

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
République Algérienne démocratique et Populaire  
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي  
Ministère de l'Enseignement Supérieure et de la Recherche Scientifique  
جامعة الشهيد حمه لخضر - الوادي -  
Université Echahid Hamma Lakhdar El Oued  
كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير  
Faculte des Sciences Economiques Et Commerciales et Sciences de Gestion

## محاضرات في الاقتصاد الجزئي 2

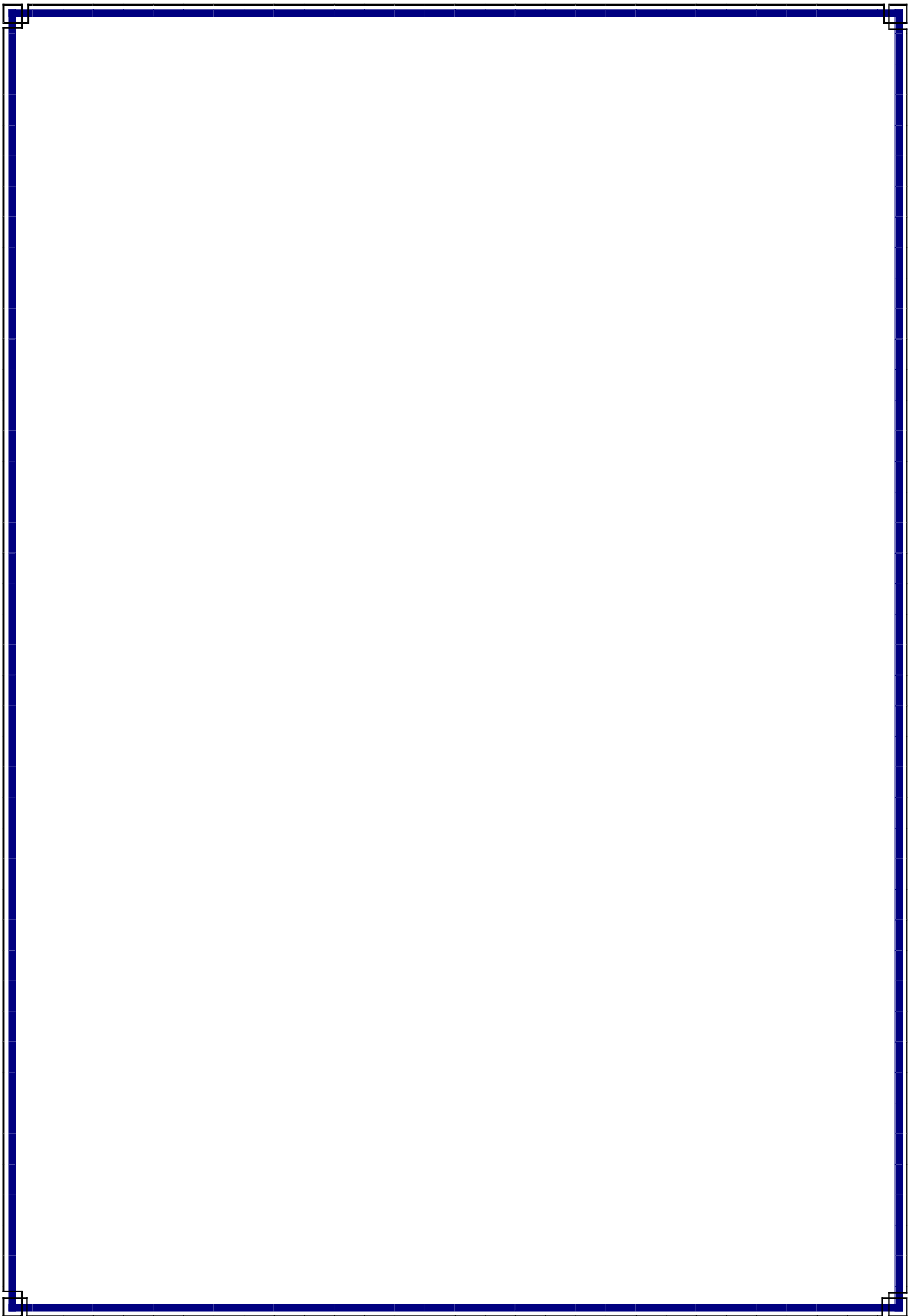
لطلبة سنة أولى ل م د

إعداد :

د . رضا زهواني

أستاذ محاضر صنف أ

الموسم الجامعي 2019 / 2020





أهدي هذا العمل  
المتواضع إلى كل من  
علمنا حرفا

## تقديم

بسم الله الرحمن الرحيم والصلاة والسلام على أشرف المرسلين سيدنا محمد (صل الله عليه وسلم) وعلى آله وصحبه أجمعين، وبعد.....

على الرغم من تعدد المصادر والكتب التي تداولت في مجال الاقتصاد الجزئي، إلا أنها لازالت قليلة وهذا باعتبار أن كل كاتب أو باحث له نظرة وأسلوب خاص به في الكتابة الشيء الذي يجعل التركيز على جانب دون الآخر.

ومن خلال تجربتنا في مجال تدريس لهذا المقياس ولعدة سنوات ومن خلال اطلاعنا على العديد من المراجع، فارتأينا أن أضع بين يدي الطالب هذه المطبوعة حول الاقتصاد الجزئي 02 حسب البرنامج الوزاري المخصص لسنة أولى جذع مشترك علوم اقتصادية وتجارية وعلوم التسيير ل م د، والتي تهدف من خلالها إلى تبسيط وتوضيح هذا المقياس الذي يعتبر من المقاييس الأساسية التي تستوجب على رجل الاقتصاد، حيث نقدم هذه المطبوعة بأسلوب يساعد الطالب القارئ على فهم واستيعاب العديد من المفاهيم الاقتصادية والتي قد يصعب فهمها بالاعتماد على أساليب التحليل الرياضية والبيانية.

ولقد تضمنت هذه المطبوعة على أربعة فصول، حيث خصص الفصل الأول لتوضيح نظرية الإنتاج في المدى الطويل سواء عن طريق استخدام أسلوب المنفعة القياسية أو عن طريق المنفعة الترتيبية وصولاً إلى كيفية تحقيق التوازن.

أما الفصل الثاني فقد خصص لنظرية العرض ومرونة العرض.

وقد خصص الفصل الثالث لنظرية التكاليف

أما الفصل الرابع فقد خصص لمعالجة توازن السوق

وفي الأخير نرجو من الله العلي العظيم أن نكون قد وقفنا في هذا الانجاز ولو بالشيء القليل، والذي نتمناه أن يكون ثمرة إضافية في مجال علم الاقتصاد، وأن يجد الطالب متعة في الأسلوب وسهولة في الفهم، كما أتقدم بجزيل الشكر للمحكمين لهذه المطبوعة من خلال وضع بصماتهم وإرشاداتهم القيمة.

الدكتور: زهواني رضا

الفصل الأول:

نظرية الإنتاج في المدى الطويل

## الفصل الأول: نظرية الإنتاج في المدى الطويل

أولا : مدخل إلى نظرية سلوك المنتج

### 1. مقدمة

لقد ناقشنا في السداسي السابق (الأول) نظرية سلوك المستهلك، ولاحظنا كيف يتم تحديد الوضع التوازني للمستهلك والتي تتمثل في الحصول على أعظم إشباع ممكن استنادا إلى قدرته النقدية المحدودة وأسعار السلع السائدة في السوق، وذلك من خلال اعتماد على أسلوب المنفعة الحدية أو أسلوب منحنيات السواء، لذلك يمكن القول أن تلك النظرية كانت بمثابة توضيح أكثر عمقا لنظرية العرض وبالتالي لمنحنى العرض الذي ما هو إلا تعبير عن سلوك المستهلك.

أما في هذه النظرية سوف نحاول التعرض بشيء من التفصيل لسلوك المنتج الذي يجد انعكاساتها في منحنى العرض، والذي هدفه الأساسي هو الحصول على أقصى ربح.

### 2. مفهوم الإنتاج

يقصد بالإنتاج العملية التي يتم من خلالها تحويل واستخدام المدخلات (عناصر ومستلزمات الإنتاج) إلى مخرجات (سلع وخدمات) المرغوبة.

كما يعتبر الإنتاج أيضا خلق المنفعة أو زيادتها، وقد تتخذ المنفعة أشكالا متعددة كالمنفعة الشكلية أو الزمانية أو المكانية أو التملكية، وهذا يعني أن مفهوم الإنتاج لا يقتصر على إنتاج السلع المادية المختلفة والتي تستخدم لإشباع الحاجات البشرية، بل يمتد ليشمل العديد من الخدمات الأخرى التي تتصل بالإنتاج، وقد تعارف الاقتصاديون على إطلاق كلمة الإنتاج على :

تلك العمليات التي تعمل على تحويل بعض المواد الأولية والخامات والمواد نصف المصنعة والغير قابلة لإشباع الحاجات البشرية إلى سلع قابلة لإشباع الحاجات البشرية من خلال التغيير في شكلها أو تركيبها، فإن هذا التغيير يعتبر نوع من الإنتاج والذي يطلق عليها المنفعة الشكلية.

تلك العمليات التي تعمل على نقل تلك السلع إلى مناطق تواجد المستهلكين، وهنا يتطلب نقلها من مناطق التي تقل فيها منفعتها إلى مناطق تزيد فيها المنفعة دون المساس بشكلها، لذا فإن خدمة النقل تعتبر نوع من الإنتاج وهذا ما يطلق عليه بالمنفعة المكانية.

تلك العمليات التي تعمل على تخزين السلع، حيث يضيف التخزين منفعة إلى السلعة من خلال الاحتفاظ بها إلى حين الحاجة إليها، وقد يقتضي التخزين بعض العمليات الشكلية ولكن تظل محتفظة بمادتها الأصلية، فيطلق عليها بالمنفعة الزمنية مثل الاحتفاظ بالفواكه والخضر عن طريق التبريد أو الاحتفاظ بمياه الأمطار عن طريق الخزانات والسدود.

تلك العمليات التي تعمل على الخدمات التي من شأنها عملية التبادل، فالتبادل من شأنه أن تزيد من المنفعة، والمنفعة التي تنتج عن هذه الطريقة يطلق عليها المنفعة التملكية، بحيث يعتبر هذا الإنتاج هو إنتاج غير مادي (لم يكن في صورة مادية) مثل أصحاب المواهب العقلية كالمهندس والمدرس والطبيب والمحامي.

وعلى هذا الأساس يمكن القول بأن الإنتاج هو عبارة عن أي نشاط يساهم بصورة مباشرة أو غير مباشرة في إشباع حاجة سواء كانت مادية أو معنوية يعد إنتاجها بالمدنى الاقتصادي، لذا فان الإنتاج يطلق على كل نشاط يساعد في خلق منفعة أو زيادتها بشكل سلعة أو خدمة معينة.

### 3. عناصر الإنتاج

يمكن التمييز بين أربعة عناصر أساسية للإنتاج والتي لا بد منها في أي عملية إنتاجية من أجل إنتاج ناتج معين، وهذه العناصر هي:

**العمل:** يعتبر العمل من أهم عوامل الإنتاج اللازمة للعملية الإنتاجية سواء كان ذلك العمل ذهنيا أو عضليا، وما يميز العمل عن عوامل الإنتاج الأخرى كونه يرتبط بالعمل ولا يمكن فصله عنه كما لا يمكن تخزينه، والعائد الذي يحصل عليه من العمل يسمى الأجر.

**رأس المال:** يطلق الاقتصاديون مصطلح رأس المال على الأصول الإنتاجية الحقيقية المتاحة للمجتمع في لحظة زمنية معينة، وعليه فإن رأس المال يتكون من كل أنواع الثروة الحقيقية التي يملكها المجتمع في وقت معين والتي لا يستخدمها في الاستهلاك المباشر وإنما يخصصها لإنتاج ثروة أخرى، ويمكن أن نميز بين نوعين من رأس المال منها النقدي والعيني أو الحقيقي، كما يصنف أيضا إلى رأس مال ثابت وآخر متغير، والعائد الذي يحصل عليه من رأس المال يسمى الفائدة.

**الأرض:** يطلق مصطلح الأرض على الأراضي الزراعية والأراضي التي تستخدم لأغراض البناء والاستخدامات الأخرى، كما تتضمن الأرض ليس ما يوجد على سطحها فقط وإنما ما هو موجود في باطنه من ثروات كالنفط والنحاس والحديد والفوسفات، وتتميز ببعض الصفات عن باقي عناصر الإنتاج الأخرى، حيث تتميز بصعوبة زيادة عرضها واختلافها من حيث درجة الخصوبة والثروات المجموعة في



باطنها، إضافة إلى عدم إمكانية نقلها، وكذا أهمية الاختلافات في الموقع، والعائد الذي يحصل عليه من الأرض يسمى الربح.

**التنظيم** : إن مهمة عنصر التنظيم هو مزج عناصر الإنتاج بتلك النسبة التي تحقق هدف المنتج والذي يتمثل في الحصول على أقصى ربح ممكن والذي يعتبر المحفز الأساسي في اختيار السلع والخدمات التي يقوم المنظم بإنتاجها والذي يتحدد في الفرق بين الإيرادات والتكاليف، لذا فإن مهمة المنظم تتمثل في توليف عناصر الإنتاج بذلك الشكل الذي نكون فيه التكاليف بأدنى حد ممكن، وبصورة عامة يمكن القول بان للمنظم دور فعال في العملية الإنتاجية باعتبارها المسؤول عن إيجاد التوليفة من عناصر الإنتاج التي تحقق هدف المنتج، والعائد الذي يحصل عليه من التنظيم يسمى الربح.

#### 4. دالة الإنتاج

تعرف دالة الإنتاج بأنها العلاقة المادية أو الكمية الموجودة بين مستلزمات أو عناصر الإنتاج التي تستخدمها المؤسسة وبين المنتجات من السلع والخدمات التي تنتجها خلال فترة زمنية محددة، وتكون المنتجات تابعة لعناصر الإنتاج المستخدمة تتغير تبعاً لتغيرها ، وبذلك تكتب دالة الإنتاج رياضياً على الشكل التالي :

$$TP, Q = f(K, L, T, \dots)$$

حيث :

$TP$  أو  $Q$  : الكمية الإنتاج من سلعة معينة.

$K$  : رأس المال.

$L$  : العمل.

$T$  : الأرض.

وفي الحقيقة بأن هناك دوال إنتاج مختلفة منها دوال إنتاج ثابتة تعتمد على تغيير عنصر واحد من عناصر الإنتاج مع بقاء العناصر الأخرى ثابتة، ومنها دوال إنتاج متغيرة تعتمد على تغيير جميع عناصر الإنتاج في آن واحد وبنسب مختلفة، ومنها ما هي دوال إنتاج متزايدة وأخرى متناقصة، وكل ذلك يعتمد على طبيعة التوليفة بين عناصر الإنتاج المستخدمة في العملية الإنتاجية.

ثانياً : دالة الإنتاج في المدى الطويل

1. مفهوم الفترة الزمنية الطويلة (المدى الطويل)

يعرف المدى الطويل بالفترة الزمنية التي تستطيع فيها المؤسسة من تغيير جميع عناصر الإنتاج العمل ورأس المال والأرض.....، بمعنى أن جميع عناصر الإنتاج متغيرة، ولغرض التبسيط سوف نفترض وجود عنصرين فقط من عناصر الإنتاج وهما عنصري العمل  $L$  ورأس المال  $K$ ، وبالتالي تكتب دالة الإنتاج في المدى الطويل على الصيغة الرياضية التالية:  $TP, Q = f(L, K)$  أو وبالتالي تصبح دالة الإنتاج في المدى الطويل دالة تابعة لعدة متغيرات، وهنا ما يحكم دالة الإنتاج ما يسمى بقانون غلة الحجم.

حيث :

$TP$  : تدل على حجم الإنتاج .

$L$  : تدل على القيمة العمل .

$K$  : تدل على القيمة رأس المال.

## 2. الفرضيات التي تقوم عليها دالة الإنتاج في المدى الطويل

✓ أن تكون كمية الإنتاج خلال فترة زمنية محددة.

✓ تجانس عناصر الإنتاج لاستبعاد مشكلة قياس خدمات عناصر الإنتاج المستخدمة.

✓ ثبات مستوى القدرة الإنتاجية خلال فترة العملية الإنتاجية.

✓ ثبات مستوى المعرفة الفنية.

✓ ثبات كل عناصر الإنتاج ما عدا العمل ورأس المال.

## 3. جدول الناتج المتساوي

وهو عبارة عن جدول يوضح فيه مختلف التركيبات والثنائيات السلعية  $(L, K)$  والتي تعطي

نفس مستوى الناتج الكلي  $TP_0$ .

مثال :

لتكن لدينا دالة الإنتاج الكلي التالية :

$$TP = K * L$$

المطلوب :

حدد مختلف التركيبات والثنائيات السلعية  $(L, K)$  والتي تعطي منفعة قدرها  $TP_0 = 100$  ؟

الحل :

- تحديد مختلف التركيبات والثنائيات السلعية  $(L, K)$  والتي تعطي منفعة قدرها  $TP_0 = 100$

لدينا :

$$TP = K * L$$

$$\Leftrightarrow L = \frac{TP}{K} = \frac{100}{K}$$

وبهذا نجد

K	L
1	100
2	50
4	25
5	20
10	10
20	5
25	4
50	2
100	1

4. منحنى الناتج المتساوي

وهو عبارة عن التمثيل البياني لمختلف التركيبات والثنائيات المختلفة من عناصر الإنتاج  $(L, K)$

والتي تعطي نفس مقدار الإنتاج الكلي  $TP_0$ .

مثال :

ليكن لدينا الجدول الناتج المتساوي التالي والذي يوضع لنا مختلف التركيبات السلعية والتي

تعطي نفس مستوى الإنتاج.

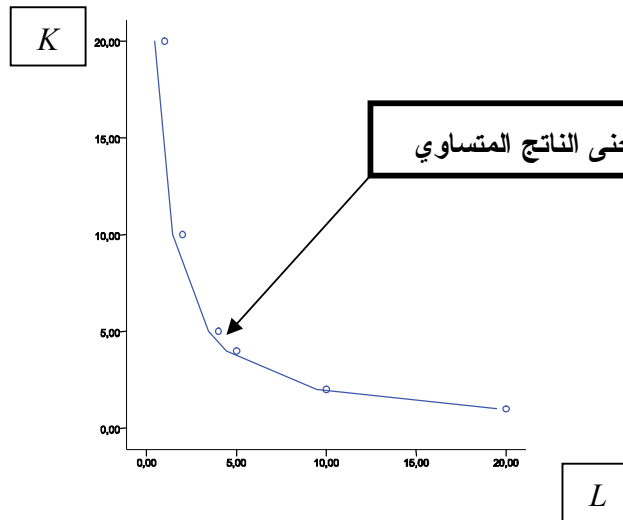
L	K
1	100
2	50
4	25
5	20
10	10
20	5
25	4
50	2
100	1

المطلوب :

مثل (منحنى الناتج المتساوي) مختلف التركيبات والثنائيات السلعية  $(L, K)$  ؟

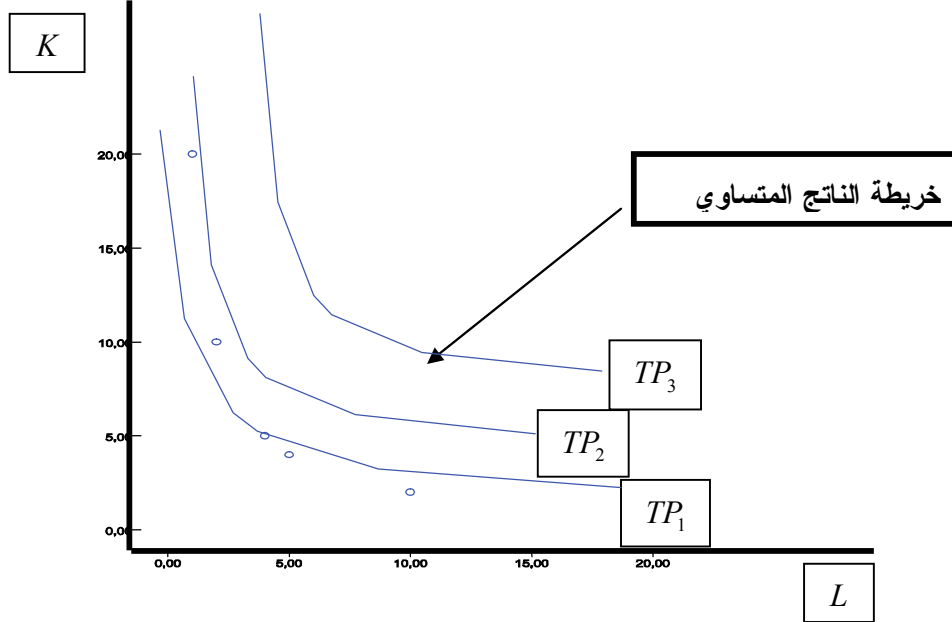
الحل :

التمثيل البياني (منحنى الناتج المتساوي) لمختلف التركيبات والثنائيات السلعية  $(L, K)$



## 5. خريطة الناتج المتساوي

مجموعة من منحنيات الناتج المتساوي التي تمثل المستويات المختلفة من الإنتاج، حيث كل منحنى يعبر عن مستوى واحد من الإنتاج، وكلما تتوجه إلى الأعلى يزداد مقدار الإنتاج الكلي، والتي يمكن توضيحها على الشكل التالي :



