^B \frac{dl}{S}}$$

مثال : عندما يكون الناقل الأمي اسطوانة فإن المقطع S ليس له علاقة بالطول L

ومنه المقاومة $R = \frac{L}{\sigma S}$

- إذا كان الناقل كرة فإن السطح S له علاقة بالمسار L حيث تصبح المقاومة

$$\boxed{R = \frac{1}{\sigma} \int_A^B \frac{dl}{S}}$$

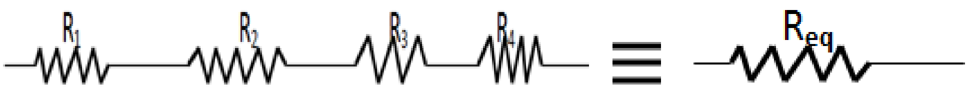
في الكرة $S = 4\pi r^2$ و $dl = dr$

$$R = \frac{1}{\sigma} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{4\pi r^2} \Longrightarrow R = \frac{1}{\sigma 4\pi} \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right]$$

II- 2 - 1 جمع المقاومات

أ- جمع المقاومات على التسلسل

عندما تكون لدينا دارة كهربائية تحتوي على عدد من المقاومات مربوطة على التسلسل نستطيع تعويضها بمقاومة واحدة مكافئة أنظر ألشكل



يسري في المقاومات التيار نفسه و فرق الكمون هو مجموع فروق الكمون

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = R_1 I + R_2 I + R_3 I + R_4 = (R_1+R_2+R_3+R_4)\, I$$

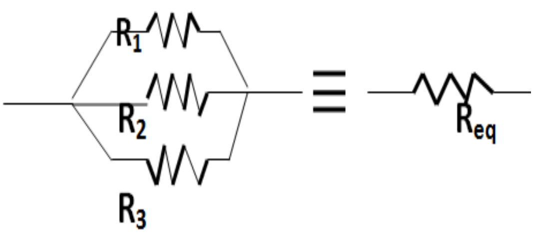
المقاومة المكافئة هي.

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4$$

$$R_{eq} = \sum_{i=1}^{n} R_i$$

ب - جمع المقاومات على التفرع

عندما تكون لدينا دارة كهربائية تحتوي على عدد من المقاومات مربوطة على التفرع نستطيع تعويضها بمقاومة واحدة مكافئة أنظر ألشكل



في كل مقاومة يسري فيها تيار وكل المقاومات لها نفس فرق الكمون

حيث التيار الكلي يساوي مجموع التيارات المارة في كل مقاومة

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3}$$

$$I = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) V = \frac{V}{R_{eq}}$$

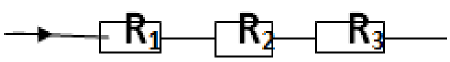
المقاومة المكافئة هي.

$$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{R_{eq}}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{R_i}} \qquad \qquad \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{R_{eq}}} = \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{R_1}} + \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{R_2}} + \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{R_3}}$$

- مثال -1-

ثلاث مقاومات $R1= 3\Omega$, $R2= 2\Omega$ و $R3= 4\Omega$ مربوطة على التسلسل

احسب المقاومة المكافئة



الحل:

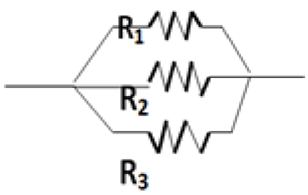
المقاومة المكافئة هي

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 = 3\Omega + 2\Omega + 4\Omega$$

$$R_{eq} = 9\Omega$$

مثال -2- ثلاث مقاومات $R1= 3\Omega$, $R2= 2\Omega$ و $R3= 4\Omega$ مربوطة على التفرع

احسب المقاومة المكافئة



الحل:

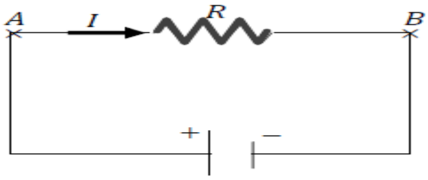
المقاومة المكافئة هي R_{eq} حيث

$$\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{R_{eq}}} = \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{R_1}} + \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{R_2}} + \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{R_3}}$$

$$R_{eq} = \frac{12}{13}\ \Omega \qquad \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$

II- 3 قانون جول

عندما تكون لدينا مقاومة R موصولة تحت فرق كمون ثابت .عندما يسري فيها تيار كهربائي شدته I وبين طرفيها فرق في الكمون v في مدة زمنية معينة t يمر عبر هذه المقاومة كمية من الالكترونات $q = It$



فإن حركة هذه الكمية من الالكترونات داخل المقاومة ينتج عنه طاقة حرارية W

حيث $W= q .V$

$q=It$ كمية الالكترونات و $V = RI$ فرق الكمون بين طرفي المقامة ومنه

$$W= It.RI \Longrightarrow W=RI^2t$$

الاستطاعة هي حاصل قسمة الطاقة على الزمن ومنه $P = RI^2$

تبين التجربة أن هذه الطاقة تظهر على شكل حرارة ضائعة في المادة الناقلة إلى الخارج، و يدعى هذا الإصدار للحرارة بمفعول جول **(effet joule)**

II- 4 الشبكات الكهربائية

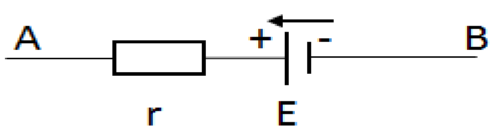
II– 4- 1 القوة المحركة الكهربائية

القوة المحركة الكهربائية (*force électromotrice*) في دارة تيار مستمر يكون ناتج عن الآليات التي تنقل حاملات الشحنة داخل المولد في اتجاه معاكس لاتجاه القوة الكهربائية المؤثرة على الشحن.

القوة المحركة الكهربائية هي فرق الكمون المعطى من طرف المولد .وحدتها الفولط

ونرمز لها في دارة كهربائية بالرمز E ونعبر عنها باختزان ب (f. é .m)

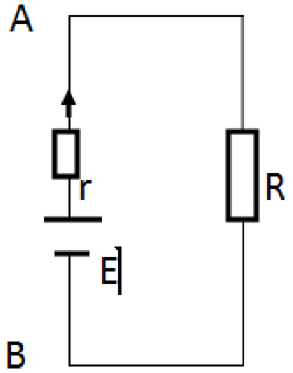
تمثيل المولد في دارة مفتوحة



نمثل المولد في دارة مفتوحة بالشكل التالي.

