Faculté de technologie

Département de Génie des Procédés ET Industries Pétrochimiques.

2éme EM / LMD

Série d'exercices N°01 : Résolution des équations non linéaires

Exercice 01 :

On considère l'équation :

$$f(x) = x^4 - 3x + 1 = 0$$

1) calculer le nombre d'itération n nécessaire pour résoudre $f(x) = 0$ dans $[0,3\ ;\ 0,4]$ avec une précision de $\varepsilon = 0,5.10^{-2}$ =0.005
2) Calculer une valeur approchée de cette racine par la méthode de bipartition

---

Exercice N2:

On considère l'équation non linéaire :

$$f(x) = x - \frac{1}{2}\sin x - 1 = 0$$

1) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution (racine) unique α dans $[0\ .\ \frac{\pi}{2}]$
2) Déterminer cette racine approchée avec une précision $\varepsilon = 10^{-1}$ en utilisant la méthode de bipartition (Dichotomie).

Exercice N3 :

Résoudre avec la méthode de point fixe les fonctions suivantes :

1/ $f(x) = x - x^{\frac{4}{5}} - 2 = 0$ et $x_0 = 8$ avec une précision de 10^{-4}

2/ $f(x) = x - 2x^{\frac{4}{5}} + 2 = 0$ et $x_0 = 1$ avec une précision de 10^{-2}

Exercice N4 :

1. On veut résoudre l'équation $2xe^x = 1$.
   (a) Vérifier que cette équation peut s'écrire sous forme de point fixe : $x = \frac{1}{2}e^{-x}$.
   (b) Ecrire l'algorithme de point fixe, et calculer les itérés x_0, x_1, x_2 et x_3 en partant depuis $x_0 = 1$.
   (c) Justifier la convergence de l'algorithme donné en (b).

Exercice N5 :

On considère l'équation non linéaire :

$$f(x) = e^x + 2\sqrt{x} - 2 = 0$$

a) Montrer que cette équation admet une solution positive $\alpha \in [0\ .\ 1]$
b) En appliquant l'algorithme de Newton-Raphson, calculer une valeur approchée de α à 10^{-4} prés.

Exercice N6 :

1/ Calculer $\sqrt{2}$ avec la méthode de Newton

En utilisant la méthode de Newton, calculer les racines pour les cas suivants :

2/ $f(x) = x - e^{-x^2}$, $x_0 = 1$; $s = \sqrt[3]{3 + \sqrt[3]{3 + \sqrt[3]{3 + \cdots}}}$ $s_0 = 2$

3/ Donner l'algorithme de Newton permettant de calculer la racine de l'équation $x = tg(x+1)$

4/ Calculer une des racines en prenant en compte comme valeur initiale 3,4

5/ En déduire une racine de l'équation $xtg\left(\frac{x+1}{x}\right) - 1 = 0$

Série d'exercices N°02 : Interpolation Polynomiale

Exercice N1 :

Interpoler la fonction $f(x) = \sqrt[3]{x}$ aux points :

$$x_0 = 1, \quad x_1 = 8, \quad x_2 = 27$$

par un polynôme $P_2(x)$, en utilisant :

a) Le Polynôme de **Lagrange** .

b) Le Polynôme de **Newton** .

c) Déduire une valeur approchée de $\sqrt[3]{20}$

d) Evaluer l'erreur exacte et l'erreur d'interpolation (théorique) au point $x = 20$.

Exercice 2 :

Déterminer le polynôme $P_3(x)$ de **Lagrange** de la fonction passant par les points :

(-1 , -1) , (0 , 1) , (1 , 0) , (2 , 0).

Donner les différences finies en ces points et puis déduire **le polynôme de Newton** qui interpole cette fonction .

Exercice 3:

soient deux fonctions définie par :

$f(x) = \sqrt{x-1}$, $g(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2}(x-1)\right)$ et trois points $x_0 = 1$, $x_1 = \frac{3}{2}$, $x_2 = 2$

1- Montrer sans calcul que f et g on le même polynôme d'interpolation en ces points

2- Calculer ce polynôme sous la forme de **Lagrange**.

3- Calculer ce polynôme sous la forme de **Newton.**