## 6. المعدل الحدي للإحلال الفني (التقني)

وهو عبارة عن مقدار التخلي أو التنازل عن وحدات معينة من عنصر الإنتاج الأول  $L$  أو  $K$  مقابل استخدام وحدة إضافية من عنصر الإنتاج الثاني  $K$  أو  $L$  مع الحفاظ على نفس مستوى الإنتاج الكلي، ورياضيا هو عبارة عن ميل منحنى الناتج المتساوي، ويمكن حسابه كما يلي :

$$\frac{\text{عدد الوحدات المتنازل عليها من عنصر الإنتاج } K}{\text{عدد الوحدات المكتسبة من عنصر الإنتاج } L} = \text{المعدل الحدي للإحلال الفنى ( } L \text{ تحل محل } K \text{ )}$$

$$\frac{\text{عدد الوحدات المتنازل عليها من عنصر الإنتاج } L}{\text{عدد الوحدات المكتسبة من عنصر الإنتاج } K} = \text{المعدل الحدي للإحلال الفنى ( } K \text{ تحل محل } L \text{ )}$$

أي :

$$MRST_{L/K} = -\frac{\Delta K}{\Delta L}$$

أو

$$MRST_{K/L} = -\frac{\Delta L}{\Delta K}$$

ونميز حالتين :

- إذا كانت الكميات معطاة على شكل قيم متقطعة (جدولية) :

$$MRST_{L/K} = -\frac{\Delta K}{\Delta L} = \frac{K_2 - K_1}{L_2 - L_1}$$

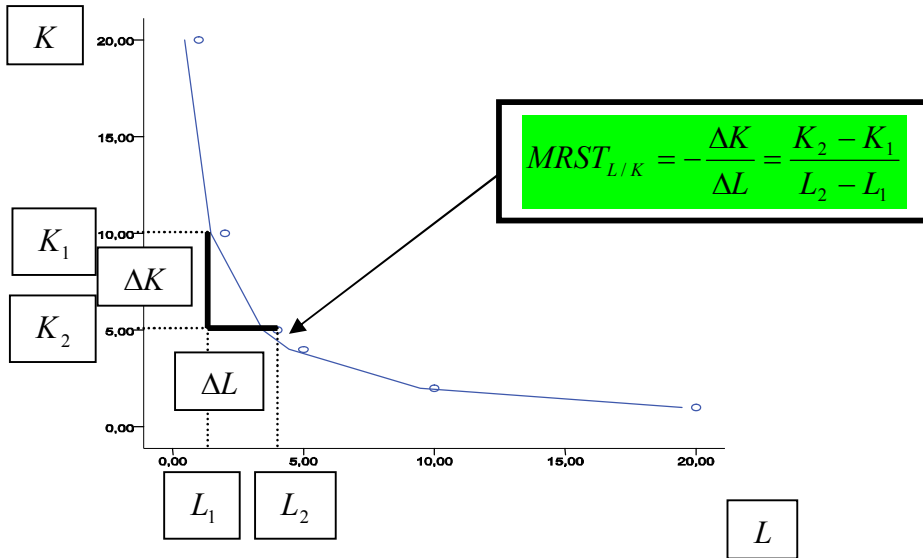
- أما إذا كانت الكميات عبارة عن دالة مستمرة (دالة الإنتاج) بين المتغيرين، فهي مشتق هذه دالة:

$$MRST_{L/K} = -\frac{\partial K}{\partial L} = \left( \frac{\partial g(L)}{\partial L} \right)$$

حيث :

$$TP_0 = f(L, K) \Rightarrow K = g(L)$$

والتي يمكن تحديدها من خلال الشكل التالي :



مثال :

ليكن لدينا الجدول الناتج المتساوي التالي والذي يوضع لنا مختلف التركيبات لعناصر الإنتاج والتي تعطي نفس مستوى الإنتاج.

L	K
1	100
2	50
4	25
5	20
10	10
20	5
25	4
50	2
100	1

المطلوب :

حدد قيم المعدل الحدي للإحلال الفني (التقني) عند مختلف التركيبات لعناصر الإنتاج  $(K, L)$  من الأعلى ومن الأسفل؟ وماذا تستنتج؟

الحل :

- تحديد قيم المعدل الحدي للإحلال الفني (التقني) عند مختلف التركيبات لعناصر الإنتاج  $(K, L)$  من الأعلى ومن الأسفل:

- تحديد قيم المعدل الحدي للإحلال الفني (التقني) من الأعلى  $MRST_{L/K}$

$$MRST_{L/K} = -\frac{\Delta K}{\Delta L} \Rightarrow$$

$$MRST_{(L/K)2} = -\frac{K_2 - K_1}{L_2 - L_1} = -\frac{100 - 200}{20 - 10} = -\frac{100}{10} = -10$$

$$MRST_{(L/K)3} = -\frac{K_2 - K_1}{L_2 - L_1} = -\frac{50 - 100}{40 - 20} = -\frac{50}{20} = -\frac{5}{2}$$

$$MRST_{(L/K)4} = -\frac{K_2 - K_1}{L_2 - L_1} = -\frac{40 - 50}{50 - 40} = -\frac{-10}{10} = -1$$

$$MRST_{(L/K)5} = -\frac{K_2 - K_1}{L_2 - L_1} = -\frac{20 - 40}{100 - 50} = -\frac{20}{50} = -\frac{2}{5}$$

$$MRST_{(L/K)6} = -\frac{K_2 - K_1}{L_2 - L_1} = -\frac{10 - 20}{200 - 100} = -\frac{10}{100} = -\frac{1}{10}$$

ويمكن تلخيصها في الجدول التالي :

L	K	MRST <sub>L/K</sub>
1	100	/
2	50	1/50
4	25	2/25
5	20	1/5
10	10	5/10
20	5	2
25	4	5
50	2	25/2
100	1	50

- تحديد قيم المعدل الحدي للإجلال الفني من الأسفل  $MRST_{K/L}$  :

$$MRS_{K/L} = -\frac{\Delta L}{\Delta K} \Rightarrow MRST_{(K/L)2} = -\frac{L_2 - L_1}{K_2 - K_1} = -\frac{100 - 200}{20 - 10} = -\frac{100}{10} = -10$$

وبنفس الخطوات نجد بقية الحالات كما هي موضحة في الجدول أعلاه.

الاستنتاج :

من خلال الجدول أعلاه يمكن استنتاج بأن قيمة المعدل الحدي للإجلال الفني تكون مختلفة بين

الثنائيتين عند حسابها من الأعلى والأسفل، بمعنى أنه  $MRST_{L/K} \neq MRST_{K/L}$

7. خصائص منحنى الناتج المتساوي

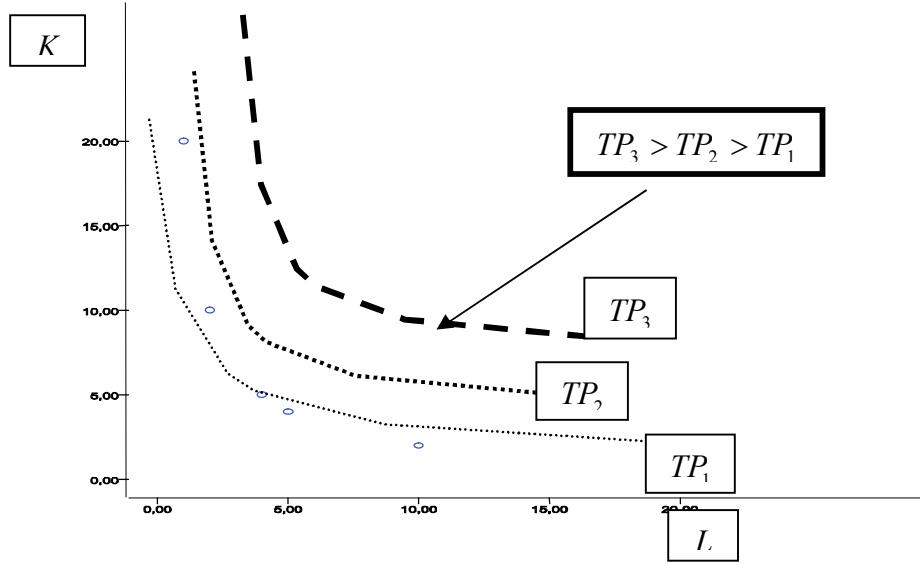
تتميز منحنيات الناتج المتساوي بمجموعة من الخصائص منها :

✓ منحنيات الناتج المتساوي تنحدر من الأعلى إلى الأسفل ومن اليسار إلى اليمين، هذا ما يدل على أن

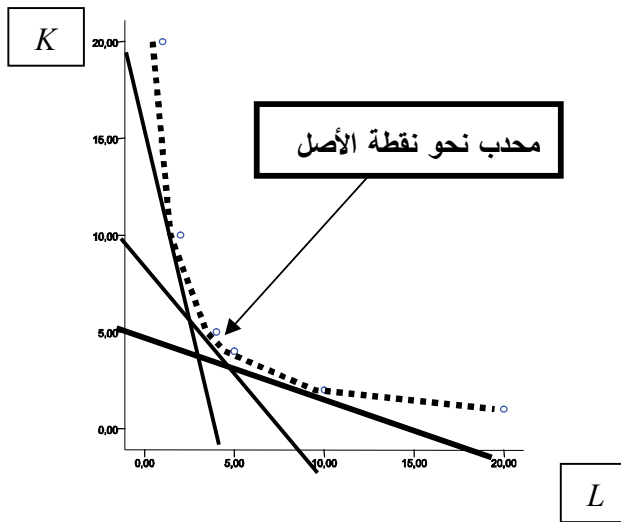
ميل منحنى الناتج المتساوي سالب.



✓تزداد قيمة الإنتاج الكلي بالنسبة للمنتج كلما ابتعدت منحنيات الناتج المتساوي عن نقطة الأصل (كلما كان منحنى الناتج المتساوي أعلى وفي يمين خريطة الناتج المتساوي كلما كانت التوليفات من عناصر الإنتاج والتي بدورها تحدد أكبر إنتاج).



✓منحنيات الناتج المتساوي محدبة نحو نقطة الأصل، وهذا يعني بأن منحنى الناتج المتساوي يقع دوماً فوق مماسه عند أي نقطة منه، وهو راجع إلى سبب تناقص المعدل الحدي للإحلال الفني  $MRST$ ، وهذا يدل على تزايد الكميات التي يلزم الحصول عليها من إحدى عناصر الإنتاج مقابل التنازل على وحدات متتالية من العنصر الآخر مع الحفاظ على نفس مستوى الإنتاج.

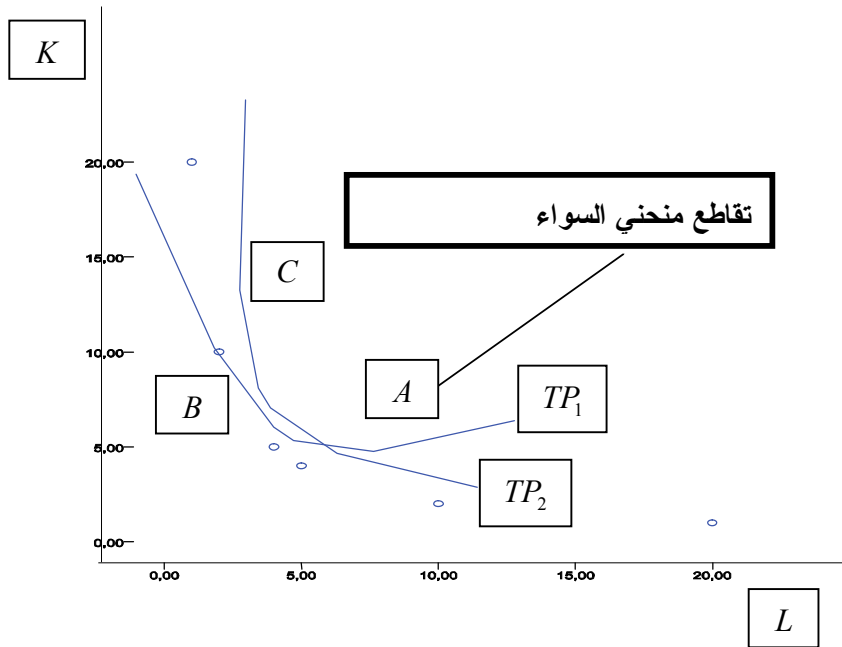


✓منحنيات الناتج المتساوي لا تتقاطع فيما بينها، بحيث أنه لو تقاطعت منحنيات الناتج المتساوي سوف يترتب عليها نتائج غير منطقية، ولإثبات ذلك نفترض أنه لدينا منحنيين مختلفين للناتج المتساوي  $(TP_2, TP_1)$  أي ليس لهما نفس قيمة الإنتاج  $(TP_2 \neq TP_1)$  ويتقاطعان في النقطة  $A$ .

لو افترضنا أن النقطة  $B$  تقع على منحنى الناتج المتساوي  $(TP_1)$  هذا يعني أن  $A$  و  $B$  لهما نفس مستوى الإنتاج.....(1).

في حين نفترض أن النقطة  $C$  تقع على منحنى الناتج المتساوي  $(TP_2)$  هذا يعني أن  $A$  و  $C$  لهما نفس مستوى الإنتاج.....(2).

فمن (1) و (2) نستنتج أن  $B$  و  $C$  لهما نفس مستوى الإنتاج ولكن النقطتين  $B$  و  $C$  ينتميان إلى منحنين مختلفين للناتج المتساوي، وهنا نجد نتيجة غير منطقية حيث لا يعقل أن تتساوى قيمتين وهما ينتميان إلى منحنين مختلفين (ليس لهما نفس مستوى الإنتاج)، وبالتالي نقول لا يمكن أن تتقاطع منحنيات الناتج المتساوي حتى لا يترتب على ذلك نتائج غير منطقية.

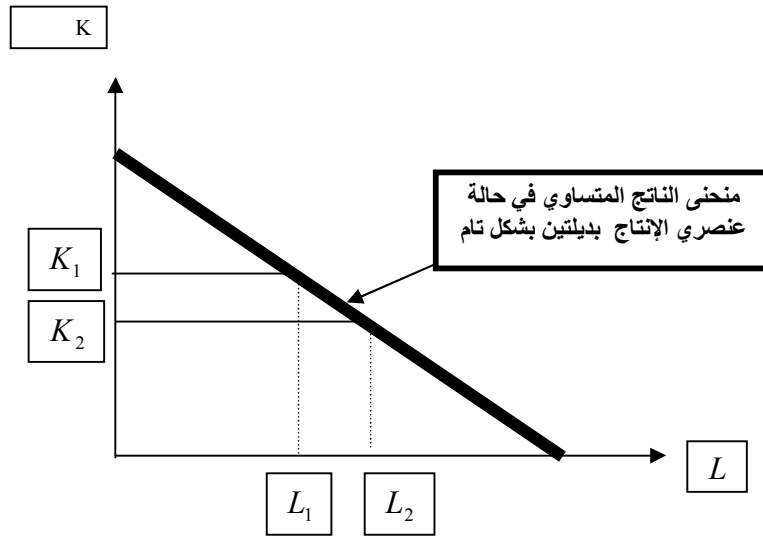


### 8. حالات خاصة لمنحنيات الناتج المتساوي

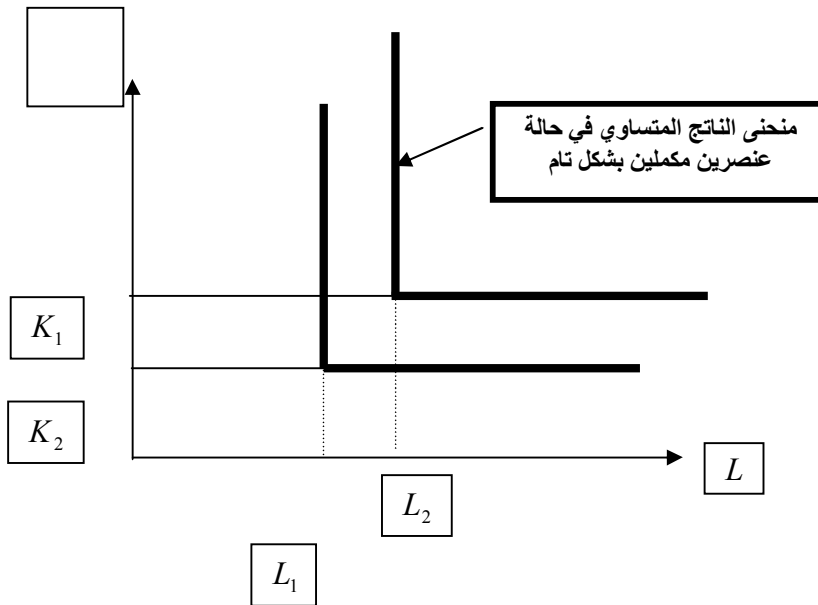
إن خاصيتي سالبية الميل والتحدب لمنحنيات الناتج المتساوي ينطبقان على أغلب أنواع عناصر الإنتاج التي تستخدم في العملية الإنتاجية، ولكن هناك أنواع معينة من عناصر الإنتاج لا يمكن أن ينطبق عليها الشرطان، ولذا هناك ثلاثة حالات خاصة لمنحنيات الناتج المتساوي غير محدبة تجاه نقطة الأصل وهي :

- منحني الناتج المتساوي على شكل خط مستقيم ذو ميل سالب وهذا عندما يكون هناك إحلال تام بين عناصر الإنتاج (عنصرين بديلين بشكل تام)، أي يجب أن يكون المعدل الحدي للإحلال الفني ثابت عند

جميع النقاط (يعني التنازل عن نفس القيمة من أجل الحصول على وحدة إضافية من عنصر الإنتاج الآخر عند جميع المستويات).



- منحنى الناتج المتساوي يكون على شكل زاوية قائمة وهذا عندما يكون هناك تكامل تام بين عناصر الإنتاج (عنصرين مكملين بشكل تام)، حيث لا يمكن إحلال وحدات من عنصرا محل وحدات من عنصر آخر للحصول على نفس مستوى الإنتاج، وفي هذه الحالة المعدل الحدي للإحلال الفني بين العنصرين مساويا للصفر.



وبالرغم من تعدد أشكال منحنيات الناتج المتساوي بالنسبة لعناصر الإنتاج المختلفة إلا أن أكثرها استخداما تلك المنحنيات سالبة الميل والمحدبة نحو نقطة الأصل لأنها تمثل الحالة العادية وليس الاستثنائية، حيث تعتبر الحالات السابقة حالات استثنائية.

## 9. خط التكلفة المتساوية

وهو عبارة عن الخط الذي يعكس مجموعات أو التوليفات المختلفة من عناصر الإنتاج (العمل  $L$  ورأس المال  $K$ ) يمكن الحصول عليها في ظل موارد مالية متاحة إذا تحددت أسعار ثابتة ومحددة للعناصر الإنتاج في السوق خلال فترة زمنية محددة، وهي تعبر عن إمكانيات المؤسسة الحقيقية في اقتناء عناصر الإنتاج، ويتحدد بعاملين هما :

- الميزانية المخصص للإنفاق على عناصر الإنتاج، ونرمز له بالرمز  $TC$ .

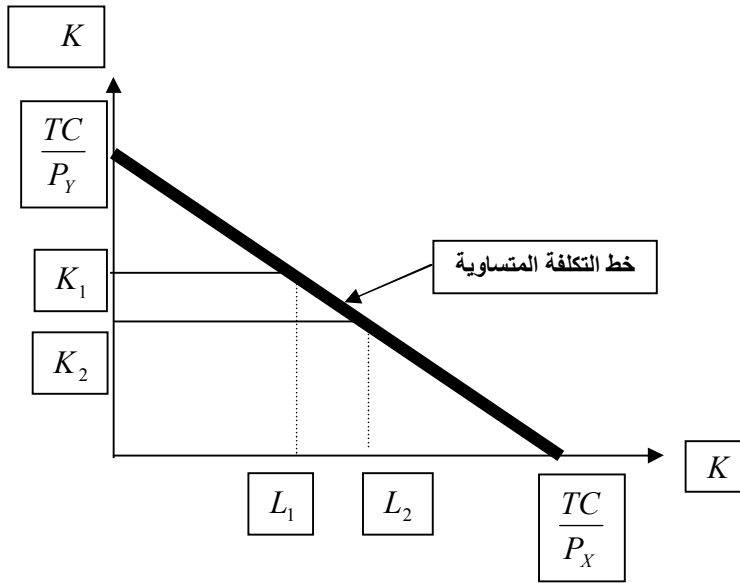
- أسعار عناصر الإنتاج التي تخصص المؤسسة لإنفاقها عليهما، ونرمز لها بالرمز  $P_K, P_L$ .

وبناء على ذلك يمكن صياغة معادلة خط التكلفة المتساوية على الشكل التالي :

خط التكلفة المتساوية ( قيد التكلفة) = سعر عنصر الإنتاج  $L$  مضروب في الكمية المستخدمة منه + سعر عنصر الإنتاج  $K$  مضروب في الكمية المستخدمة منه

أي :

$$TC = P_L * L + P_K * K$$



مثال :

لدينا منتج ما خصص ميزانية قدرها 3000 وحدة نقدية لينفقها على عناصر الإنتاج  $K, L$ ، وكانت أسعارهما على الترتيب 10، 20.