حيث فرق الكمون بين A ; B $V_A- V_B = E$

تمثيل المولد في دارة مغلقة



فرق الكمون بين طرفي المولد في الدارة هو

$E – r. I =RI$

وشدة التيار المارة في الدارة هي

$$I = \frac{E}{R+r}$$

ملاحظات :

- نمثل المولد في دارة كهربائية بالقوة المحركة الكهربائية E و r المقاومة الداخلية للمولد (E , r)

- نمثل المولد في دارة كهربائية بعصاي كبيرة وهي القطب الموجب وعصاي صغيرة وهي القطب السالب .

- القوة المحركة الكهربائية في دارة ب سهم متجه من القطب السالب إلى القطب الموجب

- نمثل فرق الكمون بين طرفي مقاومة في دارة ب سهم ب سهم عكس اتجاه التيار المار في الدارة.

- الاستطاعة المقدمة من طرف المولد : هي $P= E . I$

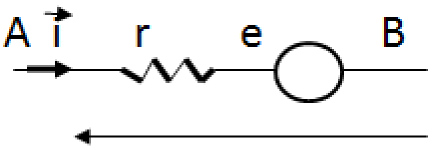
الاستطاعة المستهلكة في الدارة الخارجية هي $P = (V_A – V_B).I = R.I$

الاستطاعة المستهلكة في المولد هي $P = r. I$

II– 4 -2 القوة المضادة للقوة المحركة الكهربائية لعنصر استقبال

عنصر الاستقبال هو جهاز هدفه تحويل الطاقة الكهربائية إلى شكل آخر للطاقة ويضيع طاقة حرارية بداخله بفعل جول.
والتيار في دارة كهربائية يدخل لعنصر الاستقبال من الجهة الموجبة ويخرج من الجهة السالبة
أمثلة عن المستقبلات المحركات , المتراكمات والمولدات إذا كان التيار الذي يمر في الدارة يدخل إلى المولد من الجهة الموجبة ويخرج من الجهة السالبة فهذا المولد يلعب دور قوة مضادة عكسية (f.c.e.m)

- نمثل المستقبلة في دارة كهربائية بالقوة المضادة العكسية e و r المقاومة الداخلية المستقبلة (e , r)



$V_A-V_B= e+r I$

فرق الكمون بين طرفي المستقبلة هو

$$V_A-V_B= e + r I$$

الاستطاعة المستقبلة في عنصر الاستقبال على شكل كهربائي تساوي (VA-VB).I

يحول منها استطاعة $Pt= e .I$ والجزء الآخر يحول على شكل حرارة بفعل جول داخل المستقبلة ويساوي $P_J = r .I$.

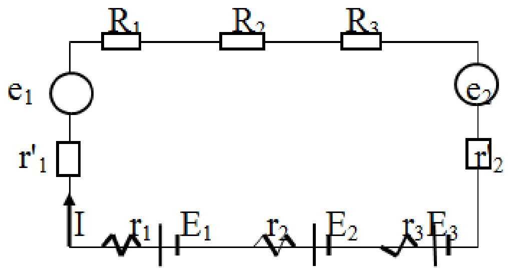
ومنه الاستطاعة الكلية $(VA-VB).I = e .I + r I^2$

مردود جهاز الاستقبال يساوي النسبة بين الاستطاعة المستعملة التي يقدمها عنصر الاستقبال إلى الاستطاعة المستهلكة من طرفه:

$$Ren = \frac{e .I}{(VA-VB).I} < 1$$

II- 5 تطبيق قانون أوم على دارة مغلقة

لتكن الدارة المغلقة من النقطة تحوي المولدات $(E_3; r_3)$ و$(E_2; r_2)$ و$(E_1; r_1)$ وعدد من المستقبلات $(e_1 ; r'_1)$ و$(e_2 ; r'_2)$ و مقاومات $R_1 ; R_2; R_3$ انظر الشكل .



الاستطاعة المقدمة من طرف المولدات تستهلك من طرف المستقبلات و المقاومات

استطاعة المولدات هي $I\sum E$

الاستطاعة المحولة من طرف المستقبلات هي $I\sum e$

الاستطاعة المحولة بفعل جول هي $I(\sum rI + \sum RI)$

نستطيع القول أن $I\sum E = I\sum e + I(\sum rI + \sum RI)$

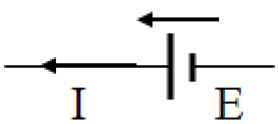
باختزال طرفي المعادلة تتحصل على

$$\sum E = \sum e + (\sum rI + \sum RI)$$

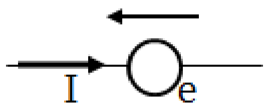
يعني أن المجموع الجبري لفروق الكمون في دارة مغلقة يكون معدوم.

ملاحظة :

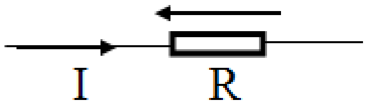
- نمثل فرق الكمون بين عصاني المولد بسهم موجه من القطب السالب إلى القطب الموجب وفق الشكل التالي



- نمثل فرق الكمون بين طرفي المستقبلة بسهم عكس مرور التيار وفق الشكل التالي



- نمثل فرق الكمون بين طرفي المقاومة بسهم عكس مرور التيار وفق الشكل التالي



مثال

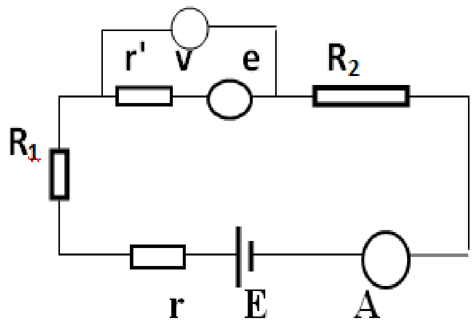
-دارة كهربائية تحتوي على مولد قوته المحركة الكهربائية $E = 24\ v$ ومقاومته

$r = 2\Omega$ ومستقبلة قوته المحركة الكهربائية العكسية

$e=4v$ ومقاومتها $r'= 3\Omega$

ومقاومتين $R_1= 20\Omega$ و $R_2= 15\Omega$ الدارة تحتوي على أمبير متر مربوط على التسلسل في الدارة وفولط متر مربوط على الفرع مع المستقبلة.

- أعطي القيم التي يسجلها الفولط والأمبير انظر الشكل.



الحل

بتطبيق قانون أوم في الدارة المغلقة.

$\mathbf{E - r.I - R.I - R.I - r'.I - e = 0}$ **ومنه** $I = \frac{E-e}{r'+r+R_1+R_2}$

تطبيق عددي

$I = \frac{24-4}{3+2+20+15}$ **اذن** $\mathbf{I= 0.5\ A}$

- نقرأ على مؤشر الأمبير القيمة **I= 0.5 A**

الفولط يقرأ فرق الكمون بين طرفي المستقبلة.

$$V = e + r'.I$$

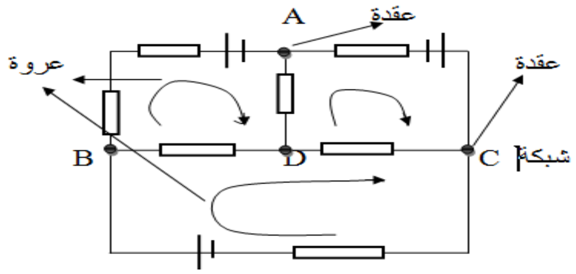
تطبيق عددي.

$V = 4v + 3 \times 0.5$ ومنه $V= 5.5v$

الفولط متر نقرأ عليه $5.5\ v$

II- 6 تعميم قانون أوم (قانونا كيرشوف)

عند ما تكون لدينا شبكة معقدة مكونة من مولدات وعناصر استقبال و مقاومات كما في الشكل.



- نعرف

- العقدة هي التقاء أكثر من فرعين (nœud)

- الفرع هو مجموعة من العناصر محصورة

بين عقدتين (branche).

-العروة هي مجموعة من الفروع مغلقة (maille)

المسألة العامة في الشبكات: حساب شدة التيار التي تمر في كل فرع من الشبكة .لحل المسألة.

نستعمل قانوني كيرشوف المعرفين كما يلي:

II– 6- 1 قانون كيرشوف الأول(قانون العقد):

هو مجموع شدة التيارات الكهربائية الداخلة إلى عقدة يساوي مجموع شدة التيارات الخارجة منها.

II– 6- 2 قانون كيرشوف الثاني (قانون العروات):

المجموع الجبري للتوترات في العروة الواحدة يكون معدوم وهو أيضا يسمى قانون انحفاظ الطاقة.

II– 6 - 3 تطبيق قانوني كيرشوف على الشبكات :

وضع المعادلات

أولا: بعد رسم الشبكة

ثانيا :

نحدد اختياريا اتجاه التيارات في كل فرع من الشبكة .لا نخشى من التخمين الخاطئ لاتجاه التيار، إن كانت الإجابة سالبة فإن هذا يعني الاتجاه الفعلي للتيار بعكس الاتجاه المختار لكن القيمة صحيحة، و هذا في حالة شبكة لا تحتوي على عنصر استقبال .إذا وجد عنصر استقبال، و كان التيار المحسوب الذي يسري في الفرع الذي يحتوي عنصر الاستقبال سالبا، يجب هنا إعادة وضع معادلات المسألة آخذين الاتجاه الصحيح للتيار.

ثالثا :

نطبق قانون كيرشوف الأول (قانون العقد)، إذا كان لدينا n عقدة سنحصل على

n-1 معادلة.

رابعا :

نطبق قانون كيرشوف الثاني (قانون العروات)، إذا كان لدينا b عدد فرع فإن عدد معادلات العروات

$m = b - (n -1)$

خامسا :

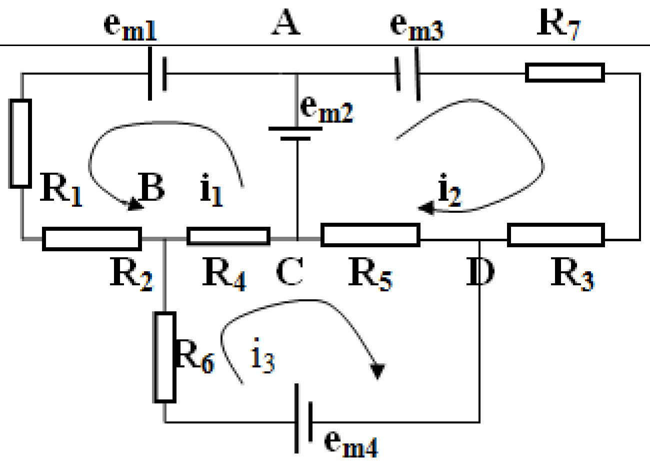
نحصل على جملة من معادلات خطية، نختار فقط المعادلات المستقلة بعد اعتماد كل العقد و العروات .

تمرين تطبيقي :

دارة كهربائية تحتوي على العناصر الكهربائية الممثلة في الشكل احسب شدة التيار المارة في كل فرع .

المعطيات. $e_{m1}=1v$ $e_{m3}=e_{m2}=3v$ $e_{m4}=2v$ و $R_1=R_2=1\Omega$

$R_3=R_4=R_5=R_6=R_7=2\Omega$



الحل

أولا – نعيد رسم الشبكة ونمثل عليها

التوتر بين طرفي كل عنصر بسهم

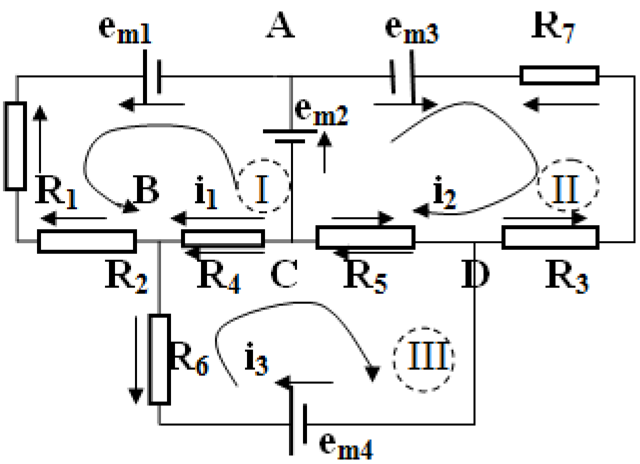
حيث السهم يكون موجه عكس جهة

التيار في العاصر الخاملة ومع جهة

التيار في العنصر الشط المولد.