المطلوب :

- حدد عبارة قيد التكلفة المتساوية (خط التكلفة المتساوية)؟ - مثل خط التكلفة المتساوية؟

الحل :

- تحديد عبارة قيد التكلفة المتساوية (خط التكلفة المتساوية)

نعلم بان عبارة قيد التكلفة المتساوية (خط التكلفة المتساوية) تكتب على الشكل التالي :

$$TC = P_L * L + P_K * K$$

ولذا بتعويض المعطيات التي بحوزتنا سوف نجد معادلة التكلفة المتساوية كما يلي :

$$3000 = 20L + 10K$$

تمثيل خط التكلفة المتساوية

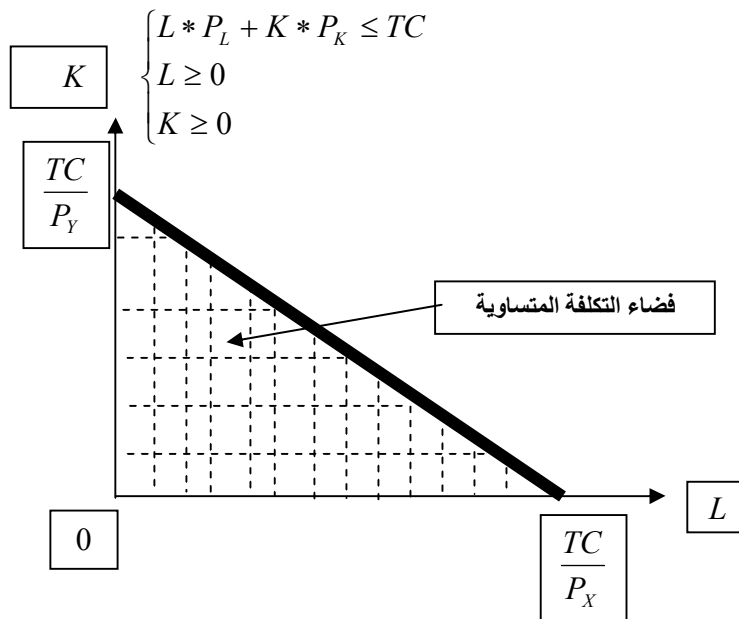
نلاحظ بأن عبارة خط التكلفة المتساوية والتي هي عبارة معادلة خطية، ولتمثيلها يكفي وجود

نقطتين مساعدتين هما:

$L$	0	150
$K$	300	0

10. فضاء التكلفة المتساوية

وهو عبارة عن كل المجموعات أو التوليفات المختلفة من عناصر الإنتاج التي تكون تكلفتها أقل من التكلفة المخصصة للإنفاق (المجموعات أو التوليفات المختلفة من عناصر الإنتاج التي يمكن شراؤها بإنفاق كل أو جزء من التكلفة المخصصة)، والتي تعبر عن المثلث المحدد بخط التكلفة المتساوية والمحورين الأفقي والعمودي، ويمكن أن نعبر عن فضاء التكلفة المتساوية رياضيا بالمتراجحة (المتباينة) التالية:



## 11. تغير خط التكلفة المتساوية

يتغير خط التكلفة المتساوية بتغير أحد العوامل المحدد له وهي التكلفة المخصصة للإنفاق أو أسعار عناصر الإنتاج.

أ- التغير في التكلفة المخصصة للإنفاق: يتغير خط التكلفة المتساوية بتغير التكلفة المخصصة للإنفاق مع ثبات أسعار عناصر الإنتاج، وبهذا سوف نوضح كيف يتغير خط التكلفة المتساوية رياضيا كما يلي :

$$TC = P_L * L + P_K * K$$

$$\Leftrightarrow K * P_K = TC - L * P_L$$

$$\Leftrightarrow K = \frac{TC - L * P_L}{P_K}$$

$$\Leftrightarrow K = \frac{1}{P_K} TC - \frac{P_L}{P_K} L$$

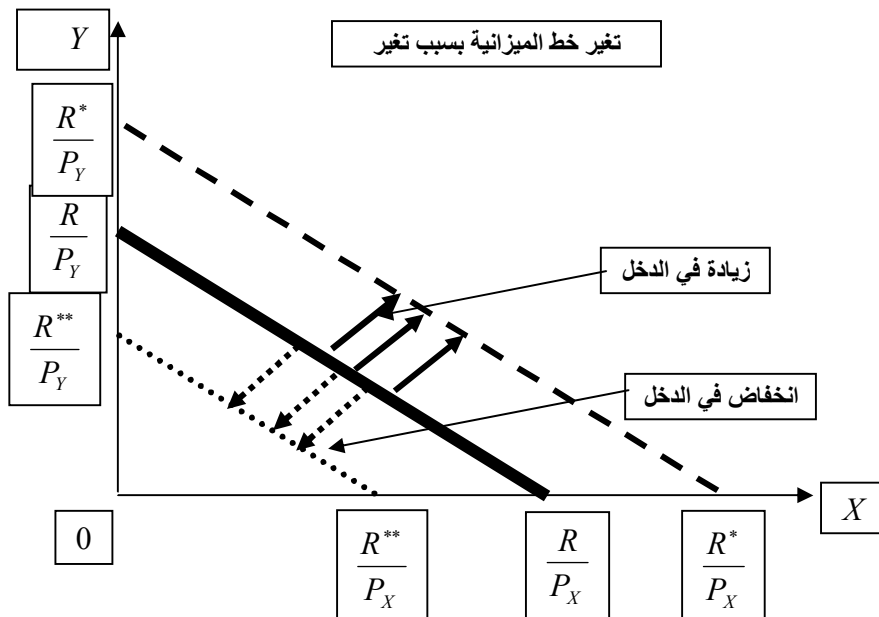
وبهذا إذا تغيرت التكلفة المخصصة للإنفاق وأصبحت  $TC^*$  فإنه سوف تتغير معادلة خط التكلفة المتساوية وتصبح :

$$K = \frac{1}{P_K} TC^* - \frac{P_L}{P_K} L$$

ومن خلال هذه المعادلة الجديدة سوف نستنتج بأن خط التكلفة المتساوية الجديد سوف يأخذ نفس شكل خط التكلفة المتساوية الأصلي إلا انه يكون موازيا له، ولذا نميز حالتين لانتقال خط التكلفة المتساوية وهي :

إذا كان  $TC^* > TC$  سوف ينزاح المنحنى الجديد إلى الأعلى وباتجاه يمين المنحنى الأصلي.

إذا كان  $TC^* < TC$  سوف ينزاح المنحنى الجديد إلى الأسفل وباتجاه يسار المنحنى الأصلي.



مثال :

ليكن لدينا قيد التكلفة المتساوية التالي :

$$3000 = 20L + 10K$$

وبافتراض أن التكلفة المخصصة للإنفاق على عناصر الإنتاج تغيرت وأخذت القيم التالية : 2000، 4000.

المطلوب :

- مثل خط التكلفة المتساوية مع التغيرات التي حدثت في مقدار التكلفة المخصصة للإنفاق على

عناصر الإنتاج ؟

الحل :

- التمثيل البياني لمنحنى خط التكلفة المتساوية مع التغيرات التي حدثت في مقدار التكلفة

لتمثيل منحنى خط التكلفة المتساوية يكفي وجود نقطتين مساعدتين هما:

TC Q	في حالة التكلفة TC = 3000		في حالة التكلفة TC = 2000		في حالة التكلفة TC = 4000	
	L	K	L	K	L	K
L	0	150	0	100	0	200
K	300	0	200	0	400	0

ب- التغير في أسعار عناصر الإنتاج

كما يمكن أن يتغير خط التكلفة المتساوية بتغير أسعار عناصر الإنتاج مع ثبات التكلفة

المخصصة للإنفاق على عناصر الإنتاج، وبهذا سوف نميز حلتين في توضيح كيفية تغير خط التكلفة

المتساوية رياضيا كما يلي :

إذا تغيرت الأسعار  $P_K, P_L$  وبنفس النسب فإن منحنى خط التكلفة المتساوية لا يتغير، ولهذا

نفرض أن الأسعار تتغير  $P_K^*, P_L^*$  تتضاعف بمقدار  $t$  نجد أن :

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{P_K^*} TC - \frac{P_L^*}{P_K^*} L \\ &= \frac{1}{tP_K} TC - \frac{tP_L}{tP_K} L \\ &= \frac{1}{tP_K} TC - \frac{P_L}{P_K} L \end{aligned}$$

فمن خلال العلاقة الرياضية نستنتج بأن منحنى خط التكلفة المتساوية يتغير في هذه الحالة كتغير الذي طرأ على مقدار التكلفة المخصصة للإنفاق على عناصر الإنتاج لأن ميل خط التكلفة المتساوية  $\left(-\frac{P_L}{P_K}\right)$  بقي على حاله ثابت.

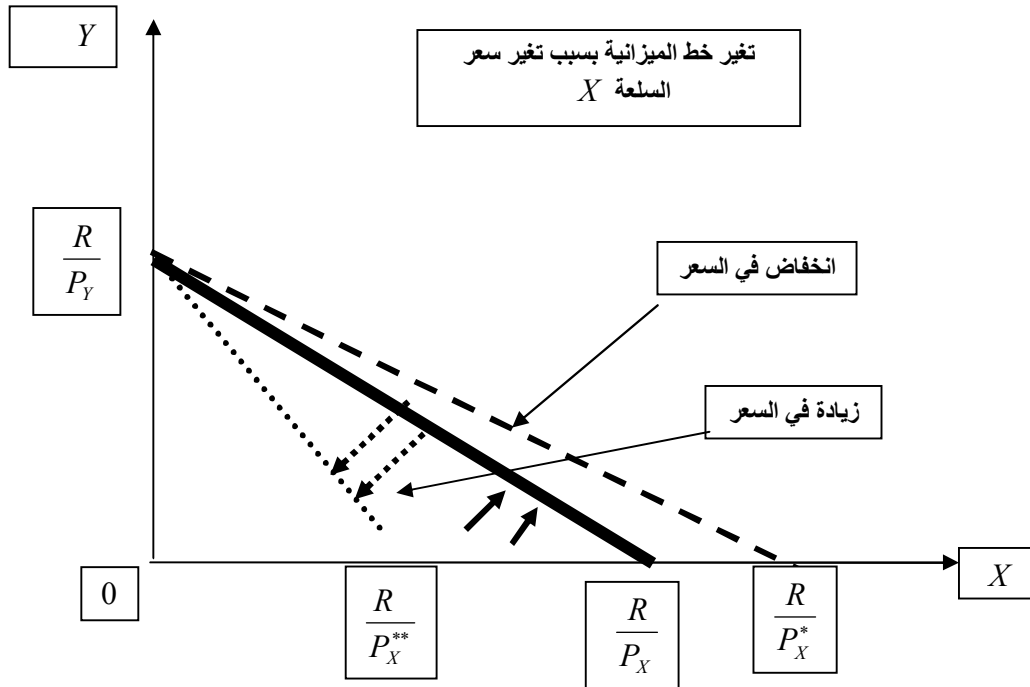
إذا تغير أحد أسعار عناصر الإنتاج  $P_L$  أو  $P_K$  مع ثبات السعر الآخر، ولهذا نفرض أن سعر عنصر الإنتاج (العمل)  $L$  تغير وأصبح  $P_L^*$  سواء بالزيادة أو بالنقصان فنجد الصيغة الرياضية الجديدة لقيود التكلفة المتساوية كما يلي :

$$K = \frac{1}{P_K} TC - \frac{P_L^*}{P_K} L$$

وبهذا نستنتج بأن منحنى خط التكلفة المتساوية سوف ينزاح (يتغير) إلى اليمين أو إلى اليسار على

شكل دوران مركزه النقطة  $P_K$  ، ونفس الشيء لو تغير سعر عنصر الإنتاج رأس المال  $K$  أي  $(P_K)$  مع

ثبات  $P_L$  سوف ينزاح (يتغير) خط التكلفة المتساوية على شكل دوران مركزه النقطة  $P_L$  .



مثال :

ليكن لدينا قيد الناتج التكلفة المتساوية التالي :

$$3000 = 20L + 10K$$



وبافتراض أن سعر عنصر الإنتاج العمل  $L$  تغير وأخذ القيم  $P_x = 10$  و  $P_x = 30$ .

**المطلوب :**

مثل خط التكلفة المتساوية مع التغيرات التي حدثت فيه ؟

**الحل :**

- تمثيل منحنى خط التكلفة المتساوية مع التغيرات التي حدثت في سعر عنصر الإنتاج العمل  $P_L$

إذا تغير سعر عنصر الإنتاج العمل  $L(P_L)$  ومع ثبات سعر عنصر الإنتاج الآخر رأس المال

$K(P_K)$  فتصبح الصيغة الرياضية الجديدة لقيد التكلفة المتساوية كما يلي :

$$K = \frac{1}{P_K} TC - \frac{P_L^*}{P_K} L$$

ولتمثيل منحنى خط التكلفة المتساوية نقوم بتعويض المعلومات السابقة المعطاة في معادلة قيد

التكلفة المتساوية الجديدة، ولذا يكفي وجود نقطتين مساعدتين هما:

$P_L \backslash Q$	في حالة سعر العمل $P_L = 20$		في حالة سعر العمل $P_L = 10$		في حالة سعر العمل $P_L = 30$	
$L$	0	150	0	300	0	100
$K$	300	0	300	0	300	0

12. العلاقة بين المعدل الحدي للإحلال الفني  $MRST$  والإنتاج الحدي  $MP_{(L,K)}$  لعناصر الإنتاج

يمكن توضيح العلاقة بين المعدل الحدي للإحلال الفني  $MRST$  والنواتج الحدية لعناصر الإنتاج

$MP_L$  و  $MP_K$  من خلال العلاقات الرياضية التالية :

لنفرض لدينا دالة الإنتاج لمنتج ما يقوم باستخدام عنصرين من عناصر الإنتاج  $K, L$  كما يلي:

$$TP = f(L, K)$$

وبهذا نجد أن الإنتاج الحدي بالنسبة للعمالة  $L$  هي :

$$MP_L = \frac{\partial TP}{\partial L}$$

والإنتاج الحدي بالنسبة لرأس المال  $K$  هي :

$$MP_K = \frac{\partial TP}{\partial K}$$

وإذا قمنا بمفاضلة دالة الإنتاج الكلي تفاضلا كلياً فنحصل على :

$$dTP = f'(L, K)_L d_L + f'(L, K)_K d_K$$

حيث :

$f'(L, K)_L$  عبارة عن الإنتاج الحدي بالنسبة للعمالة  $L$ .

$f'(L, K)_K$  عبارة عن الإنتاج الحدي بالنسبة لرأس المال  $K$ .

ولذا تصبح معادلة التفاضل على الشكل التالي :

$$dTP = \frac{\partial TP}{\partial L} d_L + \frac{\partial TP}{\partial K} d_K$$

ومن أجل إيجاد القيمة العظمى لدالة الإنتاج يجب أن يكون المشتق مساويا للصفر ولذا نجد :

$$dTP = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial TP}{\partial L} d_L + \frac{\partial TP}{\partial K} d_K = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial TP}{\partial L} d_L = -\frac{\partial TP}{\partial K} d_K$$

$$\frac{\frac{\partial TP}{\partial L}}{\frac{\partial TP}{\partial K}} = -\frac{d_K}{d_L}$$

$$-\frac{d_K}{d_L}$$

وبما أن  $-\frac{d_K}{d_L}$  فهي عبارة عن ميل منحنى الناتج المتساوي عند أي نقطة منه، وهو نفسه المعدل

الحدي للإحلال الفني عند تلك النقطة، ولذا نجد بأن المعدل الحدي للإحلال الفني (عنصر الإنتاج  $L$

يحل محل عنصر الإنتاج  $K$ ) هو عبارة عن حاصل قسمة الإنتاج الحدي بالنسبة للعمالة  $L$  على الإنتاج

الحدي بالنسبة لرأس المال  $K$ .

الإنتاج الحدي بالنسبة للعمالة  $L$

$$\frac{\text{الإنتاج الحدي للإحلال (السلعة } X \text{ تحل محل السلعة } Y)}{\text{الإنتاج الحدي بالنسبة لرأس المال } K} =$$

أي :

$$MRST_{L/K} = -\frac{d_K}{d_L} = \frac{\frac{\partial TP}{\partial L}}{\frac{\partial TP}{\partial K}} = \frac{MP_L}{MP_K}$$

ومن خلال هذا القانون يمكن ملاحظة تناقص المعدل الحدي للإحلال الفني عند عملية الإحلال

بين عناصر الإنتاج  $K, L$ ، وهذا عند زيادة وحدات من عنصر العمالة  $L$  سوف تؤدي إلى انخفاض في

قيمة الناتج الحدي الناتج عن عنصر الإنتاج  $L$ ، في حين انخفاض وحدات من عنصر الإنتاج الأخر رأس المال  $K$  فهي بدورها تؤدي إلى زيادة قيمة الناتج الحدي الناتج عن عنصر الإنتاج  $K$ ، وبالتالي فإنه في

الحالتين سوف يؤدي إلى انخفاض في النسبة  $\frac{MP_L}{MP_K}$ ، وهذا ما يؤدي إلى تناقص المعدل الحدي للإحلال الفني والذي يفسر تحذب منحنى الناتج المتساوي نحو نقطة الأصل.

مثال:

لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية :

$$TP = K * L$$

وبافتراض أن الكميات المستخدمة من عناصر الإنتاج  $(L, K)$  عند وضع التوازن هي  $L = 12$  و  $K = 9$ .

المطلوب :

- حدد عبارة المعدل الحدي للإحلال الفني  $MRST_{L/K}$  ؟

- حدد قيمة المعدل الحدي للإحلال  $MRST_{L/K}$  عند وضع التوازن ؟

الحل :

- تحديد عبارة المعدل الحدي للإحلال  $MRST_{L/K}$

لدينا عبارة المعدل الحدي للإحلال هي :

$$MRST_{L/K} = -\frac{d_K}{d_L} = \frac{\frac{\partial TP}{\partial L}}{\frac{\partial TP}{\partial K}} = \frac{MP_L}{MP_K}$$

ومنه :

$$\begin{cases} MP_L = \frac{\partial TP}{\partial L} = K \\ MP_K = \frac{\partial TP}{\partial K} = L \end{cases} \Leftrightarrow MRST_{L/K} = \frac{MP_L}{MP_K} = \frac{K}{L} \dots\dots\dots (*)$$

- تحديد قيمة المعدل الحدي للإحلال  $MRST_{L/K}$  عند وضع التوازن ( $X = 12$  و  $Y = 9$ )

بالتعويض بكميات التوازن في عبارة المعدل الحدي للإحلال الفني  $MRST_{L/K}$  أي العلاقة (\*) نجد:

$$MRST_{L/K} = \frac{K}{L} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

وعليه نقول بان قيمة المعدل الحدي للإحلال الفني عند نقطة التوازن ( $X = 12$  و  $Y = 9$ ) هي  $\frac{3}{4}$ ،

أو بعبارة أخرى نقول بأن ميل منحنى الناتج المتساوي عند نقطة التوازن هي  $\frac{3}{4}$ .

### ثالثا: توازن المنتج

يعرف توازن المنتج بأنه ذلك القدر من الاستخدامات الممكنة من عناصر الإنتاج ( $L, K$ ) والتي تحقق عند المنتج أقصى إنتاج ممكن في حدود التكلفة المخصصة للإنفاق على عناصر الإنتاج وأسعار هذه العناصر.

#### 1. توازن المنتج بيانيا

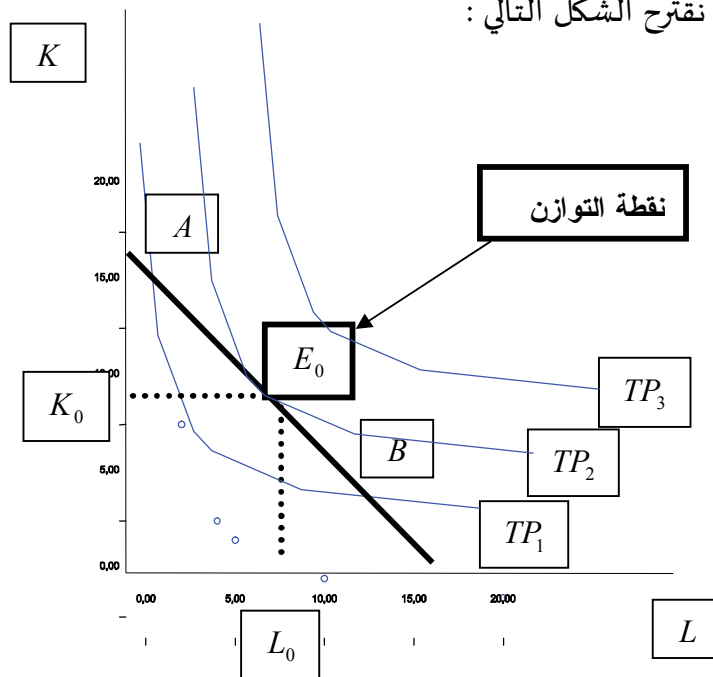
ولتحديد وضع التوازن بيانيا بالنسبة للمنتج فإنه يستوجب علينا أن نجمع بين خريطة منحنيات الناتج المتساوي التي تمثل رغبات المنتج وخط التكلفة المتساوية الذي يمثل قدرته وإمكانياته باستقلال تام عن الآخر في شكل واحد، ويتحقق التوازن هنا عندما يمس أعلى منحنى الناتج المتساوي خط التكلفة المتساوية أي أن شرط التوازن هو:

التقاء الرغبات المنتج مع ميزانيته المالية (التكلفة المتاح لإنفاقها على عناصر الإنتاج ( $L, K$ )).