نطبق قانون العروة .

حساب عدد العروات



$M = B - (n - 1)$

$n = 4$ و $B = 6$ ومنه عدد العروات $M = 6 - (4-1) = 3$

العروة I

$$e_{m2} + e_{m1} - R_2 i_1 - R_1 i_1 - R_4 (i_1 + i_3) = 0$$

العروة II

$$e_{m2} + e_{m3} - R_7 i_2 - R_3 i_1 - R_5 (i_2 - i_3) = 0$$

العروة III

$$e_{m4} - R_5 (i_3 - i_2) - R_6 i_3 - R_4 (i_1 + i_3) = 0$$

تطبيق عددي

بعدما نعوض العناصر بقيمها

$$4 - 4i_1 - 0\,i_2 - 2i_3 = 0$$

$$6 - 0i_1 - 6\,i_2 + 2i_3 = 0$$

$$2 - 2i_1 + 2\,i_2 - 6i_3 = 0$$

إذن

$$2i_1 + 0\,i_2 + 1i_3 = 2$$

$$\mathbf{0i_1 + 3\,i_2 - 1i_3 = 3} \qquad \mathbf{0i_1 + 3\,i_2 - 1i_3} \Leftarrow$$

$$1i_1 - 1\,i_2 + 3i_3 = 1 \qquad 3x\;\; 1i_1 - 1\,i_2 + 3i_3 = 1$$

بعد جداء المعادلة الثالثة في 3 وجمعها مع الثانية تتحصل على المعادلة $3i_1 + 8i_3 = 6$

بضرب المعادلة الأولى في 8- وجمعها مع المتحصل من الثانية والثالثة تتحصل على

$-13i_1 = 10$ ومنه $i_1 = 10/13$

نعوض i_1 في المعادلة ألأولى فتتحصل على $i_3 = 6/13$

نعوض i_3 في المعادلة الثانية فتتحصل على $i_2 = 15/13$

شدة التيار في كل فرع.

الفرع AB $i_1 = 10/13 = 0.76\ A$

الفرع AD $i_2 = 15/13 = 1.15\ A$

الفرع BD $i_3 = 6/13 = 0.46\ A$

الفرع CB $i_1 + i_3 = 16/13 = 1.22A$

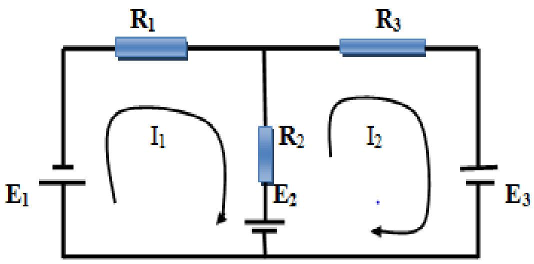
الفرع DC $i_2 - i_3 = 9/13 = 0.71A$

الفرع CA $i_1 + i_2 = 25/13 = 1.91A$

تمرين تطبيقي

شبكة كهربائية تحتوي على العناصر التالية المقاومات هي $R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 4\,\Omega$, $R_3 = 6\,\Omega$

والمولدات هي $E_1 = 6\,v$; $E_2 = 4\,v$; $E_3 = 3\,v$ انظر الشكل

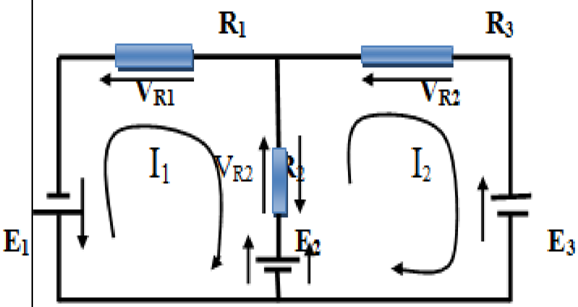


1- احسب التيار المار في كل مقاومة.ماذا تستنتج.

2- احسب فرق الكمون في الفرع الذي يحتوي R_1 و R_3

الحل

نعيد رسم الدارة ونمثل فروق الكمون لكل عنصر بسهم



1- نكتب معادلة الجهد لكل حلقة.

بالنسبة للحلقة 1

$$-E_1 - R_1 I_1 - R_2 (I_1 - I_2) - E_2 = 0$$

$$-6 - 2 I_1 - 4 I_1 + 4 I_2 - 4 = 0$$

$$-6 I_1 + 4 I_2 = 10 \quad \ldots\ldots (1)$$

بالنسبة للحلقة 2

$$E_2 - R_3 I_2 - R_2 (I_2 - I_1) - E_3 = 0$$

$$4 - 6 I_2 - 4 I_2 + 4 I_1 - 3 = 0$$

$$4 I_1 - 10 I_2 = -1 \quad \ldots\ldots (2)$$

بحل المعادلتين نجد $\begin{bmatrix} -6 & 4 \\ 4 & -10 \end{bmatrix} \begin{vmatrix} I_1 \\ I_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 10 \\ -1 \end{vmatrix}$

$\Delta_1 = 44$ $\quad \Delta = -96$ $\quad \Delta_2 = -34$

$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}$ و $I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}$ ومنه التيار المار في R_1 هو $I_1 = -2,182\ A$ و التيار المار في R_2 هو $I_2 = -0,773\ A$ التيار المار في R_3 هو $I_3 = I_1 - I_2$ إذن $I_3 = -1,409\ A$

2- حساب فرق الكمون $V = R_1 I_1 + R_2 I_2$ ومنه $V = 4,364\ v + 4.638\ v$

$V = 9,002\ v$

الفصل الثالث

المغناطيسية في الفراغ III

تعرف الظواهر المغناطيسية بين الجسيمات، و هي أقدم الظواهر التي عرفها الإنسان، فهي تختلف على الظواهر الكهربائية بين الشحن التي درسناها سابقا ، فقد لوحظ منذ قرون أن هناك مواد موجودة في الطبيعة لها خاصية جذب برادة الحديد، تدعى بالمغناطيس مثل : أكسيد الحديد : Fe_3O_6 . يمكن للجسم أن يكتسب الخاصية السابقة، جذب برادة الحديد عن طريق التأثير أو دلكه بمغناطيس، و يسمى في هذه الحالة جسما ممغنطا. تعني كلمة المغناطيس " السحر "و مصدرها من اسم مدينة في آسيا تدعى" مغنيزيا ."يختلف . التفاعل المغناطيسي تماما عن تفاعل الجاذبية و التفاعل الكهربائي.

<u>1-III : خصائص المغناطيس</u>

أجريت عدة تجارب بينت أنه ليست كل مناطق الجسم الممغنط متساوية الأثر، بل تتمركز في قطبين يسميان القطب الشمالي و القطب الجنوبي، و تعود تسمية الأقطاب إلى أنه لو علق قضيب مغناطيسي من وسطه، و كان بإمكانه التحرك بحرية في مستوٍ أفقي، فإنه سيد ور باتجاه القطب الجغرافي الشمالي للأرض يسمى هذا القطب بالقطب الشمالي للمغنطيس ، و قطبه الثاني باتجاه القطب الجنوبي الأرضي يسمى هذا القطب بالقطب الجنوبي للمغنطيس. وأظهرت التجارب أن

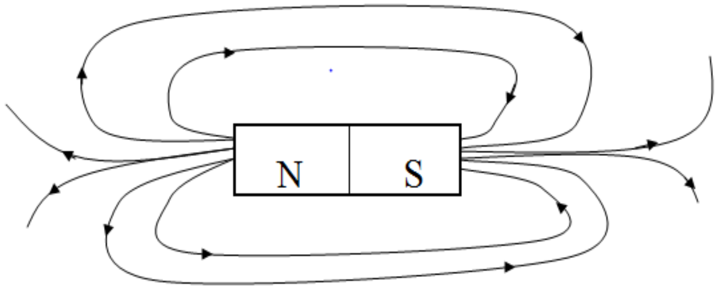
الأقطاب المتشابهة تتنافر, والأقطاب المختلفة تتجاذب.

و مهما كان عدد المرات التي تقسم فيها المغناطيس إلى قسمين فإن كل قطعة تمتلك دائما قطبا شماليا و آخر جنوبيا.

<u>2 -III الحقل المغناطيسي</u> (Champ Magnétique)

يتميز الفضاء المحيط بالمغناطيس بحقل يدعى الحقل المغناطيسي يرمز له ب $\vec{B}$

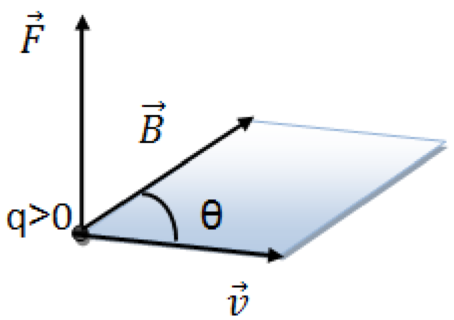
اتجاهه هو الذي تؤشر عليه البوصلة، و هو مماس في أي نقطة لخطوط الحقل المغناطيسي.



نتمكن من مشاهدة أهداب أو خطوط الحقل بنشر برادة الحديد حول المغناطيس، نلاحظ خطوط ا تشبه خطوط الحقل لثنائي القطب الكهربائي. إن دراسة التأثير المغناطيسي ليست من البساطة مثل دراسة التأثير الكهربائي، و سوف نبدأ بالحالة البسيطة دراسة شحنة منفردة متحركة ثم نعمم النتيجة على مجموعة من الشحنات متحركة، أي التيار.

III-3 القوة المغناطيسية المؤثرة على شحنة نقطية متحركة

أكدت التجارب التي أجريت على جسيمات مشحونة متحركة تخضع إلى حقل مغناطيسي $\vec{B}$ فإنها تتأثر بقوة $\vec{F}$ تسمى القوة المغناطيسية انظر الشكل.



حيث

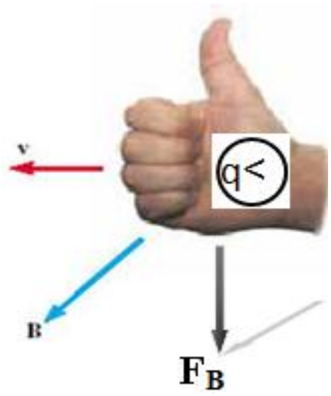
- القوة المغناطيسية تتناسب طردا مع الشحنة q والسرعة v والحقل المغناطيسي B

طويلة هذه القوة تعطى بالعلاقة التالية $F = q.v.B\sin(\theta)$

- القوة المغناطيسية F عمودية على شعاع السرعة v والحقل المغناطيسي B إذن القوة المغناطيسية هي عبارة على الجداء الشعاعي ل v و B

$$\vec{F} = q\,.\,\vec{v} \wedge \vec{B}$$

- لمعرفة اتجاه القوة نطبق قاعدة اليد اليمنى



- تبلغ القوة المغناطيسية قيمتها العظمى عند ما تكون $\theta=\frac{\pi}{2}$ ومنه $F = q.v.B$
- وحدة الحقل المغناطيسي في النظام الدولي هي التسلا حيث
- $T= N.s/m.C$

III-4 اختلافات بين القوة الكهربائية و القوة المغناطيسية .

- رغم أوجه الشبه الكبير بين القوة الكهربائية و القوة المغناطيسية إلا أنه أيضا هناك اختلاف.

- تعمل القوة الكهربائية باتجاه الحقل الكهربائي، بينما تعمل القوة المغناطيسية عموديا على الحقل المغناطيسي.
- تعمل القوة الكهربائية على جسم مشحون بغض النظر عن حركة أو سكون هذا الجسم، بينما تعمل القوة المغناطيسية على جسم مشحون فقط عندما يكون متحركا.
- تنجز القوة الكهربائية عملا في إزاحة الجسم المشحون، بينما لا تنجز القوة المغناطيسية للحقل المغناطيسي المستقر أي عملٍ عندما ينزاح الجسم.