عندما يمس منحنى الناتج المتساوي الأعلى خط التكلفة المتساوية أي أن (ميل منحنى الناتج

المتساوي يساوي ميل خط التكلفة المتساوية).

ولتوضيح ذلك نقترح الشكل التالي :



مثال :

ليكن لدينا الجدول الناتج المتساوي التالي والذي يوضع لنا مختلف التركيبات والثنائيات من عناصر الإنتاج  $(L, K)$  والتي تعطي نفس مستوى الإنتاج.

K	L
1	100
2	50
4	25
5	20
10	10
20	5
25	4
50	2
100	1

المطلوب :

- حدد توازن المنتج بيانيا إذا علمت أن  $P_L = P_K = 20, TC = 180$  ؟

الحل :

- تحديد توازن المنتج بيانيا علما بأن  $P_L = P_K = 20, TC = 180$

لتحديد الوضع التوازني للمنتج بيانيا فإنه يستوجب علينا أن نجمع بين منحنى الناتج المتساوي الذي يمثل رغبات المنتج وخط التكلفة المتساوية الذي يمثل قدرته على اقتناء عناصر الإنتاج  $(L, K)$  في شكل واحد.

ويتحقق التوازن بيانيا هنا عندما يمس أعلى منحنى الناتج المتساوي خط التكلفة المتساوية عند

$$النقطة E_0 = (L_0 = 50, K_0 = 40)$$

2. توازن المنتج رياضيا

حتى تتمكن المؤسسة من تحقيق أقصى إنتاج ممكن في حدود الميزانية (التكلفة) المخصصة للإنفاق على عناصر الإنتاج العمل ورأس المال  $(L, K)$  وتقيدا بأسعارها نقول حينئذ بأن المؤسسة في

حالة توازن، ولإيجاد حجم الإنتاج الأعظمي الذي ترغب المؤسسة في تحقيقه باستخدام عناصر الإنتاج  $(L, K)$  رياضيا، فنتبع عدة طرق وهي :

أ- توازن المنتج رياضيا باستخدام شرط التوازن

لاحظنا سابقا بأنه يكون المنتج عند وضع التوازن لا بد من تحقق الشرط التالي :

ميل منحنى الناتج المتساوي = ميل خط التكلفة المتساوية

بمعنى :

$$MRST_{L/K} = \frac{P_L}{P_K} \dots \dots \dots (1)$$

ولدينا :

$$MRST_{L/K} = -\frac{\Delta K}{\Delta L} = \frac{MP_L}{MP_K} \dots \dots \dots (2)$$

ومن (1) و (2) نجد أن :

$$\frac{MP_L}{MP_K} = \frac{P_L}{P_K}$$

أي :

$$MU_L * P_K = MP_K * P_L$$

وبقسمة طرفي المعادلة على  $P_L * P_K$  فنجد :

$$\frac{MP_L * P_K}{P_L * P_K} = \frac{MP_K * P_L}{P_L * P_K}$$

وعليه نجد :

$$\frac{MP_L}{P_L} = \frac{MP_K}{P_K}$$

وهذا هو شرط التوازن.

ومنه نقول يكون المنتج في حالة توازن إذا تحقق شرط التوازن الذي ينص على أن نسبة النواتج

الحدية إلى أسعارها تكون متساوية عند جميع عناصر الإنتاج.

مثال :

لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية :

$$TP = K * L$$

وبافتراض أن الميزانية المخصصة للإنفاق على عناصر الإنتاج  $(L, K)$  وأسعارها هي:  $TC = 1200$  و  $P_L = 6$  و  $P_K = 12$ .

المطلوب :

- حدد توازن المنتج باستخدام شرط التوازن ؟

الحل :

- تحديد توازن المنتج باستخدام شرط التوازن

لتحديد توازن المنتج باستخدام طريقة شرط التوازن نقوم بإتباع القاعدة العامة للتوازن والتي

تكتب من الشكل التالي :

$$\begin{aligned} \frac{MP_L}{P_L} &= \frac{MP_K}{P_K} \\ \Leftrightarrow \frac{K}{6} &= \frac{L}{12} \\ \Leftrightarrow L &= \frac{12}{6}K \\ \Leftrightarrow L &= 2K \dots\dots (***) \end{aligned}$$

وبالتعويض عن قيمة  $L$  بما يساويها في قيد التكلفة المتساوية نجد:

$$\begin{aligned} 1200 - 6(2K) - 12K &= 0 \\ \Leftrightarrow 1200 - 12K - 12K &= 0 \\ \Leftrightarrow 1200 - 24K &= 0 \\ \Leftrightarrow 24K &= 1200 \\ \Leftrightarrow K^* &= 50 \end{aligned}$$

وبالتعويض أيضا عن قيمة  $K$  في العلاقة (\*\*\*) نجد :

$$X^* = 2(50) = 100$$

وعليه يكون المنتج عند وضعه التوازني عندما يقوم باستخدام 100 وحدة من عنصر العمالة  $L$  و 50 وحدة من عنصر رأس المال  $K$  من أجل تحقيق أقصى إنتاج ممكن والمقدر بـ 5000 وحدة منتجة ، أي :

$$TP = (100)(50) = 5000U$$

## ب- توازن المنتج رياضيا باستخدام طريقة لاغرانج

لتعظيم الكمية المنتجة لسلعة ما باستخدام عناصر الإنتاج  $(K, L)$  وفي حدود ميزانية محددة وأسعار معينة لتلك العناصر باستخدام طريقة لاغرانج فإننا نتبع الخطوات التالية :

نفترض أن هذا المنتج يعمل على إنتاج سلعة معينة باستخدام عنصري الإنتاج  $K, L$  ، وكانت دالة الإنتاج الكلي معطاة بالعلاقة التالية :

$$TP = f(L, K)$$

ونريد تعظيم كمية الإنتاج  $TP$  تحت قيد التكلفة المتاح :

$$TC = L * P_L + K * P_K$$

باستخدام طريقة لاغرانج.

من أجل تعظيم دالة الإنتاج لهذا المنتج نقوم بصياغة دالة لاغرانج والتي تكتب على الشكل التالي:

$$V = TP + \lambda(TC - L * P_L - K * P_K) = f(L, K) + \lambda(TC - L * P_L - K * P_K)$$

حيث :

$V$ : دالة لاغرانج.

$TP$ : دالة الإنتاج الكلي.

$\lambda$ : مضاعف لاغرانج.

$TC$ : الميزانية المخصصة للإنفاق.

$(K, L)$  الكميات المستخدمة من عناصر الإنتاج العمل ورأس المال.

$(P_K, P_L)$ : أسعار عناصر الإنتاج العمل ورأس المال.

ومن أجل تعظيم هذه الدالة يجب تحقيق الشرط الأول لدالة لاغرانج (يجب أن تكون المشتقات الجزئية من الدرجة الأولى مساوية لصفر) أي :

$$\begin{cases} \frac{\partial V}{\partial L} = 0 \Leftrightarrow f'_L(L, K) - \lambda * P_L = 0 \Leftrightarrow f'(L) = \lambda * P_L \dots\dots\dots(1) \\ \frac{\partial V}{\partial K} = 0 \Leftrightarrow f'_K(L, K) - \lambda * P_K = 0 \Leftrightarrow f'(K) = \lambda * P_K \dots\dots\dots(2). \\ \frac{\partial V}{\partial \lambda} = 0 \Leftrightarrow TC - L * P_L - K * P_K = 0 \dots\dots\dots(3) \end{cases}$$



وبحل هذه الجملة نجد كل من  $\lambda^*, K^*, L^*$  التي تمثل القيم المثلى التي يمكن استخدامها من عناصر الإنتاج في العملية الإنتاجية، وذلك من خلال :  
قسمة المعادلة (1) على (2) فنجد :

$$\frac{f'(L)}{f'(K)} = \frac{\lambda * P_L}{\lambda * P_K} \Leftrightarrow \frac{MP_L}{MP_K} = \frac{P_L}{P_K}$$

سوف نجد علاقة بين عنصري الإنتاج  $K, L$  أي :

$$L = g(K)$$

أو

$$K = g(L)$$

حيث :

$f'(L)$  : هي عبارة عن مشتق دالة الإنتاج الكلي بالنسبة للعمالة  $L$  (دالة الإنتاج الحدي بالنسبة للعمالة  $L$  أي  $MP_L$ ).

$f'(K)$  : هي عبارة عن مشتق دالة الإنتاج الكلي بالنسبة لرأس المال  $K$  (دالة الإنتاج الحدي بالنسبة لرأس المال  $K$  أي  $MP_K$ ).

2- نقوم بالتعويض عن احد المتغيرين بدلالة الآخر في المعادلة (3) أو في معادلة قيد التكلفة المتساوية، فتصبح معادلة التكلفة المتساوية ذات مجهول واحد بدلالة  $L$  أو  $K$ ، ومن ثم نجد القيم المثلى  $\lambda^*, Y^*, X^*$ ، وبالتعويض عنها في دالة الإنتاج الكلي  $TP = f(L, K)$  نجد مستوى الإنتاج الكلي الأمثل.

**مثال :**

لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية :

$$TP = K * L$$

وبافتراض أن الميزانية المخصصة للإنفاق على عناصر الإنتاج  $(L, K)$  وأسعارها هي:  $TC = 1200$  و

$$P_L = 12 \text{ و } P_K = 6.$$

**المطلوب :**

- حدد توازن المنتج باستخدام طريقة لاغرانج؟

الحل :

- تحديد توازن المنتج باستخدام طريقة لاغرانج :

لتحديد توازن المنتج باستخدام طريقة لاغرانج نقوم أولاً بصياغة دالة لاغرانج والتي تكتب من

الشكل التالي :

$$\begin{aligned} V &= TP + \lambda(TC - L * P_L - K * P_K) \\ &= f(L, K) + \lambda(TC - L * P_L - K * P_K) \\ V &= K * L + \lambda(1200 - 6 * L - 12 * K) \end{aligned}$$

ومن أجل تعظيم هذه الدالة يجب تحقيق الشرط الأول لدالة لاغرانج (يجب أن تكون المشتقات

الجزئية من الدرجة الأولى مساوية لصفر) أي :

$$\begin{cases} \frac{\partial V}{\partial L} = 0 \Leftrightarrow f'_L(L, K) - \lambda * P_L = 0 \Leftrightarrow f'(L) = \lambda * P_L \Leftrightarrow K = 6\lambda \dots\dots\dots(1) \\ \frac{\partial V}{\partial K} = 0 \Leftrightarrow f'_K(L, K) - \lambda * P_K = 0 \Leftrightarrow f'(K) = \lambda * P_K \Leftrightarrow L = 12\lambda \dots\dots\dots(2). \\ \frac{\partial V}{\partial \lambda} = 0 \Leftrightarrow TC - L * P_L - K * P_K = 0 \Leftrightarrow 1200 - 6L - 12K = 0 \dots\dots\dots(3) \end{cases}$$

وبقسمة المعادلة (1) على (2) فنجد :

$$\begin{aligned} \frac{K}{L} &= \frac{6 * \lambda}{12 * \lambda} \\ \Leftrightarrow \frac{K}{L} &= \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \\ \Leftrightarrow L &= 2K \dots\dots\dots(*) \end{aligned}$$

وبالتعويض عن قيمة  $L$  في المعادلة (3) نجد :

$$\begin{aligned} 1200 - 6(2K) - 12K &= 0 \\ \Leftrightarrow 1200 - 12K - 12K &= 0 \\ \Leftrightarrow 1200 - 24K &= 0 \\ \Leftrightarrow 24K &= 1200 \\ \Leftrightarrow K^* &= 50 \end{aligned}$$

وبالتعويض أيضاً عن قيمة  $K$  في العلاقة (\*) نجد :

$$X^* = 2(50) = 100$$

وعليه يكون المنتج عند وضعه التوازني عندما يقوم باستخدام 100 وحدة من عنصر العمالة  $L$

و50 وحدة من عنصر رأس المال  $K$  من أجل تحقيق أقصى إنتاج ممكن والمقدر بـ 5000 وحدة منتجة.

### ج- توازن المنتج باستخدام طريقة التعويض

لتعظيم إنتاج منتج ما في حدود التكلفة المخصصة للإنفاق على عناصر الإنتاج باستخدام طريقة التعويض نتبع الخطوات التالية :

نفترض أن منتج يعمل على استخدام عنصرين من عناصر الإنتاج  $K, L$  لإنتاج سلعة ما، وكانت دالة الإنتاج الكلي معطاة بالعلاقة التالية  $TP = f(L, K)$ ، ونريد تعظيم مقدار الإنتاج الكلي تحت قيد التكلفة المخصص للإنفاق على عناصر الإنتاج  $K, L$  التالي  $TC = L * P_L + K * P_K$  باستخدام طريقة التعويض.

من اجل تعظيم إنتاج هذا المنتج نقوم بتفاضل دالة الإنتاج الكلي فنجد :

$$dTP = f'(L)d(L) + f'(K)d(K)$$

وبقسمة طرفي المعادلة على  $d(L)$  فنجد :

$$\frac{dTP}{d(L)} = f'(L) + f'(K) \frac{d(K)}{d(L)} \Leftrightarrow \frac{dTP}{d(L)} = f'(L) + f'(K) \frac{d(K)}{d(L)}$$

$$\frac{dTP}{d(L)} = MP_L + MP_K \frac{d(K)}{d(L)} \dots\dots\dots (**)$$

وبعبارة أخرى يمكن كتابتها على الشكل التالي :

ومن خلال قيد التكلفة المتساوية يمكن بإيجاد علاقة بين التغيرين  $K, L$  :

$$\begin{aligned} TC &= L * P_L + K * P_K \\ \Leftrightarrow K * P_K &= TC - L * P_L \\ \Leftrightarrow K &= \frac{TC - L * P_L}{P_K} \end{aligned}$$

$$K = \frac{TC}{P_K} - \frac{P_L}{P_K} L \dots\dots\dots (***)$$

ومنه نجد :

$$\frac{dK}{dL} = \frac{d\left(\frac{TC}{P_K} - \frac{P_L}{P_K} L\right)}{d(L)} = -\frac{P_L}{P_K} \dots\dots\dots (***)$$

وبالتعويض عن  $\frac{dK}{dL}$  في المعادلة (\*\*\*) بما يساويها في المعادلة (\*\*) فنجد :

$$\frac{dTP}{d(L)} = MP_L + MP_K \left(-\frac{P_L}{P_K}\right)$$

والقاعدة الرياضية من أجل تعظيم تابع الناتج الكلي، يجب أن تكون المشتقة الأولى لتابع الناتج الكلي معدومة (مساوية الصفر)، أي :

$$\frac{dTP}{d(L)} = MP_L + MP_K \left( -\frac{P_L}{P_K} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow MP_L = MP_K \left( \frac{P_L}{P_K} \right)$$

وفي الأخير نحصل على قاعدة التوازن والتي تنص على :

$$\frac{MP_L}{MP_K} = \frac{P_L}{P_K} \Leftrightarrow \frac{MP_L}{P_L} = \frac{MP_K}{P_K}$$

وهو عبارة عن شرط التوازن اللازم لتعظيم الإنتاج الكلي للمنتج في حالة وجود الشرط (قيود التكلفة المتساوية)، أو بطريقة أخرى نقوم بالتعويض عن قيمة  $K$  من المعادلة (\*\*\*) في دالة الإنتاج الكلي فنجد :

$$TP = f(L, K) = f\left(L, \frac{TC}{P_K} - \frac{P_L}{P_K} L\right)$$

فتصبح دالة الإنتاج الكلي دالة تابعة لمتغير وحيد أي  $TP = g(L)$ ، ومن أجل تعظيم هذه الدالة يجب أن تكون المشتقة الأولى لتابع الإنتاج الكلي معدومة (مساوية الصفر).

$$\left( \frac{\partial TP}{\partial L} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial f\left(L, \frac{TC}{P_K} - \frac{P_L}{P_K} L\right)}{\partial L} = 0 \right)$$

مثال :

لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية :

$$TP = K * L$$

وبافتراض أن الميزانية المخصصة للإنفاق على عناصر الإنتاج  $(L, K)$  وأسعارها هي:  $TC = 1200$  و

$$P_L = 12 \text{ و } P_K = 6$$

المطلوب :

حدد توازن المنتج باستخدام طريقة التعويض ؟

الحل :

- تحديد توازن المنتج باستخدام طريقة التعويض :

لتحديد توازن المستهلك باستخدام طريقة التعويض نقوم بإيجاد علاقة بين عناصر الإنتاج  $K, L$  من خلال قيد التكلفة المتساوية فنجد :

$$\begin{aligned} TC &= L * P_L + K * P_K \\ \Leftrightarrow K * P_K &= TC - L * P_L \\ \Leftrightarrow K &= \frac{TC - L * P_L}{P_K} \\ \Leftrightarrow K &= \frac{TC}{P_K} - \frac{P_L}{P_K} * L = \frac{1200}{12} - \frac{6}{12} L \\ \Leftrightarrow K &= 100 - \frac{1}{2} L \dots\dots\dots (*) \end{aligned}$$

وبالتعويض عن قيمة  $K$  في دالة الإنتاج الكلي نجد :

$$\begin{aligned} TP &= f(L, K) \\ &= f\left(L, \frac{TC}{P_K} - \frac{P_L}{P_K} L\right) \\ &= L * \left(100 - \frac{1}{2} L\right) \\ &= 100L - \frac{1}{2} L^2 \end{aligned}$$

ومن أجل تعظيم هذه الدالة يجب تحقيق الشرط التعظيم وهو يجب أن تكون المشتقة الأولى

مساوية لصفر أي :

$$\begin{aligned} \frac{\partial TP}{\partial L} &= 0 \\ \Leftrightarrow \frac{\partial \left(100L - \frac{1}{2} L^2\right)}{\partial L} &= 0 \\ \Leftrightarrow 100 - L &= 0 \\ \Leftrightarrow L &= 100 \end{aligned}$$

وبالتعويض في العلاقة (\*) نجد :

$$\begin{aligned} K &= 100 - \frac{1}{2} L \\ &= 100 - \frac{1}{2} (100) \\ &= 100 - 50 \\ &= 50 \end{aligned}$$

وعليه يكون المنتج عند وضعه التوازني عندما يقوم باستخدام 100 وحدة من عنصر العمالة  $L$  و50 وحدة من عنصر رأس المال  $K$  من أجل تحقيق أقصى إنتاج ممكن والمقدر بـ 5000 وحدة منتجة.

### 3. أثر التغيير في ميزانية (تكلفة) الإنفاق على توازن المنتج

لاحظنا سابقا بأنه عندما تتغير ميزانية (تكلفة) المخصصة للإنفاق على عناصر الإنتاج  $K, L$  من  $TC_0$  إلى  $TC_1$  سوف ينزاح خط التكلفة المتساوية إلى الأعلى أو إلى الأسفل، وبهذا سوف ينتج عن تغيير هذه التكلفة وضع التوازني جديد، أي تصبح نقطة التوازن الأولى  $E_0 = (L_0, K_0)$  غير مثلى، بمعنى أنه سوف ينتقل المنتج من الوضع التوازني الأولي  $E_0 = (L_0, K_0)$  إلى الوضع التوازني الجديد  $E_1 = (L_1, K_1)$ ، وهكذا تستمر العملية لو تغيرت التكلفة  $TC_2, TC_3$  فإن الوضع التوازني الجديد يتغير من  $E_2 = (L_2, K_2)$  إلى  $E_3 = (L_3, K_3)$ ، ومن هذا التغيير في تكلفة المنتج فإنه سوف ينتج لدينا ما يسمى بمنحنى توسع الإنتاج (مسار التوسع).