ملاحظة :

- عندما يخضع جسم مشحون إلى حقل كهربائي و حقل مغناطيسي معا فسوف يخضع إلى قوة لورنتز.

$$\vec{F} = q\,.\vec{E} + q\,\vec{v} \wedge \vec{B}$$

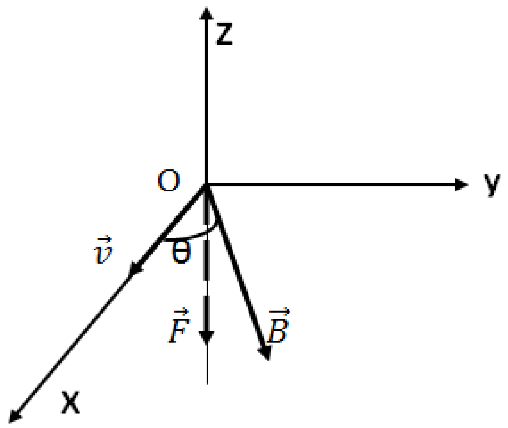
القوة المغناطيسية هي قوة مركزية .

$$F = \frac{mv^2}{\rho} = q\,v\,B \Longrightarrow \rho = \frac{m\,v}{q\,B} = \frac{v}{\omega}$$

إذن الحركة دائرية منتظمة نصف قطرها ρ وسرعتها الزاوية ω وتسمى تردد السيكلوترون

مثال-1 : القوة المغناطيسية المؤثرة على إلكترون.

لدينا إلكترون يتحرك على المحور $\overrightarrow{OX}$ بسرعة $V = 4.108$ m/s هذا الإلكترون أثناء حركته يتعرض لحقل مغناطيسي $\vec{B}$ في المستوي XOY ويصنع زاوية $\theta = \frac{\pi}{3}$ أنظر الشكل.



1- أحسب القوة المغناطيسية.

2- احسب تسارع ألإلكترون.

الحل

1- القوة المغناطيسية.

$$\vec{F} = q\,\vec{V} \wedge \vec{B}$$

بما إن $q = -e$ إذن القوة تأخذ منحى المحور $\overrightarrow{OZ}$ واتجاهها عكس $\overrightarrow{OZ}$ كما هي معطاة في الشكل. شدة القوة هي $F = e\,v\,B \sin\theta$

ت.ع $F = 1.6x10\text{-}19 \times 4x108 \times 0.04 \times \frac{1}{2}$

F = 64 x 10-14 N

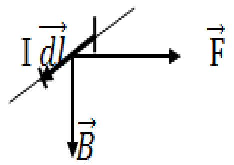
2- تسارع الإلكترون

لدينا $F = m\,a$ إذن $a = \frac{F}{m}$

ت. ع $a = \frac{64 \times 10^{-14}\ N}{9.11 \times 10^{-31}\ kg}$ $a = 7.02 \times 10^{17}\ m/s^2$

III-5 :القوة المغناطيسية المؤثرة على تيار كهربائي -قوة لابلاس:

انتقال الإلكترونات عبر ناقل يسمى بالتيار الكهربائي ، إذا وضع هذا التيار تحت تأثير حقل مغناطيسي فسيعاني من قوة مغناطيسية إذا كان جزء من الناقل طوله dl. فإن القوة التي يتأثر بها هذا الجزء من الناقل هي $d\vec{F}$ تعطى بالعلاقة التالية



$d\vec{F} = I.\ \vec{dl} \wedge \vec{B}$ بالتكامل

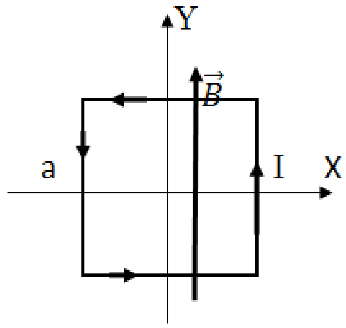
$$\vec{F} = I \int \vec{dl} \wedge \vec{B}$$

تسمى هذه العلاقة بقانون لابلاس.

ملاحظة :محصلة القوة المغناطيسية على أي دارة مغلقة موجودة تحت تأثير حقل مغناطيسي منتظم تكون معدومة.

مثال- 2 القوة المغناطيسية المؤثرة على سلك مربع.

سلك على شكل مربع مغلق ضلعه a يمر به تيار كهربائي شدته I يخضع لحقل مغناطيسي $\vec{B}$ موجه مع المحور $\vec{OY}$ انظر الشكل.

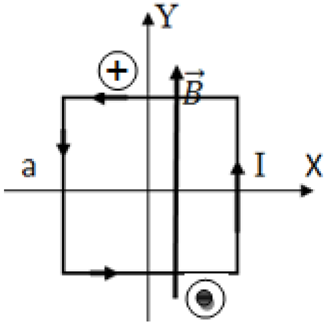


1- احسب القوة المغناطيسية المطبقة على كل ضلع.

- احسب القوة المغناطيسية المطبقة على المربع.

الحل

1- حساب القوة المغناطيسية المطبقة على الضلع الموازي للمحور وفي الجهة الموجبة ل OY .



لدينا $\overrightarrow{df} = I\, \overrightarrow{dl} \wedge \vec{B}$ ومنه $\vec{F} = I \int_{+a/2}^{-a/2} dl\ (-\vec{i}) \wedge \vec{B}$

$\vec{F} = -\,a\, I\, B \sin\frac{\pi}{2}\ \vec{k}$ إذن $\vec{F} = -\,a\, I\, B\,.\,\vec{k}$

2- حساب القوة المغناطيسية المطبقة على الضلع الموازي للمحور $\overrightarrow{OX}$ وفي الجهة السالبة للمحور $\overrightarrow{OY}$.

لدينا $\overrightarrow{df} = I\, \overrightarrow{dl} \wedge \vec{B}$ ومنه $\vec{F} = I \int_{+a/2}^{-a/2} dl\ (+\vec{i}) \wedge \vec{B}$

$\vec{F} = +\,a\, I\, B \sin\frac{\pi}{2}\, \vec{k}$ إذن $\vec{F} = +\,a\, I\, B.\, \vec{k}$

- حساب القوة المغناطيسية المطبقة على الضلعين الموازيين للمحور $\overrightarrow{Oy}$ وفي الجهة السالبة والموجبة ل $\overrightarrow{Ox}$.

لدينا $\overrightarrow{df} = I\, \overrightarrow{dl} \wedge \vec{B}$ ولكن $\vec{B}$ و $\overrightarrow{dl}$ متوازيان ومنه الجداء الشعاعي معدوم

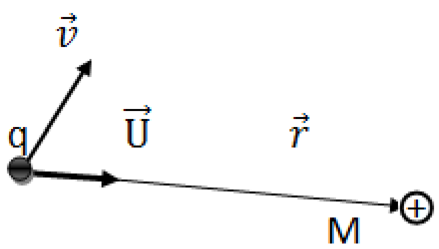
القوة الكلية المغناطيسية المطبقة على المربع بعد الجمع تكون معدومة.

<u>III-6 : الحقل المغناطيسي الناشئ عن شحنة نقطية متحركة.</u>

الحقل المغناطيسي الناشئ في النقطة M من طرف شحنة نقطية q تتحرك بسرعة $\vec{v}$

تعطى بالعلاقة التالية .

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0\, q\, \vec{v} \wedge \vec{r}}{4\pi\ r^2}$$



$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0\, q\, \vec{v} \wedge \vec{u}}{4\pi\ r^3}$$ حيث $$\vec{u} = \frac{\vec{r}}{r}$$

$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ T.m.A^{-1}$ μ_0 يسمى ثابت نفاذية الفراغ أو ثابت المساحية

وله علاقة ب ε_0 حيث $\mu_0\, \varepsilon_0\, C^2 = 1$

III-7 : الحقل المغناطيسي الناتج عن مجموعة من الشحنات النقطية المتحركة.

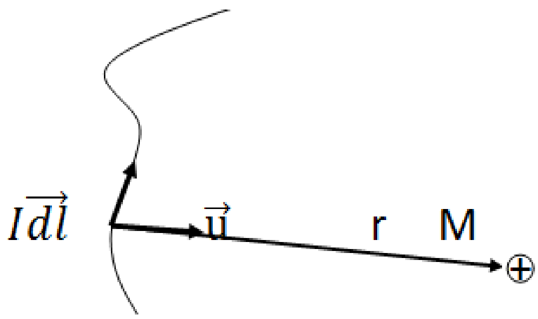
ليكن لدينا N شحنة نقطية qi تتحرك بسرعة $\vec{v}$ بتطبيق مبدأ التجميع ، يكون الحقل المغناطيسي الناتج في النقطة M نتيجة لهذه الشحن هو المجموع الشعاعي للحقول الناتجة عن كل شحنة ويعطى بالعلاقة التالية

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i \vec{v}_i \wedge \vec{u}}{r_i^2}$$

III-8 :الحقل المغناطيسي الناتج عن تيار كهربائي- قانون بيوت و سافار.

لتكن دارة كهربائية يمر فيها تيار كهربائي شدته I ليكن جزء من الدارة dl

فإن كمية الكهرباء تجري في هذا الجزء هي $I\vec{dl}$ فالحقل المغناطيسي الناتج عن هذا الجزء يعطى بالعلاقة التالية.



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\vec{dl} \wedge \vec{u}}{r^2}$$

الحقل الكلي $\vec{B}$ الناتج عن الناقل

عند النقطة M التي تبعد عن الناقل مسافة r

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\text{دارة}}^{\text{ن}} \frac{I\vec{dl} \wedge \vec{u}}{r^2}$$

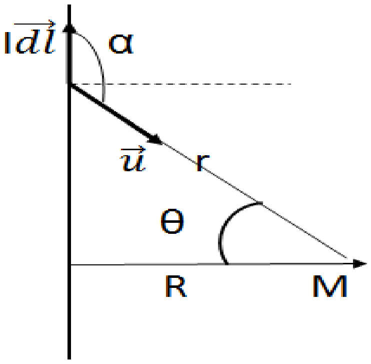
III-8 -1: الحقل المغناطيسي الناتج على سلك ناقل مستقيم لانهائي حامل للتيار.

ليكن لدينا سلك مستقيم لانهائي يمر به تيار كهربائي شدته I احسب الحقل المغناطيسي الناشئ عن السلك عند النقطة M التي تبعد مسافة عمودية R عن السلك انظر الشكل.

ليكن لدينا جزء من السلك dl حيث يمر به تيار I

فإن هذا الجزء ينتج حقل مغناطيسي $d\vec{B}$ عند M

حيث



$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\vec{dl}\wedge\vec{u}}{r^2}$ فإن $d\vec{B}$ M

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{IdL\sin\alpha}{r^2}$$

لدينا أيضا $\alpha = \frac{\pi}{2} + \theta$ ومنه $\sin\alpha = \cos\theta$

إذن $dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{IdL\cos\theta}{r^2}$ عندئذ $tg(\theta) = \frac{l}{R}$ و $\frac{R}{r} = \cos\theta$ ومنه

$r^2 = \frac{R^2}{\cos^2\theta}$ و $\frac{dl}{R} = \frac{d\theta}{\cos^2\theta}$ نعوض dl و r^2 بقيمتيها في dB

فتصبح $dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\cos\theta\, d\theta$ الحقل الكلي الناتج عن كل السلك

هي $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}}\cos\theta\, d\theta$ $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi}.2$

الحقل المغناطيسي الناشئ عن السلك عند النقطة M هو $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi}$

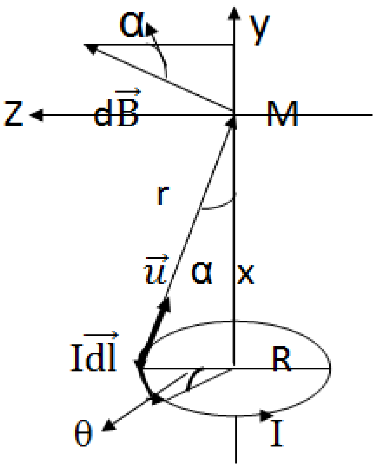
III-8 -2 : الحقل المغناطيسي المتولد عن حلقة تيار.

ليكن لدينا سلك دائري نضف قطرها R يمر بها تيار كهربائي شدته I احسب الحقل المغناطيسي الناشئ عن الدائرة عند النقطة M التي تبعد مسافة x تقع على محور الدائرة انظر الشكل.

جزء من الدائرة طوله dl يمر فيه تيار I هذا الجزء

عند النقطة M حقل مغناطيسي $d\vec{B}$ كما هو مبين

في الشكل.