#### - منحنى توسع الإنتاج (مسار التوسع)

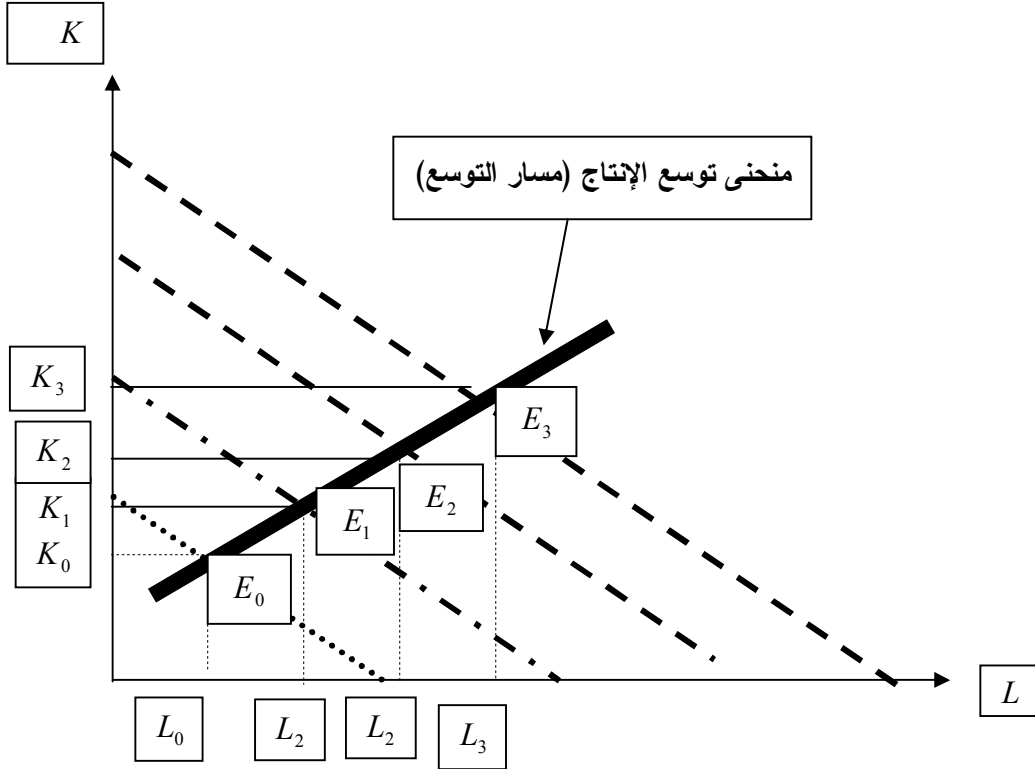
يعرف منحنى توسع الإنتاج (مسار التوسع) بأنه المحل الهندسي لنقاط توازن المنتج الناتجة عن التغيير في إنفاقه (الميزانية أو التكلفة) على عناصر الإنتاج  $K, L$  دون غيرها، وبمعنى تغيير التكلفة المخصصة للإنفاق مع ثبات كل العوامل التي يمكن أن تؤثر على طلب المنتج من عناصر الإنتاج  $K, L$ ، وبهذا يتشكل هذا منحنى توسع الإنتاج (مسار التوسع) بالربط بين مختلف نقاط التوازن الناتجة عن التغيير في ميزانية المنتج، وهي تعبر عن السلوك الاقتصادي للمنتج نتيجة تغييرات التي تطرأ في الميزانية المخصصة للإنفاق على عناصر الإنتاج.

وبافتراض أن ميزانية المنتج تغيرت وأخذت القيم التالية:  $TC_0, TC_1, TC_2, TC_3$  فننتج عن ذلك مواضع التوازن التالية  $E_0 = (L_0, K_0)$ ،  $E_1 = (L_1, K_1)$ ،  $E_2 = (L_2, K_2)$ ،  $E_3 = (L_3, K_3)$ ، والربط بين النقاط  $E_0, E_1, E_2, E_3$  ينتج لدينا ما يسمى بمنحنى توسع الإنتاج (مسار التوسع)، ويمكن تبسيطها في الجدول التالي:

$TC$	$TC_0$	$TC_1$	$TC_2$	$TC_3$
$L$	$L_0$	$L_1$	$L_2$	$L_3$
$K$	$K_0$	$K_1$	$K_2$	$K_3$

والشكل التالي يوضح لنا منحنى توسع الإنتاج (مسار التوسع) الناتج عن التغيير في ميزانية المنتج

المخصصة للإنفاق على عناصر الإنتاج  $K, L$ .



#### 4. أثر التغيير في سعر إحدى عناصر الإنتاج على توازن المنتج

لاحظنا سابقا بأنه عندما يتغير سعر إحدى عناصر الإنتاج  $K, L$  ولتكن عنصر العمالة  $L$  مثلا

من  $P_{L0}$  إلى  $P_{L1}$  سوف ينزاح خط التكلفة المتساوية على شكل دوران مركزه النقطة  $P_K$ ، وبهذا سوف ينتج عن تغيير السعر وضع التوازني جديد، أي تصبح نقطة التوازن الأولى  $E_0 = (L_0, K_0)$  غير مثلى، بمعنى أنه سوف ينتقل المنتج من الوضع التوازني الأولي  $E_0 = (L_0, K_0)$  إلى الوضع التوازني الجديد  $E_1 = (L_1, K_1)$ ، وهكذا تستمر العملية لو تغير السعر  $P_{L2}$ ،  $P_{L3}$  فان الوضع التوازني الجديد يصبح  $E_2 = (L_2, K_2)$  و  $E_3 = (L_3, K_3)$  .....

ومن هذا التغيير في السعر فإنه سوف ينتج لدينا ما يسمى بمنحنى توسع الإنتاج المرتبط بالعمل

$L$  (مسار توسع الإنتاج المرتبط بالعمل  $L$ ).

أ- منحنى توسع الإنتاج المرتبط بالعمل  $L$

يعرف منحنى توسع الإنتاج المرتبط بالعمل  $L$  (الناتج عن التغيير في سعر العمالة  $P_L$ ) بأنه المحل

الهندسي لنقاط توازن الناتجة عن التغيير في سعر عنصر العمالة  $L$  دون غيرها، وبمعنى تغيير سعر العمل

$L$  مع ثبات كل العوامل التي يمكن أن تؤثر على طلب المنتج، وبهذا يتشكل هذا المنحنى بالربط بين مختلف نقاط التوازن الناتجة عن تغيير في سعر عنصر العمل  $L$ ، وهي تعبر عن السلوك الاقتصادي للمنتج نتيجة تغيرات أسعار عنصر العمل  $L$  الذي يرغب المنتج في اقتنائها، وهنا نلاحظ بأن المعدل الحدي للإحلال الفني (التقني) سوف يزداد وهذا راجع إلى أن التوسع الفني يحدث عبر الزيادة في الإنتاجية الحدية للعمل  $MP_L$  أكثر من الزيادة في الإنتاجية الحدية لرأس المال  $MP_K$ ، أي :

$$MRST_{L/K} = \frac{MP_L}{MP_K} \uparrow$$

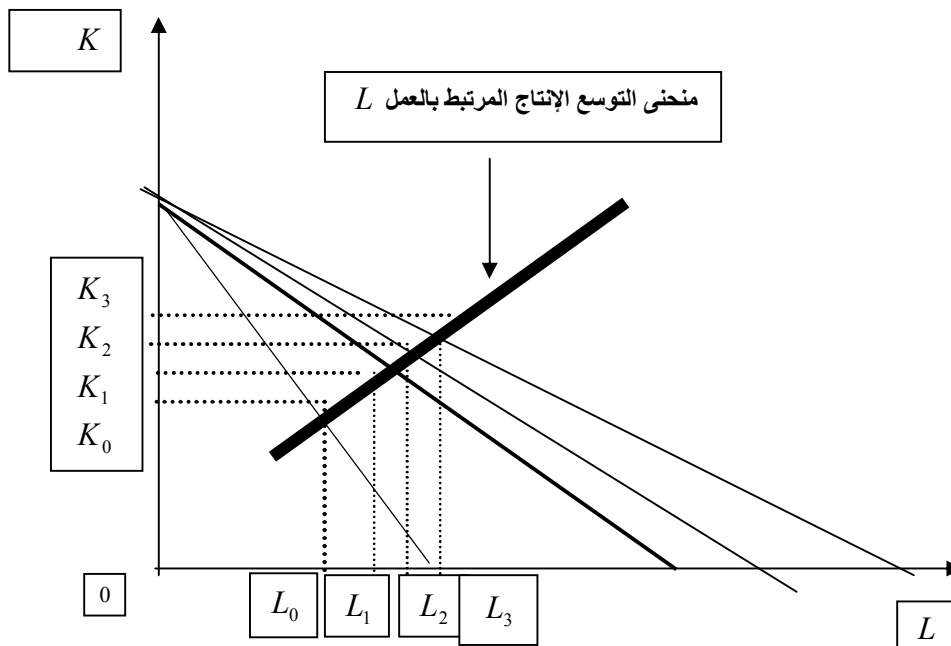
$$\Leftrightarrow MP_L > MP_K$$

وبافتراض أن سعر عنصر العمل  $L$  تغير وأخذ القيم التالية  $P_{L0}, P_{L1}, P_{L2}, P_{L3}$  فينتج عن ذلك مواضع التوازن التالية  $E_0 = (L_0, K_0), E_1 = (L_1, K_1), E_2 = (L_2, K_2), E_3 = (L_3, K_3)$ ، والربط بين النقاط  $E_0, E_1, E_2, E_3$  ينتج لدينا ما يسمى بمنحنى توسع الإنتاج المرتبط بالعمل  $L$ ، ويمكن تبسيطها في الجدول التالي :

$P$	$P_{L0}$	$P_{L1}$	$P_{L2}$	$P_{L3}$
$L$	$L_0$	$L_1$	$L_2$	$L_3$
$K$	$K_0$	$K_1$	$K_2$	$K_3$

والشكل التالي يوضح لنا منحنى توسع الإنتاج المرتبط بالعمل  $L$  الناتج عن التغيير في سعر

العمالة  $P_L$  التي يرغب المنتج في اقتنائها.





### ب- منحنى توسع الإنتاج المرتبط برأس المال $K$

يعرف منحنى توسع الإنتاج المرتبط برأس المال  $K$  (الناتج عن التغير في سعر رأس المال  $P_K$ ) بأنه المحل الهندسي لنقاط توازن الناتجة عن التغير في سعر عنصر رأس المال  $K$  دون غيرها، وبمعنى تغير سعر رأس المال  $K$  مع ثبات كل العوامل التي يمكن أن تؤثر على طلب المنتج، وبهذا يتشكل هذا المنحنى بالربط بين مختلف نقاط التوازن الناتجة عن تغير في سعر عنصر رأس المال  $K$ ، وهي تعبر عن السلوك الاقتصادي للمنتج نتيجة تغيرات أسعار عنصر رأس المال  $K$  الذي يرغب المنتج في اقتنائها، وهنا نلاحظ بأن المعدل الحدي للإحلال الفني (التقني) سوف يتناقص وهذا راجع إلى أن التوسع الفني يحدث عبر الزيادة في الإنتاجية الحدية للعمل  $MP_L$  أقل من الزيادة في الإنتاجية الحدية لرأس المال  $MP_K$ ، أي:

$$MRST_{L/K} = \frac{MP_L}{MP_K} \downarrow$$

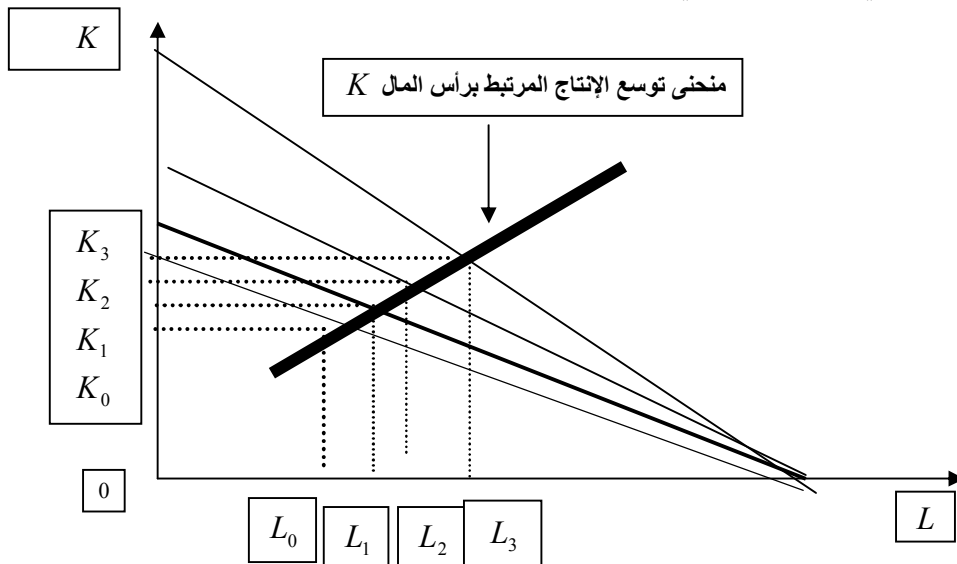
$$\Leftrightarrow MP_L < MP_K$$

وبافتراض أن سعر عنصر رأس المال  $K$  تغير وأخذ القيم التالية  $P_{K0}, P_{K1}, P_{K2}, P_{K3}$  فينتج عن ذلك مواضع التوازن التالية  $E_0 = (L_0, K_0), E_1 = (L_1, K_1), E_2 = (L_2, K_2), E_3 = (L_3, K_3)$ ، والربط بين النقاط  $E_0, E_1, E_2, E_3$  ينتج لدينا ما يسمى بمنحنى توسع الإنتاج المرتبط برأس المال  $K$ ، ويمكن تبسيطها في الجدول التالي:

$P_K$	$P_{K0}$	$P_{K1}$	$P_{K2}$	$P_{K3}$
$L$	$L_0$	$L_1$	$L_2$	$L_3$
$K$	$K_0$	$K_1$	$K_2$	$K_3$

والشكل التالي يوضح لنا منحنى توسع الإنتاج المرتبط برأس المال  $K$  الناتج عن التغير في سعر

رأس المال  $P_K$  التي يرغب المنتج في اقتنائها.

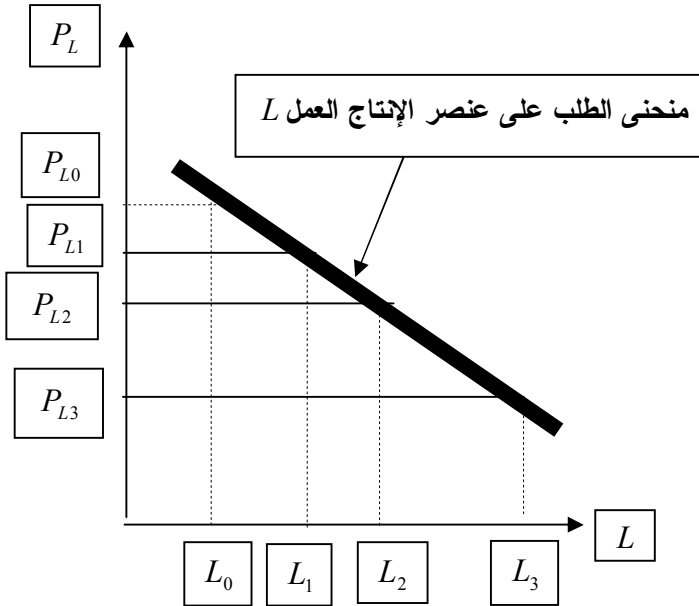


### ج- منحنى طلب على عناصر الإنتاج

منحنى العرض وهو ذلك المنحنى الذي يصور لنا العلاقة بين الكميات التي يشتريها المنتج من عناصر الإنتاج خلال فترة زمنية معينة عند أسعار مختلفة مع ثبات العوامل الأخرى على حالها. وبافتراض أن أسعار عناصر الإنتاج ولتكن العمالة  $L$  تغيرت وأخذت القيم التالية  $P_{L3}, P_{L2}, P_{L1}, P_{L0}$  فينتج عن ذلك مواضع التوازن التالية  $E_0 = (L_0, K_0)$ ،  $E_1 = (L_1, K_1)$ ،  $E_2 = (L_2, K_2)$ ،  $E_3 = (L_3, K_3)$ ، وبذلك يمكن أن ينتج لنا منحنى العرض لإحدى عناصر الإنتاج (العنصر الذي تغير سعره) وهذا من خلال توضيح العلاقة بين الأسعار المختلفة والكميات المستخدمة من هذا العنصر، وفي هذه الحالة سوف ينتج لدينا منحنى العرض على عنصر الإنتاج العمالة  $L$ ، وهذا من خلال الربط بين النقاط  $P_{L3}, P_{L2}, P_{L1}, P_{L0}$  ووحدات عنصر العمل  $L_0, L_1, L_2, L_3$ ، ويمكن تبسيطها في الجدول التالي :

$P_L$	$P_{L0}$	$P_{L1}$	$P_{L2}$	$P_{L3}$
$L$	$L_0$	$L_1$	$L_2$	$L_3$

والشكل التالي يوضح لنا منحنى العرض على عنصر الإنتاج العمل  $L$  الذي تغيرت أسعاره :



**ملاحظة:** من خواص دوال الطلب على عناصر الإنتاج أن تكون هذه الدوال متجانسة من الدرجة صفر بالنسبة للأسعار والميزانية المخصصة للإنفاق على عناصر الإنتاج، أو بعبارة أخرى يكون المنتج غير خاضع للوهم النقدي (إذا تغيرت أسعار عناصر الإنتاج والميزانية بنفس النسبة يبقى مستوى الطلب عليها دون تغيير).

## 5. أثر الإحلال وأثر الإنتاج

انطلاقاً من نظرية سلوك المنتج (النيوكلاسيكي) وجد أن ميل منحني الطلب على عناصر الإنتاج يكون في العموم سالبا، أي تتغير الكميات المطلوبة من عناصر الإنتاج تغيراً عكسياً بالنسبة لتغير السعر الذي يطرأ على هذا العنصر، ولكن بتحليل أدق يكون تغير في سعر العمالة  $L$  مثلاً له تأثير مزدوج هما أثر الإحلال وأثر الإنتاج.

## أ- أثر الإحلال

عند انخفاض في سعر العمالة  $L$  حتماً سيقوم هذا المنتج بزيادة اقتنائه أو استخدامه من هذا العنصر مع ثبات الميزانية المخصصة للإنفاق وأسعار عناصر الإنتاج الأخرى وهذا للحفاظ على نفس مستوى الإنتاج، وهذا السلوك يسمى بأثر الإحلال، أي هي عبارة عن التغير في الكمية المستخدمة من عنصر العمل  $L$  الناتج عن التغير في السعر بعد تعويض لتغيير في الميزانية الحقيقية للمؤسسة، أو بعبارة أخرى يساوي أثر الإحلال التغير في الكمية المستخدمة من عنصر العمل  $L$  الناتجة عن التغير في سعر هذا العنصر عندما يتم انتقال المنتج على نفس منحني الناتج المتساوي، أي الانتقال من الوضع التوازني

$$E_0 = (L_0, K_0) \text{ إلى الوضع التوازني الجديد } E_1 = (L_1, K_1)$$

$$S_{el} = \Delta L = L_1 - L_0$$

$$S_{ek} = \Delta K = K_1 - K_0$$

## ب- أثر الإنتاج

عند انخفاض في سعر العمالة  $P_L$  ومع ثبات الميزانية المخصصة للإنفاق  $TC$  وأسعار عناصر الإنتاج الأخرى  $P_K$ ، حتماً يؤدي بالمنتج إلى زيادة اقتنائه أو استخدامه من هذا العنصر وهذا للحفاظ على نفس مستوى الإنتاج، أي الانتقال من الوضع التوازني  $E_0 = (L_0, K_0)$  إلى الوضع التوازني الجديد  $E_1 = (L_1, K_1)$  على نفس منحني الناتج المتساوي  $TP_0$ ، ولكن في هذه الحالة يكون المنتج حقق نفس مستوى الإنتاج بتكلفة (ميزانية) أقل من الميزانية المعطاة (يصبح هناك فائض في الميزانية)، وبهذا المنتج يقوم باقتناء أو استخدام وحدات إضافية من عناصر الإنتاج الناتجة عن الزيادة في الميزانية الحقيقية، وهذا السلوك يسمى بأثر الدخل، أي هي عبارة عن التغير في الكمية المستخدمة من عنصر العمل  $L$  الناتج عن التغير في التكلفة (الإنفاق) الحقيقي، بعد تعويض لتغيير في الميزانية الحقيقية للمؤسسة، أو بعبارة أخرى يساوي أثر الإنتاج التغير في الكمية المستخدمة من عنصر العمل  $L$  الناتجة عن التغير في

الإنفاق الحقيقي لهذا العنصر عند التغيير في سعره، وهذا يتم انتقال المنتج من  $E_1 = (L_1, K_1)$  الواقعة على منحنى الناتج المتساوي  $TP_0$  إلى  $E_2 = (L_2, K_2)$  الواقعة على منحنى الناتج المتساوي  $TP_1$ ، أي:

$$S_{Pl} = \Delta L = L_2 - L_1$$

$$S_{Pk} = \Delta K = K_2 - K_1$$

## 6. تجانس دوال الإنتاج

يستخدم لفظ تجانس دوال الإنتاج عند البحث عن اثر التغيير في عناصر الإنتاج  $K, L$  على الناتج الكلي  $TP$ ، ومن أجل معرفة تجانس أي دالة  $TP = f(L, K)$  فإنه يجب مضاعفة عوامل الإنتاج بمتغير (عدد حقيقي) وليكن  $t$  ومن ثم نحدد دالة الإنتاج الجديدة  $TP^*$ ، فإذا كانت دالة الإنتاج الجديدة يمكن كتابتها على الشكل التالي:

$$TP^* = f(tL, tK) = t^\alpha * TP$$

حيث  $\alpha$  عدد ثابت، فإننا نقول على إن الدالة  $TP$  هي دالة متجانسة من الدرجة  $\alpha$ .

مثال:

لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية:

$$TP = -20L^3 * K + 20L^2 * K^2 + 20L * K^3$$

المطلوب:

بين أن الدالة  $TP$  متجانسة؟ وما هي درجة تجانسها؟

الحل:

- تبين تجانس الدالة  $TP$  مع تحديد درجة تجانسها

من أجل معرفة تجانس هذه دالة فإنه يستوجب علينا مضاعفة عناصر الإنتاج  $K, L$  بمتغير (عدد

حقيقي) وليكن  $t$  فنجد:

$$TP^*_{(tL, tK)} = -20(tL)^3 * (tK) + 20(tL)^2 * (tK)^2 + 20(tL) * (tK)^3$$

$$TP^*_{(tL, tK)} = -20t^3 L^3 * tK + 20t^2 L^2 * t^2 K^2 + 20tL * t^3 K^3$$

$$TP^*_{(tL, tK)} = -20t^4 L^3 * K + 20t^4 L^2 * K^2 + 20t^4 L * K^3$$

$$TP^*_{(tL, tK)} = t^4 (-20L^3 * K + 20L^2 * K^2 + 20L * K^3)$$

$$TP^*_{(tL, tK)} = t^4 * TP_{(L, K)}$$

ومن هنا يمكننا القول على أن الدالة  $TP$  دالة متجانسة من الدرجة الرابعة ( $\alpha = 4$ ).