$d\vec{B}$ له مركبتان

$$dB_z = dB\cos(\alpha)$$

$$dB_y = dB\sin(\alpha)$$

لدينا $dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{IdL\,\sin\frac{\pi}{2}}{r^2}$ إذن $dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{IdL}{r^2}$

$$r = (x + R)^{1/2} \qquad \sin\alpha = \frac{R}{r}$$

المركبة على المحور $\overrightarrow{OZ}$ معدومة بالتناظر.

تبقى المركبة على المحور $\overrightarrow{OY}$ حيث $\sin\alpha\ \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{IdL}{r^2} = dB$ نعوض $\sin\alpha$

بما يعادلها

فتصبح المركبة كالتالي $dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,R\,dL}{r^3}$

من الدائرة $dL = R\,d\theta$ ومنه المركبة $dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,R^2\,d\theta}{r^3}$

بتكامل طرفي معادلة المركبة نجد.

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0\ I\,R^2}{2(x+R)^{3/2}} \Longleftarrow B = \frac{\mu_0\ I\,R^2}{4\pi(x+R)^{3/2}}\int_0^{2\pi} d\theta$$

ملاحظة

حساب الحقل المغناطيسي عند مركز الدائرة.

هذا يعني $X = 0$ ومنه الحقل

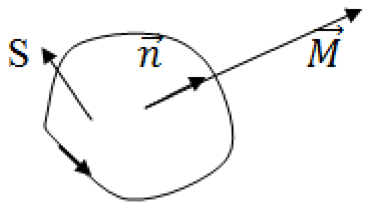
$$B = \frac{\mu_0\ I R^2}{2(0+R)^{3/2}} \quad \text{إذن} \quad B = \frac{\mu_0\ I}{2R}$$

إذا كانت لدينا وشيعة مسطحة عدد لفاتها هو N

الحقل المغناطيسي عند مركز الدائرة هو $B = \frac{\mu_0\ N\ I}{2R}$

III-9: ثنائي القطب المغناطيسي.

ثنائي القطب المغناطيسي هو دارة صغيرة مساحتها S غير محددة الشكل يمر بها تيار كهربائي شدته I.



نسمي عزم ثنائي القطب المغناطيسي $\vec{M}$

$$\vec{M} = I\ \vec{S} \qquad \vec{M} = I\ S\,\vec{n}$$

III-9 - 1 عزم مزدوجة القوى المغناطيسية.

إذا وضعت هذه الدارة في مجال مغناطيسي $\vec{B}$ خارجي فإنها ستخضع لمزدوجة قوى مغناطيسية $\vec{L}$ يعطى عزمها بالعلاقة التالية.

هي ألجداء ألشعاعي بين $\vec{M}$ و $\vec{B}$

$$\vec{L} = \vec{M} \wedge \vec{B}$$

III-9 - 2 : الطاقة الكامنة للتفاعل بين هذه الدارة و الحقل المغناطيسي الخارجي:

هي الجداء السلمي بين $\vec{M}$ و $\vec{B}$ وتعطى بالعلاقة التالية

$$Ep = -\ \vec{M}\,.\,\vec{B}$$

ملاحظة.

1- يكون عزم ثنائي القطب المغناطيسي $\vec{M}$ طاقته الكامنة موجبة وتساوي

$$Ep = +\ M.\,B$$

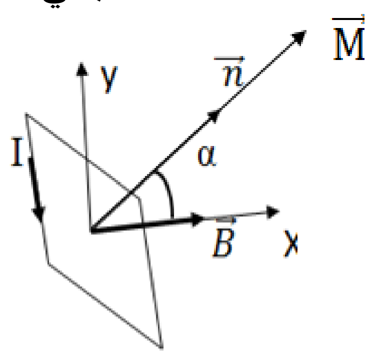
2- إذا كانت الدارة مكونة من N لفة كل واحدة يمر فيها نفس التيار ولها نفس المساحة فإن العز يعطى يصبح كالتالي.

$$\vec{L} = N\,\vec{M} \wedge \vec{B}$$

تمرين تطبيقي

سلك مربع يمر به تيار كهربائي شدته I ويتكون من أربعة لفات N=4 متماثلة فوق بعضها البعض ويمر بها نفس التيار. هذا المربع وضع حقل مغناطيسي B يصنع زاوية $\alpha = 30º$ مع ناظم السطح أنظر الشكل.

معطيات طول ضلع المربع هو b = 30 cm شدة التيار I = 3A شدة الحقل المغناطيسي B = 0. 4 Tesla



أحسب.

1- عزم ثنائي القطب المغناطيسي.

2- العمل اللازم لإدارة المربع إلى وضع الطاقة الصغرى.

الحل

1- حساب عزم ثنائي القطب المغناطيسي.

بما أن عدد اللفات N = 4 فإن عزم ثنائي القطب المغناطيسي $\vec{M} = NIS\vec{n}$

ت.ع $\vec{M} = 4x3x0.3x0.3\,\vec{n}$ بالإسقاط على المعلم

$$\vec{M} = 1.08\,(\cos(30)\,\vec{i} + \sin(30)\,\vec{j}\,)$$

$\vec{M} = 1.08\,(\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j}\,)$ ومنه M = 1.08 Am2

عزم المزدوجة

عزم المزدوجة الناتج بين الدارة والحقل المغناطيسي .

إذن $\vec{L} = \vec{M} \wedge \vec{B}$ $\vec{L} = 1.08\,(\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j}\,) \wedge (\,0.4\,\vec{i}\,)$

$L = 0.216\ Nm \qquad \vec{L} = -\ 0.216\ \vec{k}$

-2

- الطاقة الكامنة للتفاعل بين هذه الدارة و الحقل المغناطيسي.

$Epi = -\ 1.08\ (\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j}) \cdot 0.4\ \vec{i} \qquad Epi = -\ \vec{M} \cdot \vec{B}$

$Epi = -\ 0.37\ J$ -

الطاقة الكامنة الصغرى.

$Epmin = -\ 1.08 \times 0.4 = -\ 0.432\ J \quad Epmin = -\ M.B$

العمل ألازم لإدارة الدارة .

$W = -\ \Delta\ Ep = 0.062\ J$