## 7. طبيعة غلة الإنتاج (غلة الحجم)

إن زيادة استخدام عناصر الإنتاج بنسبة معينة قد يؤدي إلى زيادة الإنتاج بنفس النسبة، أي عند مضاعفة عناصر الإنتاج وليكن بالمتغير  $t$  مثلاً قد تؤدي إلى مضاعفة الإنتاج بنفس قيمة المتغير  $t$ ، ولكن ليس شرطاً أن يحدث هذا في كل الأحوال كقانون عام، وهذا السلوك يعرف باسم مبدأ غلة الحجم، فعندما تزيد المؤسسة من استخدام عناصر الإنتاج فإنه من المحتمل أن تزيد كمية الإنتاج أولاً بسرعة أكبر من معدل الزيادة في عناصر الإنتاج المستخدمة، ولكن هذه الزيادة لا يمكن أن تستمر إلى ما لا نهاية وإنما لا بد وان تتناقص في النهاية.

ولإعطاء تعريف رياضياً لغلة الحجم (طبيعة غلة الإنتاج) ننتقل من دالة الإنتاج التالية:

$$TP = f(L, K)$$

ومن أجل معرفة طبيعة غلة الحجم نضاعف عناصر الإنتاج المستخدمة بنفس النسبة ولتكن  $t$  فنحصل على حجم إنتاج جديد وأكبر من حجم الإنتاج المبدئي، وتعطى دالة الإنتاج الجديدة بالعلاقة التالية:

$$TP^* = f(tL, tK)$$

وبهذا نميز ثلاث حالات لطبيعة غلة الحجم وهي :

### أ- تزايد غلة الحجم

نقول على إن غلة الحجم متزايدة إذا كانت نسبة الزيادة في عناصر الإنتاج تؤدي إلى زيادة أكبر في نسبة حجم الإنتاج، ويمكن التعبير عنها رياضياً بالعلاقة التالية :

$$TP^* > tTP$$

أو

$$\frac{TP^*}{TP} > t$$

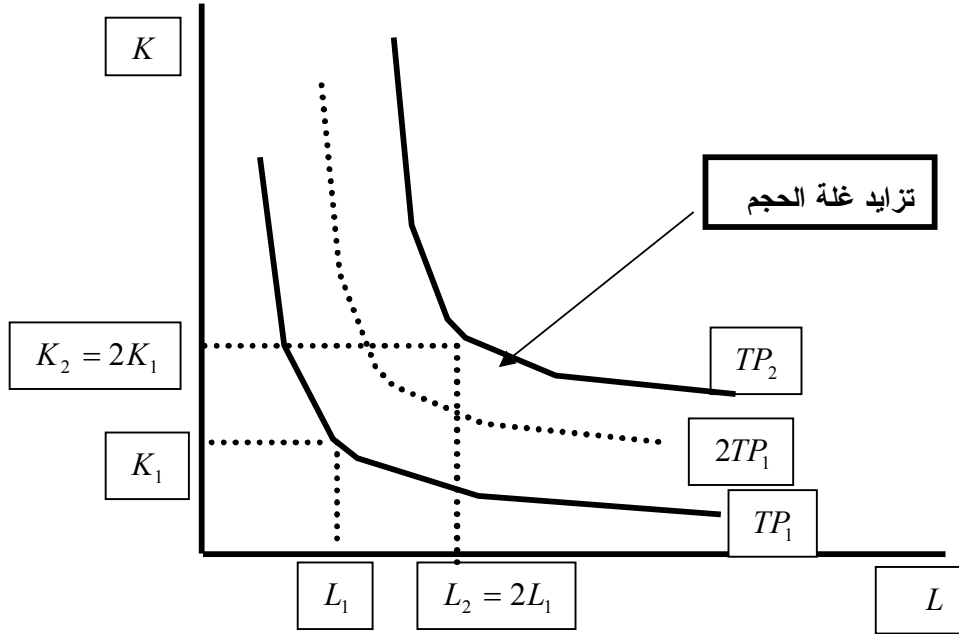
بمعنى أنه نسبة حجم الإنتاج الجديد  $TP^*$  إلى الحجم الإنتاج المبدئي  $TP$  أكبر من نسبة المتغير  $t$

الذي تضاعفت به عناصر الإنتاج  $K, L$ ، ويمكن رد أسباب تزايد غلة الحجم إلى عاملين هما :

✓ عدم قابلية بعض عناصر الإنتاج إلى التجزئة.

✓ المزايا التي يحصل عليها من التخصص وتقسيم العمل.

ويمكن توضيح تزايد غلة الحجم من خلال الشكل التالي :



ب- ثبات غلة الحجم

نقول على إن غلة الحجم ثابتة إذا كانت نسبة الزيادة في عناصر الإنتاج تؤدي إلى نفس الزيادة في نسبة حجم الإنتاج، ويمكن التعبير عنها رياضيا بالعلاقة التالية :

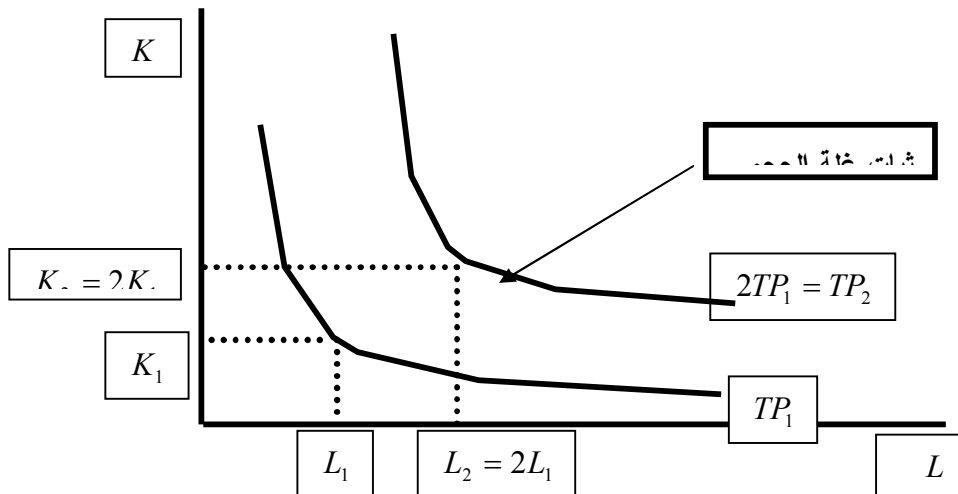
$$TP^* = tTP$$

أو

$$\frac{TP^*}{TP} = t$$

بمعنى أنه نسبة حجم الإنتاج الجديد  $TP^*$  إلى الحجم الإنتاجي المبدئي  $TP$  مساوية إلى نسبة المتغير  $t$  الذي تضاعفت به عناصر الإنتاج  $K, L$ .

ويمكن توضيح ثبات غلة الحجم من خلال الشكل التالي :



### ج- تناقص غلة الحجم

نقول على إن غلة الحجم متناقصة إذا كانت نسبة الزيادة في عناصر الإنتاج تؤدي إلى زيادة أقل في نسبة حجم الإنتاج، ويمكن التعبير عنها رياضيا بالعلاقة التالية :

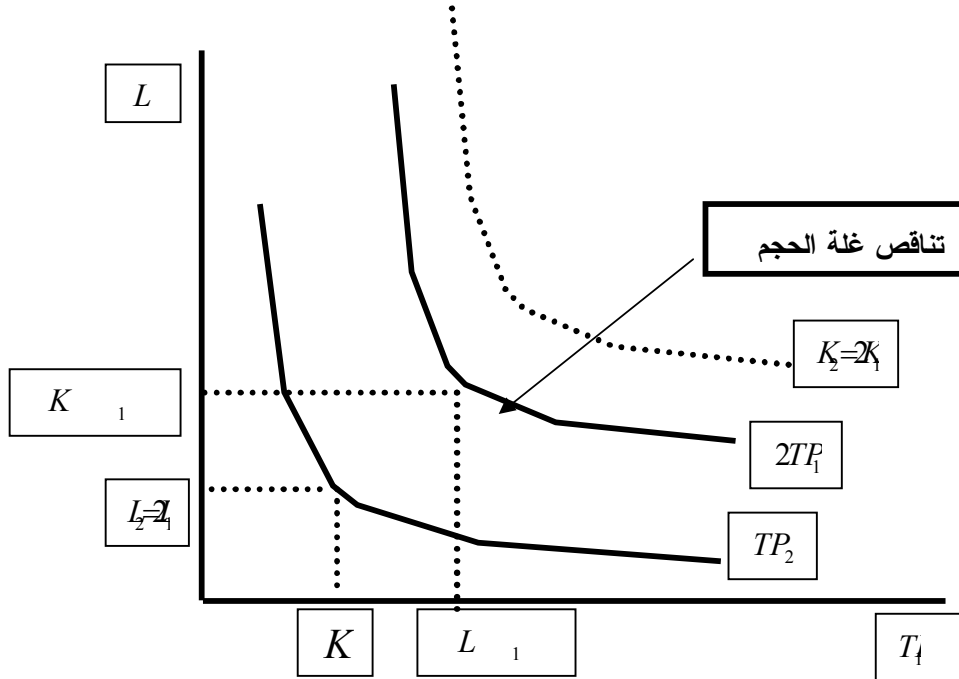
$$TP^* < tTP$$

أو

$$\frac{TP^*}{TP} < t$$

بمعنى أنه نسبة حجم الإنتاج الجديد  $TP^*$  إلى الحجم الإنتاجي المبدئي  $TP$  أقل من نسبة المتغير  $t$  الذي تضاعفت به عناصر الإنتاج  $K, L$ .

ويمكن توضيح تناقص غلة الحجم من خلال الشكل التالي :



### 8. مرونة الإنتاج

مرونة الإنتاج Elasticity of الإنتاج هي عبارة عن مدى استجابة أو حساسية الكمية المنتجة من السلعة أو الخدمة للتغيرات التي تحدث في عناصر الإنتاج المستخدمة  $K, L$ ، ويمكن التعبير عنها كما يلي :

$$\text{معامل مرونة الإنتاج} = \frac{\text{التغير النسبي في الكمية المنتجة من السلعة أو الخدمة}}{\text{التغير النسبي في عناصر الإنتاج المستخدمة } K_2=2K_1}$$

وهنا نميز حلتين لمرونة الإنتاج هما :

أ- مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل  $E_{TPL}$

هي عبارة عن مدى استجابة أو حساسية الكمية المنتجة من السلعة أو الخدمة للتغيرات التي

تحدث في عنصر العمل  $L$  المستخدم في العملية الإنتاجية ، ويمكن التعبير عنه رياضيا كما يلي :

$$\begin{aligned} E_{TPL} &= \frac{\Delta TP \%}{\Delta L \%} \\ &= \frac{\frac{\Delta TP}{TP}}{\frac{\Delta L}{L}} \\ &= \frac{\Delta TP}{\Delta L} * \frac{L}{TP} \\ &= MP_L * \frac{1}{AP_L} \\ &= \frac{MP_L}{AP_L} \end{aligned}$$

وبعبارة أخرى نجد أن مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل  $E_{TPL}$  هي عبارة عن حاصل قسمة الإنتاج

الحدي للعمالة  $MP_L$  على الإنتاج المتوسط للعمالة  $AP_L$  ، كما أن معامل مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل  $L$

يدل أيضا على نوع مرحلة الإنتاج الناتجة عن تغير عنصر العمل  $L$  عند مستوى ثابت من رأس المال  $K$ .

ب- مرونة الإنتاج بالنسبة لرأس المال  $E_{TPK}$

هي عبارة عن مدى استجابة أو حساسية الكمية المنتجة من السلعة أو الخدمة للتغيرات التي

تحدث في عنصر رأس المال  $K$  المستخدم في العملية الإنتاجية، ويمكن التعبير عنه رياضيا كما يلي:

$$\begin{aligned} E_{TPK} &= \frac{\Delta TP \%}{\Delta K \%} \\ &= \frac{\frac{\Delta TP}{TP}}{\frac{\Delta K}{K}} \\ &= \frac{\Delta TP}{\Delta K} * \frac{K}{TP} \\ &= MP_K * \frac{1}{AP_K} \\ &= \frac{MP_K}{AP_K} \end{aligned}$$



وبعبارة أخرى نجد أن مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل  $E_{TPK}$  هي عبارة عن حاصل قسمة الإنتاج الحدي لرأس المال  $MP_K$  على الإنتاج المتوسط لرأس المال  $AP_K$ ، كما أن معامل مرونة الإنتاج بالنسبة لرأس المال  $K$  يدل أيضا على نوع مرحلة الإنتاج الناتجة عن تغيير عنصر رأس المال  $K$  عند مستوى ثابت من العمل  $L$ .

كما أن مرونة الإنتاج الكلي  $E_{TP}$  هي عبارة عن إجمالي مرونة الإنتاج بالنسبة لعنصري الإنتاج العمل  $L$  ورأس المال  $K$ ، أي:

$$E_{TP} = E_{TPL} + E_{TPK}$$

ومعامل مرونة الإنتاج الكلي يدل على طبيعة غلة الحجم نتيجة تغير عناصر الإنتاج.

مثال:

لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية:

$$TP = -20L^3 * K + 20L^2 * K^2 + 20L * K^3$$

المطلوب:

- حدد مرونة الإنتاج بالنسبة لعناصر الإنتاج العمل ورأس المال عند النقطة  $A(1,2)$ ؟ وماذا تستنتج؟ -

حدد مرونة الإنتاج الكلي  $E_{TP}$ ؟ وماذا تستنتج؟

الحل:

- تحديد مرونة الإنتاج بالنسبة لعناصر الإنتاج العمل ورأس المال عند النقطة  $A(1,2)$

مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل  $E_{TPL}$

لتحديد مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل نطبق قانون المرونة التالي:

$$\begin{aligned}
 E_{TPL} &= \frac{\Delta TP \%}{\Delta L \%} \\
 &= \frac{\frac{\Delta TP}{TP}}{\frac{\Delta L}{L}} \\
 &= \frac{\Delta TP}{\Delta L} * \frac{L}{TP} \\
 &= MP_L * \frac{1}{AP_L} = \frac{MP_L}{AP_L} \\
 &= \frac{-60L^2K + 40LK^2 + 20K^3}{-20L^2K + 20LK^2 + 20K^3} \\
 \Leftrightarrow E_{TPL} &= \frac{(-60)(1)^2(2) + 40(1)(2)^2 + 20(2)^3}{(-20)(1)^2(2) + 40(1)(2)^2 + 20(2)^3} \\
 &= \frac{-120 + 160 + 160}{-40 + 160 + 160} = \frac{200}{280} \\
 &= \frac{10}{14} \\
 &= \frac{5}{7}
 \end{aligned}$$

نستطيع القول هنا بأنه عندما تتغير العمالة بنسبة 1% سوف تتغير الكمية المنتجة بنسبة

، كما يمكننا أن نستنتج من خلال معامل مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل على أن الإنتاج يمر بمرحلة

تناقص الغلة نتيجة تغير عنصر العمل عند مستوى ثابت من رأس المال لأن  $(E_{TPL} < 1)$ .

مرونة الإنتاج بالنسبة لرأس المال  $E_{TPK}$

لتحديد مرونة الإنتاج بالنسبة لرأس المال نطبق نفس الشيء قانون المرونة التالي :

$$\begin{aligned}
 E_{TPK} &= \frac{\Delta TP \%}{\Delta K \%} \\
 &= \frac{\frac{\Delta TP}{TP}}{\frac{\Delta K}{K}} \\
 &= \frac{\Delta TP}{\Delta K} * \frac{K}{TP} \\
 &= MP_K * \frac{1}{AP_K} \\
 &= \frac{MP_K}{AP_K} \\
 &= \frac{-20L^3 + 40L^2K + 60LK^2}{-20L^3 + 20L^2K + 20LK^2} \\
 \Leftrightarrow E_{TPL} &= \frac{(-20)(1)^3 + 40(1)^2(2) + 20(1)(2)^2}{(-20)(1)^3 + 40(1)^2(2) + 20(1)(2)^2} \\
 &= \frac{-20 + 80 + 80}{-20 + 80 + 80} \\
 &= \frac{140}{180} \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

نستطيع القول هنا بأنه عندما تتغير العمالة بنسبة 1% سوف تتغير الكمية المنتجة بنسبة 1% ، كما يمكننا أن نستنتج من خلال معامل مرونة الإنتاج بالنسبة لرأس المال على أن الإنتاج يمر بمرحلة ثبات الغلة نتيجة تغير عنصر رأس المال عند مستوى ثابت من العمل لأن  $(E_{TPK} = 1)$  .

تحديد مرونة الإنتاج الكلي  $E_{TP}$

لتحديد مرونة الإنتاج الكلي نطبق قانون المرونة التالي :

$$\begin{aligned}
 E_{TP} &= E_{TPL} + E_{TPK} \\
 &= \frac{5}{7} + 1 = \frac{12}{7}
 \end{aligned}$$

وبالتالي يمكننا أن نستنتج من خلال معامل مرونة الإنتاج الكلي أن الإنتاج يمر بمرحلة تزايد الغلة نتيجة تغير عنصري الإنتاج والعمل ورأس المال لأن  $(E_{TP} > 1)$  .

### 9. العلاقة بين المعدل الحدي للإحلال الفني والمرونات الجزئية لعناصر الإنتاج

من أجل معرفة العلاقة الموجودة بين المعدل الحدي للإحلال الفني  $MRST_{L/K}$  مثلا (عنصر العمل يحل محل عنصر رأس المال) والمرونات الجزئية لعناصر الإنتاج  $E_{TPL}$  و  $E_{TPK}$ ، ففي هذه الحالة ننطلق من العبارة الأخيرة للمعدل الحدي للإحلال الفني التالية:

$$MRST_{L/K} = \frac{MP_L}{MP_K}$$

ولدينا :

$$E_{TPL} = \frac{MP_L}{AP_L}$$

$$\Rightarrow MP_L = E_{TPL} * AP_L$$

و

$$E_{TPK} = \frac{MP_K}{AP_K}$$

$$\Rightarrow MP_K = E_{TPK} * AP_K$$

وبهذا نجد :

$$MRST_{L/K} = \frac{MP_L}{MP_K}$$

$$= \frac{E_{TPL} * AP_L}{E_{TPK} * AP_K}$$

$$= \frac{E_{TPL}}{E_{TPK}} * \frac{TP}{K}$$

$$MRST_{L/K} = \frac{E_{TPL}}{E_{TPK}} * \frac{K}{L}$$

## رابعا : دالة الإنتاج لكوب دوغلاس

تعتبر دالة الإنتاج كوب دوغلاس من الدوال الأكثر شيوعا والأكثر استعمالا في التحليل الاقتصادي الجزئي والكلبي، والشكل العام والمبسط لهذه الدالة هو:

$$TP = A * L^{\alpha} * K^{\beta}$$

حيث:

$A$ : هي العوامل التكنولوجية المؤثرة في العملية الإنتاجية.

$\alpha$  و  $\beta$ : هما عددا ثابتان موجبان.

### 1. خواص دوال الإنتاج من نوع كوب دوغلاس

هناك العديد من الخواص التي تتميز بها دالة الإنتاج من نوع كوب دوغلاس، والتي يمكن إن نلخصها في النقاط التالية :

#### أ- تجانس دوال الإنتاج من نوع كوب دوغلاس

لاحظنا سابقا بأنه من أجل معرفة تجانس دالة الإنتاج نضاعف عوامل الإنتاج بمتغير معين

وليكن  $t$  ومن ثم نبسط دالة الإنتاج الجديدة على الشكل :

$$TP^* = t^n * TP$$

وبافتراض لدينا دالة الإنتاج من النوع كوب دوغلاس التالية :

$$TP_{(L,K)} = A * L^{\alpha} * K^{\beta}$$

ومن أجل معرفة تجانس هذه الدالة نضاعف عوامل الإنتاج بمتغير  $t$  فنجد :

$$\begin{aligned} TP^*_{(tL,tK)} &= A * (tL)^{\alpha} * (tK)^{\beta} \\ &= A * (t^{\alpha} * L^{\alpha}) * (t^{\beta} * K^{\beta}) \\ &= t^{\alpha+\beta} * (A * L^{\alpha} * K^{\beta}) \\ &= t^{\alpha+\beta} * TP_{(L,K)} \end{aligned}$$

أي :

$$TP^*_{(tL,tK)} = t^{\alpha+\beta} * TP_{(L,K)}$$

وعليه نستطيع هنا القول على أن دوال الإنتاج من النوع كوب دوغلاس تكون دوما متجانسة

ودرجة تجانس هذه الدوال هي الدرجة  $(\alpha + \beta)$ .

مثال :

لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية :

$$TP = 2L^{\frac{1}{2}} \cdot K^{\frac{3}{2}}$$

المطلوب :

- ما نوع هذه الدالة ؟

- حدد درجة تجانس هذه الدالة  $TP$  ؟

الحل :

- نوع هذه الدالة

نلاحظ بأن هذه الدالة  $TP = 2L^{\frac{1}{2}} \cdot K^{\frac{3}{2}}$  تكتب من الشكل  $TP = A * L^{\alpha} * K^{\beta}$ ، ولذا نقول على أن هذه الدالة من نوع كوب دوغلاس.

- تحديد درجة تجانس هذه الدالة  $TP$

دالة الإنتاج  $TP$  هي دالة من النوع كوب دوغلاس لذا تكون متجانسة ودرجة تجانسها  $(\alpha + \beta)$ ، منته نجد أن

$$\left( \alpha + \beta = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{4}{2} = 2 \right)$$

وبهذا نقول على أن هذه الدالة متجانسة من الدرجة الثانية.

ب- طبيعة غلة الحجم لدوال الإنتاج من نوع كوب دوغلاس

لاحظنا سابقا أنه من أجل معرفة طبيعة غلة الحجم (الإنتاج) يجب مضاعفة عناصر الإنتاج وليكن بالمتغير  $t$  مثلاً قد تؤدي إلى مضاعفة الإنتاج بنسب متغيرة، وهذا السلوك يعرف باسم مبدأ غلة الحجم، ولإعطاء تعريف رياضياً لغلة الحجم (طبيعة غلة الإنتاج) ننطلق من دالة الإنتاج التالية:  $TP = A * L^{\alpha} * K^{\beta}$ ، وبعد مضاعفة عناصر الإنتاج المستخدمة بنفس النسبة ولتكن  $t$  فنحصل على حجم إنتاج جديد وأكبر من حجم الإنتاج المبدئي، وتعطى دالة الإنتاج الجديدة بالعلاقة التالية :

$$TP^*_{(tL,tK)} = t^{\alpha+\beta} * TP_{(L,K)}$$

وبهذا نميز ثلاث حالات لطبيعة غلة الحجم وهي :

إذا كانت  $(\alpha + \beta = 1)$  نقول على أن غلة الحجم ثابتة.

إذا كانت  $(\alpha + \beta < 1)$  نقول على أن غلة الحجم متناقصة.

إذا كانت  $(\alpha + \beta > 1)$  نقول على أن غلة الحجم متزايدة.

مثال :

لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية :

$$TP = 2L^{\frac{1}{2}} \cdot K^{\frac{3}{2}}$$

المطلوب :

حدد طبيعة غلة الحجم لهذه الدالة  $TP$  ؟

الحل :

- تحديد طبيعة غلة الحجم

نلاحظ بأن هذه دالة الإنتاج  $TP$  هي دالة من النوع كوب دوغلاس متجانسة من الدرجة الثانية

$$\left( \alpha + \beta = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{4}{2} = 2 \right)$$

وبهذا نجد أن  $(\alpha + \beta = 2 > 1)$ ، إذا نقول على أن غلة الحجم لهذه الدالة متزايدة.

2. الإنتاج الحدي والمتوسط لعناصر الإنتاج لدوال من نوع كوب دوغلاس

يمكننا حساب كل من الإنتاج الحدي والمتوسط لعناصر الإنتاج لدوال من نوع كوب دوغلاس من

خلال تطبيق القوانين الخاصة بها كما يلي :

- الإنتاج الحدي بالنسبة للعمل

$$\begin{aligned} MP_L &= \frac{\Delta TP}{\Delta L} \\ &= \frac{\Delta(AL^\alpha K^\beta)}{\Delta L} \\ &= \alpha \cdot AL^{\alpha-1} K^\beta \end{aligned}$$

- الإنتاج الحدي بالنسبة لرأس المال

$$\begin{aligned} MP_K &= \frac{\Delta TP}{\Delta K} \\ &= \frac{\Delta(AL^\alpha K^\beta)}{\Delta K} \\ &= \beta \cdot AL^\alpha K^{\beta-1} \end{aligned}$$

- الإنتاج المتوسط بالنسبة للعمل

$$\begin{aligned} AP_L &= \frac{TP}{L} \\ &= \frac{(AL^\alpha K^\beta)}{L} \\ &= AL^{\alpha-1} K^\beta \end{aligned}$$

- الإنتاج المتوسط بالنسبة لرأس المال

$$\begin{aligned} AP_K &= \frac{TP}{K} \\ &= \frac{(AL^\alpha K^\beta)}{K} \\ &= AL^\alpha K^{\beta-1} \end{aligned}$$

مثال :

لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية :

$$TP = 2L^{\frac{1}{2}} \cdot K^{\frac{3}{2}}$$

المطلوب :

- حدد كل من دالة الإنتاج المتوسط والحدوي لعناصر الإنتاج ؟

الحل :

- تحديد كل من دالة الإنتاج المتوسط والحدوي لعناصر الإنتاج

- الإنتاج الحدي بالنسبة للعمل

$$\begin{aligned} MP_L &= \frac{\Delta TP}{\Delta L} \\ &= \frac{\Delta \left( 2L^{\frac{1}{2}} K^{\frac{3}{2}} \right)}{\Delta L} \\ &= L^{-\frac{1}{2}} K^{\frac{3}{2}} \end{aligned}$$

- الإنتاج الحدي بالنسبة لرأس المال

$$\begin{aligned} MP_K &= \frac{\Delta TP}{\Delta K} \\ &= \frac{\Delta \left( 2L^{\frac{1}{2}} K^{\frac{3}{2}} \right)}{\Delta K} \\ &= 3L^{\frac{1}{2}} K^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$



- الإنتاج المتوسط بالنسبة للعمل

$$\begin{aligned} AP_L &= \frac{TP}{L} \\ &= \frac{\left(2L^{\frac{1}{2}}K^{\frac{3}{2}}\right)}{L} \\ &= 2L^{-\frac{1}{2}}K^{\frac{3}{2}} \end{aligned}$$

- الإنتاج المتوسط بالنسبة لرأس المال

$$\begin{aligned} AP_K &= \frac{TP}{K} \\ &= \frac{\left(2L^{\frac{1}{2}}K^{\frac{3}{2}}\right)}{K} \\ &= 2L^{\frac{1}{2}}K^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

3. المرونات الجزئية لعناصر الإنتاج لدوال من نوع كوب دوغلاس

أ- مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل  $E_{TPL}$

لاحظنا سابقا بأن مرونة الإنتاج بالنسبة للعمالة هي عبارة عن حاصل قسمة الإنتاج الحدي

للعلمة  $MP_L$  على الإنتاج المتوسط للعمالة  $AP_L$  ، ويمكن التعبير عنه رياضيا كما يلي :

$$\begin{aligned} E_{TPL} &= \frac{MP_L}{AP_L} \\ &= \frac{\alpha \cdot AL^{\alpha-1} K^{\beta}}{AL^{\alpha-1} K^{\beta}} \\ &= \alpha \end{aligned}$$

ب- مرونة الإنتاج بالنسبة لرأس المال  $E_{TPK}$

لاحظنا سابقا بأن مرونة الإنتاج بالنسبة لرأس المال هي عبارة عن حاصل قسمة الإنتاج الحدي

لرأس المال  $MP_K$  على الإنتاج المتوسط لرأس المال  $AP_K$  ، ويمكن التعبير عنه رياضيا كما يلي :

$$\begin{aligned} E_{TPK} &= \frac{MP_K}{AP_K} \\ &= \frac{\beta \cdot AL^{\alpha} K^{\beta-1}}{AL^{\alpha} K^{\beta-1}} \\ &= \beta \end{aligned}$$

وعليه نستطيع هنا القول بأن هذه الخاصية تدل على أن  $(\alpha)$  و  $(\beta)$  عبارة عن المرونات الجزئية بالنسبة لعناصر الإنتاج  $K, L$ .

مثال :

لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية :

$$TP = 2L^{\frac{1}{2}} \cdot K^{\frac{3}{2}}$$

المطلوب :

حدد المرونات الجزئية لعناصر الإنتاج ؟

الحل :

- تحديد المرونات الجزئية لعناصر الإنتاج

- مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل  $E_{TPL}$  :

$$\begin{aligned} MP_L \\ E_{TPL} &= \frac{MP_L}{AP_L} \\ &= \frac{L^{-\frac{1}{2}} K^{\frac{3}{2}}}{2L^{-\frac{1}{2}} K^{\frac{3}{2}}} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

- مرونة الإنتاج بالنسبة لرأس المال  $E_{TPK}$  :

$$\begin{aligned} MP_K \\ E_{TPK} &= \frac{MP_K}{AP_K} \\ &= \frac{3L^{\frac{1}{2}} K^{\frac{1}{2}}}{2L^{\frac{1}{2}} K^{\frac{1}{2}}} \\ &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

أو مباشرة بما أن الدالة من نوع كوب دوغلاس، فحسب خواص هذه الدالة نجد أن  $\left(\alpha = \frac{1}{2}\right)$

فهي عبارة عن مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل و  $\left(\beta = \frac{3}{2}\right)$  فهي عبارة عن مرونة الإنتاج بالنسبة لرأس المال.

#### 4. المعدل الحدي للإحلال الفني لدوال الإنتاج من نوع كوب دوغلاس

لاحظنا سابقا بأن المعدل الحدي للإحلال الفني  $MRST_{L/K}$  هو عبارة عن حاصل قسمة الإنتاج

الحدي للعمالة  $MP_L$  على الإنتاج الحدي لرأس المال  $MP_K$  ، ويمكن التعبير عنه رياضيا كما يلي :

$$\begin{aligned} MRST_{L/K} &= \frac{MP_L}{MP_K} \\ &= \frac{\alpha \cdot AL^{\alpha-1} K^{\beta}}{\beta \cdot AL^{\alpha} K^{\beta-1}} = \\ &= \frac{\alpha}{\beta} * \frac{AL^{\alpha-1} K^{\beta}}{AL^{\alpha} K^{\beta-1}} \\ &= \frac{\alpha}{\beta} * \frac{K}{L} \end{aligned}$$

$$MRST_{L/K} = \frac{E_{TPL}}{E_{TPK}} * \frac{K}{L}$$

وعليه نستطيع هنا القول بأن هذه الخاصية تدل على أن المعدل الحدي للإحلال الفني  $MRST_{L/K}$  (العمل  $L$  يحل محل رأس المال  $K$ ) فهي عبارة عن حاصل قسمة المرونات الجزئية بالنسبة لعناصر الإنتاج  $K, L$  (مرونة العمل على مرونة رأس المال) مضروبة في عدد وحدات عنصر المتنازل عليه مقسومة على وحدات عنصر الإضافي ، ولو أن رأس المال  $K$  يحل محل العمل  $L$  لوجدنا:

$$MRST_{K/L} = \frac{E_{TPK}}{E_{TPL}} * \frac{L}{K}$$

مثال :

لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية :

$$TP = 2L^{\frac{1}{2}} \cdot K^{\frac{3}{2}}$$

المطلوب :

- حدد قيمة المعدل الحدي للإحلال الفني  $MRST_{L/K}$  علما بأن عناصر الإنتاج  $(K = 3, L = 2)$  ؟

الحل :

- تحديد قيمة المعدل الحدي للإحلال الفني  $MRST_{L/K}$  عند  $(K = 2, L = 3)$

لتحديد قيمة المعدل الحدي للإحلال الفني  $MRST_{L/K}$  علما بأن عناصر الإنتاج  $(K = 2, L = 3)$  ،

نتطرق إلى تطبيق القاعدة العامة لحساب المعدل الحدي للإحلال الفني لدوال من نوع كوب دوغلاس

فنجد:

$$MRST_{L/K} = \frac{E_{TPL}}{E_{TPK}} * \frac{K}{L}$$

$$= \frac{1}{\frac{2}{3}} * \frac{3}{2}$$

$$= \frac{2}{6} * \frac{3}{2}$$

$$= \frac{1}{2}$$

وعليه نقول يجب على هذا المنتج التخلي أو التنازل على  $\frac{1}{2}$  وحدة من رأس المال  $K$  من أجل

الحصول على وحدة إضافية من العمل  $L$ .

## الفصل الثاني:

### نظرية العرض ومرونة العرض

## الفصل الثاني : نظرية العرض ومرونة العرض

### أولاً : نظرية العرض

#### 1. مفهوم العرض

هو عبارة عن الكميات المختلفة من السلعة التي يرغب ويستطيع المنتجون عرضها في السوق عند الأسعار المختلفة خلال فترة زمنية معينة، مع افتراض بقاء العوامل الأخرى ثابتة، ويلاحظ على التعريف السابق ما يلي:

- العرض يتمثل في الرغبة المقترنة بالقدرة على إنتاج السلعة.
- يجب أن يحدد العرض بفترة زمنية معينة (شهر، سنة، يوم)
- الخاصية الرئيسية للعرض هي وجود علاقة موجبة بين السعر والكمية المعروضة.

#### 2. محددات العرض

- هناك العديد من المحددات والعوامل التي تؤثر في الكمية التي يرغب المنتج في عرضها من السلعة أو الخدمة ، ومن أهمها ما يلي :
- **سعر السلعة** : ترتبط الكمية المعروضة بعلاقة طردية مع سعرها، فكلما ارتفع سعر السلعة أو الخدمة كلما زادت الكمية التي يرغب المنتج في عرضها منها والعكس بالعكس.
  - **عدد البائعين والمنتجين**: يترتب على زيادة عدد البائعين أو زيادة عرض أحدهم زيادة العرض الكلي من تلك السلعة، كما أن انخفاض عدد البائعين يؤدي إلى انخفاض العرض من السلعة.
  - **أسعار عناصر الإنتاج**: يؤدي التغير في أسعار عناصر الإنتاج المستخدمة في إنتاج سلعة ما إلى زيادة أو نقص تكلفة إنتاج تلك السلعة، وبالتالي يؤثر على الربح وعلى العرض منها، فكلما زادت أسعار عناصر الإنتاج ( العمل ، الأرض ، رأس المال ، التنظيم ) التي تستخدم في إنتاج السلعة كلما أدى ذلك إلى زيادة تكاليف إنتاج السلعة أو الخدمة وبالتالي انخفضت الكمية المعروضة منها، وعلى ذلك تكون العلاقة بين أسعار عناصر الإنتاج المستخدمة في إنتاج والكمية المعروضة منها علاقة عكسية.
  - **إعانات الدولة** : تهدف الدول أحياناً وخاصة في ظل الاقتصاد المختلط إلى تشجيع المنتجين على زيادة الإنتاج من خلال تقديم مساعدات لهم، وبالتالي فإن زيادتها يؤدي إلى تخفيض تكاليف الإنتاج ومن ثم

زيادة الأرباح وزيادة كمية الإنتاج، لأن المنتج من مصلحته زيادة الكمية التي يعرضها عند الأسعار السائدة.

- **مستوى الضرائب:** كما يؤدي فرض الضرائب على إنتاج السلع إلى زيادة تكاليف الإنتاج وهذا بدوره يؤثر على الأرباح كما يؤثر على الكمية المعروضة مما يؤدي إلى نقص الكمية المعروضة في ظل افتراض ثبات العوامل الأخرى.

- **المستوى التكنولوجي للإنتاج:** أن تطوير ورفع كفاءة الآلات والتقنية المستخدمة يؤدي إلى انخفاض التكلفة المتوسطة لإنتاج الوحدة، مما يجعل زيادة الإنتاج أكثر ربحية، وبالتالي يصبح من مصلحة المنتجين زيادة الكمية التي يعرضونها عند كل ثمن، والعكس: فإن استخدام آلات جديدة أو خطوط تجميع آلية يترتب عليه إنتاج وحدات أكثر بتكلفة أقل في نفس الفترة الزمنية.

وخلاصة الأمر أن العوامل التي تؤثر في العرض من سلعة معينة تتمثل في: عدد المنتجين والبائعين، أسعار عناصر الإنتاج، مستوى الإعانات، ومستوى الضرائب، والمستوى الفني (التكنولوجي) للإنتاج.

### 3. دالة العرض

هناك العديد من العوامل التي تؤثر على عرض المنتج مثل سعر السلعة وأسعار عناصر الإنتاج ومستوى الضرائب ومقدار الإعانات التي تمنحها الدولة والمستوى التكنولوجي ..... وغيرها، وبهذا نقول على أن العرض هو دالة تابعة للعديد من المتغيرات، ولذا نعرف دالة العرض بأنها العلاقة الرياضية التي تجمع بين الكمية المعروضة من السلعة أو الخدمة والمتغيرات الأخرى المتعددة والمتشابكة والمحددة لهذه السلعة أو الخدمة، حيث نسمي الكمية المعروضة بالمتغير التابع ونسمي المتغيرات الأخرى بالمتغيرات المستقلة، ويعبر عن دالة العرض رياضياً بالصيغة التالية :

$$Q_{SX} = f(P_X, P_L, P_K, T, S, \dots)$$

حيث :

$Q_{SX}$  : الكمية المعروضة من السلعة  $X$ .

$P_X$  : سعر السلعة  $X$ .

$P_L$  و  $P_K$  : أسعار عناصر الإنتاج،

$T$  : مستوى الضرائب،

$S$  : مستوى الإعانات، .....

ونظر لتعقد العلاقة بين الكمية المعروضة من السلعة أو الخدمة والمتغيرات الأخرى في نفس الوقت وتفاديا لهذه المشكلة، لذا يفترض أصحاب النظرية الاقتصادية عند دراسة دالة العرض نقوم بتثبيت كل العوامل المؤثرة في العرض ما عدا متغير واحد منها والمراد دراسته.

#### 4. دالة العرض السعرية

هي عبارة عن العلاقة الرياضية التي تربط الكمية المعروضة من السلعة أو الخدمة بسعرها، ويمكن التعبير عن دالة العرض في أبسط صورها (الصورة الخطية) على النحو التالي :

$$Q_{SX} = f(x)$$

$$Q_{SX} = a + bP_X$$

حيث أن :

$Q_{SX}$  : الكمية المعروضة من السلعة .

$P_X$  : سعر السلعة .

$a$  : مقدار ثابت ويعبر عن الكمية المعروضة من السلعة عندما يكون سعرها مساويا لصفر، وبعبارة أخرى هي الكمية المعروضة التي لا تتأثر بالسعر.

$b$  : مقدار التغير في الكمية المعروضة من السلعة والناتج عن تغير في السعر بوحدة واحدة.

أي أن :

$$b = \frac{\Delta Q_{SX}}{\Delta P_X}$$

#### 5. قانون العرض

ينص قانون العرض على أن هناك علاقة طردية بين سعر السلعة كمتغير مستقل والكمية المعروضة منها كمتغير تابع مع افتراض بقاء العوامل الأخرى ثابتة، وهذه العلاقة تبين أن سعر السلعة يؤثر في الكمية المعروضة، أي إذا ارتفعت الأسعار زادت الكمية المعروضة منها والعكس صحيح ، ويمكن تفسير العلاقة الطردية بين السعر والكمية المعروضة بأن العلاقة الموجبة بين السعر والكمية المعروضة ترجع إلى أن ارتفاع الأسعار يعني زيادة الأرباح للبائع مما يدفعه إلى إنتاج المزيد من السلعة وعرضها للبيع في السوق، وحتى إذا كانت التكاليف متزايدة فإن ارتفاع الأسعار سوف يغطي التكاليف ويزيد عنها مما يولد حافزا للمنتج لزيادة إنتاجه وعرضه من السلعة.



## 6. جدول العرض

هو عبارة عن قائمة (جدول) توضح فيه الكميات التي يطلبها المستهلك من السلعة أو الخدمة ما عند الأسعار المختلفة.

مثال :

لتكن لدينا دالة العرض السعرية التالية :

$$Q_{SX} = 2 + 2P_X$$

المطلوب :

- حدد جدول العرض لما السعر يأخذ القيم من 0 إلى غاية 8 ؟

الحل :

- تحديد جدول العرض لما السعر يأخذ القيم من 0 إلى غاية 8

من أجل تحديد جدول العرض نقوم بالتعويض عن  $P_X$  بكل قيمة في دالة العرض المعطاة

ف نجد :

$$Q_{SX0} = 2 + 2P_X = 2 + 2(0) = 2$$

$$Q_{SX1} = 2 + 2P_X = 2 + 2(1) = 4$$

$P_X$	$Q_{SX}$
0	2
1	4
2	6
3	8
4	10
5	12
6	14
7	16
8	18

## 7. منحنى العرض

هو عبارة عن التمثيل البياني الذي يصل بين النقاط المختلفة للأسعار المحتملة للسلعة أو

الخدمة والكميات المعروضة عند كل سعر.

مثال :

لتكن لدينا جدول العرض التالي :

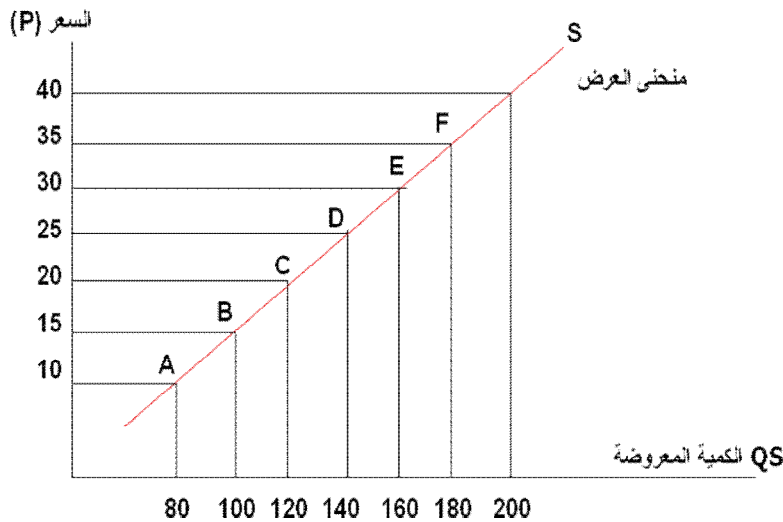
$P_X$	$Q_{SX}$
10	80
15	100
20	120
25	140
30	160
35	180
40	200

المطلوب :

- حدد منحنى العرض؟

الحل :

وبالرجوع إلى جدول أعلاه يمكن رسم منحنى العرض كما يتضح من الشكل البياني.



يلاحظ من الشكل البياني أن منحنى العرض موجب الميل أي ينحدر من أسفل إلى أعلى ومن اليسار إلى اليمين، ويوضح ميل المنحنى الموجب قانون العرض، أي العلاقة الطردية بين سعر السلعة والكمية المعروضة منها مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة.

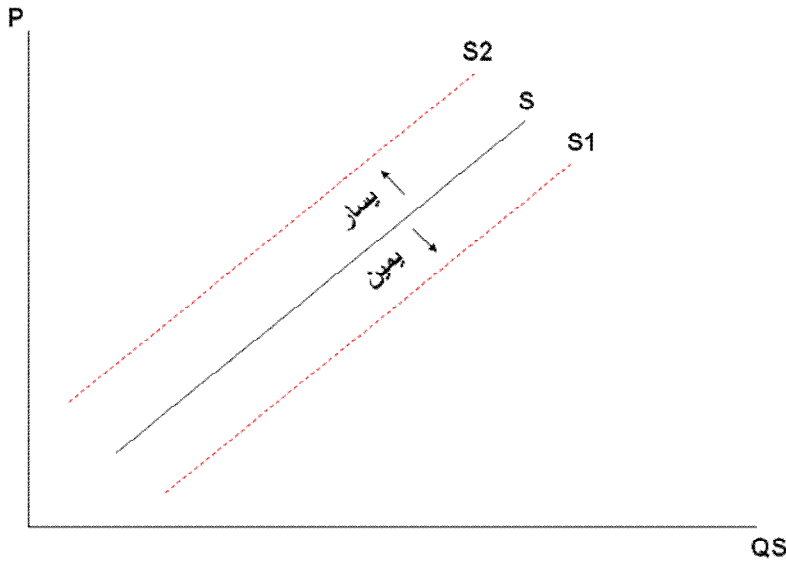
## 8. تغير منحنى العرض

أولاً: حالات زيادة عرض والتي تؤدي إلى انتقال منحنى عرض السلعة إلى اليمين وإلى أسفل :

- زيادة عدد البائعين أو المنتجين للسلعة .
- انخفاض أسعار عناصر الإنتاج .
- تطبيق التكنولوجيا الحديثة في عمليات الإنتاج .
- انخفاض نسبة الضرائب أو تقديم زيادة الإعانات الحكومية .

ثانياً: حالات نقصان عرض والتي تؤدي إلى انتقال منحنى العرض إلى اليسار:

- نقصان عدد البائعين أو المنتجين للسلعة .
- ارتفاع أسعار عناصر الإنتاج .
- استخدام تكنولوجيا أقل تطوراً وأكثر تكلفة في العملية الإنتاجية.
- زيادة نسبة الضرائب أو تخفيض الإعانات الحكومية .



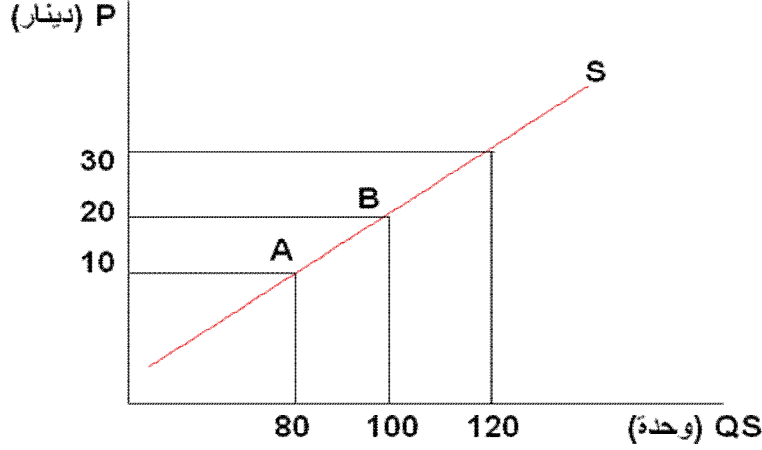
ملاحظات هامة للشكل :

- 1- انتقال منحنى العرض (S) على اليمين وإلى أسفل أي على (S<sub>1</sub>) يدل على زيادة عرض السلعة .
- 2- انتقال منحنى العرض (S) إلى أعلى وإلى اليسار أي إلى (S<sub>2</sub>) يدل على نقصان عرض السلعة.

## 9. الفرق بين التغير في العرض والتغير في الكمية المعروضة

### - التغير في الكمية المعروضة

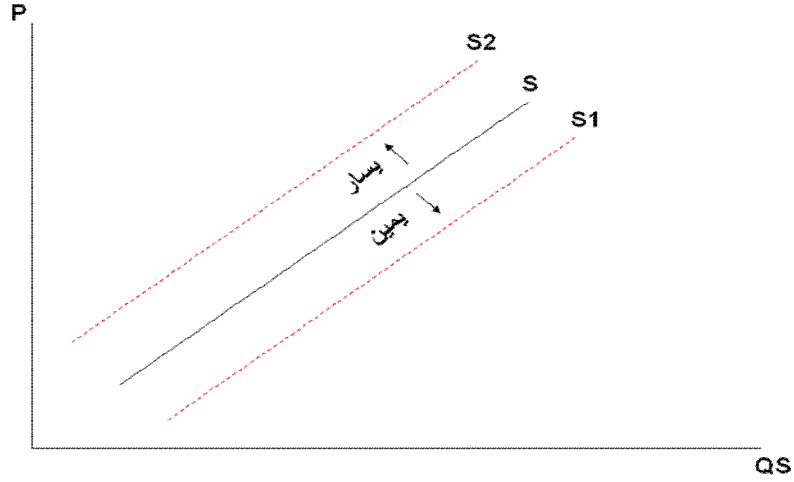
التغير في الكمية المعروضة إنما يعني الانتقال من نقطة إلى أخرى على نفس منحنى العرض نتيجة لتغير سعر السلعة فقط، وهذا مع افتراض ثبات كل العوامل الأخرى على حالها.



نلاحظ من خلال الشكل البياني أن الانتقال من النقطة A إلى النقطة B على نفس منحنى العرض يعني أن زيادة سعر السلعة من 10 إلى 20 دينار أدى إلى زيادة الكمية المعروضة من 80 إلى 100 وحدة، بينما نلاحظ أن ارتفاع سعر السلعة من 20 إلى 30 دينار أدى إلى زيادة الكمية المعروضة من 100 إلى 120 وحدة حيث تم الانتقال من النقطة B إلى النقطة C على نفس منحنى الطلب.

### - التغير في العرض

أما التغير في العرض فيعني انتقال منحنى العرض بأكمله من مكانه جهة اليمين عندما يزيد العرض أو جهة اليسار عندما ينخفض العرض، وهذا ناتج عن تغير جميع أو أحد العوامل الغير سعريه والتي نسميها بمحددات العرض الغير السعريه، أي ما عدا سعر السلعة نفسها يبقى ثابت، ويتمثل بيانيا في انتقال منحنى العرض بأكمله إلى اليمين (أسفل) من S إلى S1 في حالة زيادة العرض، وإلى اليسار (أعلى) من S إلى S2 في حالة نقص العرض، كما يتضح من الشكل البياني.



### 10. العرض الكلي (عرض السوق)

هو مجموع الكميات المعروضة من السلعة لإجمالي المستهلكين عند الأسعار المختلفة .

$$Q_{SX} = \sum_{i=1}^n Q_{Si} = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n$$

مثال :

في سوق سلعة ما يتكون من ثلاث عارضين وكانت دوال العرض على هذه السلعة كما يلي:

$$Q_{S1} = 2 + 2P_X$$

$$Q_{S2} = 1 + 2P_X$$

$$Q_{S3} = 2 + 3P_X$$

المطلوب :

- حدد دالة العرض الكلي (السوقي) ؟

- حدد دالة العرض الكلي باستخدام جدول العرض ؟

الحل :

- تحديد دالة العرض الكلي (السوقي)

نعلم بأن دالة العرض الكلي هي عبارة عن إجمالي العروض الفردية للمنتجين عند أسعار مختلفة.

$$\begin{aligned} Q_S &= \sum_{i=1}^3 Q_{Si} = Q_{S1} + Q_{S2} + Q_{S3} \\ &= (2 + 2P_X) + (1 + 2P_X) + (2 + 3P_X) \\ &= 5 + 7P_X \end{aligned}$$

تحديد دالة العرض الكلي (السوقي) باستخدام جدول العرض

نشكل جدول العرض عارضين (منتجين) الثلاث فنجد :

$P_X$	0	1	2	3	4	5
$Q_{SX1}$	2	4	6	8	10	12
$Q_{SX2}$	1	3	5	7	9	11
$Q_{SX3}$	2	5	8	11	14	17
$Q_{SX}$	$2+2+1=5$	$4+3+5=12$	19	26	33	40
$\frac{\Delta Q_{SX}}{\Delta P_X}$	/	7	7	7	7	7

نلاحظ بأن :

$$\frac{\Delta Q_{SX}}{\Delta P_X}$$

ثابت عند جميع المستويات، ولذا نستنتج بأن العلاقة بين  $Q_S$  و  $P_X$  هي علاقة خطية يمكن كتابتها بالشكل :

$$Q_{SX} = a + bP_X$$

وهذا نجد:

$$Q_{SX} = 5 + 7P_X$$

ثانيا : مرونة العرض

إن العلاقة الدالية بين العرض كمتغير تابع والعوامل المؤثرة فيه كمتغيرات مستقلة، تعني أن الكمية المعروضة من السلعة ستتغير عند تغير أي عامل من العوامل أو المتغيرات السابقة، ولكن ما مدى وأثر هذا التغير على الكمية المعروضة؟

1. مفهوم المرونة

يقصد بمرونة مدى درجة استجابة أو حساسية شيء معين للتغيرات التي تحدث في شيء آخر.

2. مفهوم مرونة العرض السعرية

يقصد بمرونة العرض السعرية مدى درجة استجابة أو حساسية الكمية المعروضة من السلعة أو الخدمة للتغيرات التي تحدث في سعرها، ويمكن التعبير عنها كما يلي :

$\text{معامل مرونة العرض السعرية} = \frac{\text{التغير النسبي في الكمية المعروضة من السلعة أو الخدمة}}{\text{التغير النسبي في سعرها}}$
--

أي :

$$E_{sp} = \frac{\Delta Q_X \%}{\Delta P_X \%}$$

$$= \frac{\frac{\Delta Q_X}{Q_{X1}}}{\frac{\Delta P_X}{P_{X1}}}$$

$$= \frac{\Delta Q_X}{\Delta P_X} * \frac{P_{X1}}{Q_{X1}}$$

ولحساب معامل مرونة العرض السعرية نميز حالتين هما :

حالة قيم متقطعة : يمكننا حساب معامل مرونة العرض السعرية في حالة وجود قيم متقطعة من خلال تطبيق قانون المرونة المبسط كما يلي :

$$E_{sp} = \frac{\Delta Q_X \%}{\Delta P_X \%}$$

$$= \frac{\Delta Q_X}{\Delta P_X} * \frac{P_{X1}}{Q_{X1}}$$

$$= \frac{Q_{X2} - Q_{X1}}{P_{X2} - P_{X1}} * \frac{P_{X1}}{Q_{X1}}$$

حالة دالة مستمرة : يمكننا حساب معامل مرونة العرض السعرية في حالة وجود دالة العرض مستمرة من خلال تطبيق القاعدة التالية :

$$E_{sp} = \frac{\Delta Q_X \%}{\Delta P_X \%}$$

$$= \frac{\Delta Q_X}{\Delta P_X} * \frac{P_{X1}}{Q_{X1}}$$

$$= \alpha * \frac{P_{X1}}{Q_{X1}}$$

حيث :

$$\alpha = \frac{\Delta Q_X}{\Delta P_X}$$

وهي عبارة عن مشتق دالة العرض بالنسبة للسعر.

مثال 01 :

لتكن لدينا جدول العرض التالي :

$P_X$	$Q_X$
2	10
4	16

المطلوب :

حدد قيمة معامل مرونة العرض السعرية ؟

الحل :

- حساب قيمة معامل مرونة العرض السعرية :

لحساب معامل مرونة العرض السعرية نقوم بتطبيق القانون التالي :

$$\begin{aligned}
 E_{sp} &= \frac{\Delta Q_X \%}{\Delta P_X \%} \\
 &= \frac{\Delta Q_X}{\Delta P_X} * \frac{P_{X1}}{Q_{X1}} \\
 &= \frac{Q_{X2} - Q_{X1}}{P_{X2} - P_{X1}} * \frac{P_{X1}}{Q_{X1}} \\
 &= \frac{16 - 10}{4 - 2} * \frac{2}{10} \\
 &= (3) * \frac{2}{10} \\
 &= \frac{6}{10}
 \end{aligned}$$

مثال 02 :

لتكن لدينا دالة العرض السعرية التالية :

$$Q_s = 20 + 2P_X$$

المطلوب :

- حدد قيمة معامل مرونة العرض السعرية لما السعر  $P_X = 2$  ؟

الحل :

حساب قيمة معامل مرونة العرض السعرية لما السعر  $P_X = 2$  :

لحساب معامل مرونة العرض السعرية نقوم بإيجاد الكمية المعروضة عند السعر المحدد، ثم

نطبق قانون المرونة في حالة وجود دالة مستمرة فنجد :

$$\begin{aligned}
 Q_{X1} &= 20 + 2P_X \\
 &= 20 + 2(2) \\
 &= 24
 \end{aligned}$$



$$\alpha = \frac{\Delta Q_X}{\Delta P_X} = 2$$

$$E_{sp} = \frac{\Delta Q_X \%}{\Delta P_X \%}$$

$$= \frac{\Delta Q_X}{\Delta P_X} * \frac{P_{X1}}{Q_{X1}}$$

$$= \alpha * \frac{P_{X1}}{Q_{X1}}$$

$$= (2) * \frac{2}{24}$$

$$= \frac{4}{24}$$

$$= \frac{1}{6}$$

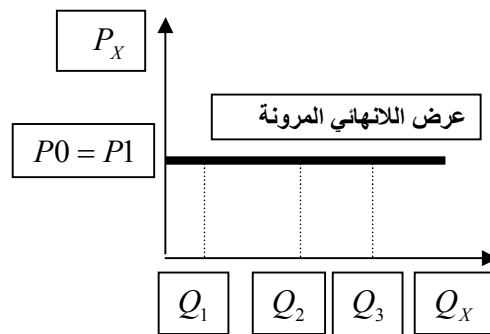
### 3. أنواع مرونة العرض السعرية

ومن خلال معامل المرونة العرض السعرية يمكننا معرفة نوع عرض المنتج بالنسبة للسلعة أو الخدمة، والتي نميزها بخمس درجات أو حالات لمرونة العرض وهي كالتالي :

- عرض لا نهائي المرونة :

وهي الحالة التي يؤدي فيها تغير طفيف في سعر السلعة إلى تغير لا نهائي في الكمية المعروضة منها، أي أن المنتجين يقومون ببيع كل الكمية التي يمكنهم بيعها من السلعة عند سعر معين، ولكنهم غير قادرين على بيع أو عرض أي كمية منها إذا ارتفع سعرها ولو بنسبة ضئيلة جدا، بمعنى ومن أهم مميزات ما يلي :

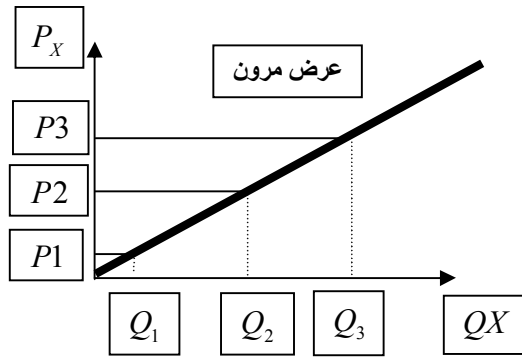
- معامل المرونة الرقعي يساوي لا نهائي ( $E_{SX} = \infty$ ).
- التغير في الكمية المعروضة شديد الحساسية للسعر السائد الذي لا يتغير ( $\Delta P_X = 0$ ).
- منحنى العرض يأخذ شكل خط مستقيم موازي المحور الأفقي أي محور الكميات، كما هو موضح في الشكل أدناه.



- عرض مرن :

أي الحالة التي تتغير فيها الكمية التي يعرضها المنتجون من السلعة بنسبة أكبر من التغير الذي يحدث في سعرها، ومن أهم مميزات ما يلي :

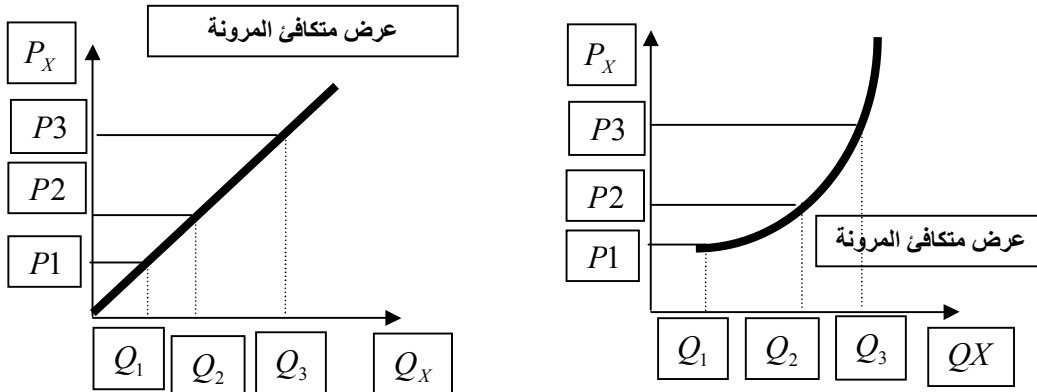
- معامل المرونة الرقمي يساوي أكبر من الواحد ( $E_{SX} > 1$ ).
- نسبة التغير في الكمية المعروضة أكبر من نسبة التغير في السعر السائد ( $\Delta Q_X \% > \Delta P_X \%$ ).
- منحنى العرض يأخذ شكل خط مستقيم بطيء الانحدار، بمعنى أن منحنى يكون أقرب لموازاة المحور الأفقي إلا أنه لا يوازيه، كما هو موضح في الشكل أدناه.



- عرض متكافئ المرونة :

وهي الحالة التي تتغير فيها الكمية المعروضة من السلعة أو الخدمة بنفس نسبة التغير في السعر، ومن أهم مميزات ما يلي :

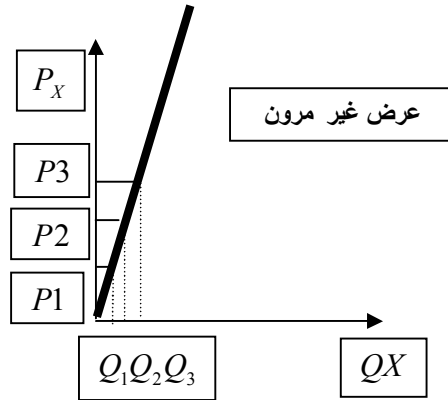
- معامل المرونة الرقمي يساوي لا نهائي ( $E_{SX} = 1$ ).
- نسبة التغير في الكمية المعروضة مساوية إلى نسبة التغير في السعر السائد ( $\Delta Q_X \% = \Delta P_X \%$ ).
- منحنى العرض يأخذ شكل قطع متكافئ أو عبارة عن خط 45 الذي يقسم الزاوية القائمة إلى نصفين، كما هو موضح في الشكل أدناه.



### - عرض غير المرن :

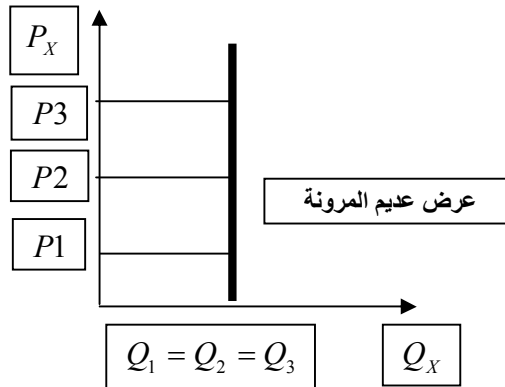
هو ذلك الذي تتغير فيه الكمية المعروضة من السلعة أو الخدمة بنسبة أقل من نسبة التغير في السعر، ومن أهم مميزاتها ما يلي :

- معامل المرونة الرقمي يساوي محصور بين الصفر والواحد ( $0 < E_{SX} < 1$ ).
- نسبة التغير في الكمية المعروضة أقل من نسبة التغير في السعر السائد ( $\Delta Q_X \% < \Delta P_X \%$ ).
- منحنى العرض يأخذ شكل خط مستقيم ذو انحدار شديد، بمعنى أن منحنى العرض الغير مرن فهو أقرب إلى موازاة المحور العمودي ولكنه لا يوازيه، كما هو موضح في الشكل أدناه.



### - عرض عديم المرونة :

- وهو يعني أن الكمية المعروضة عديمة الاستجابة لتغيرات السعر، ومن أهم مميزاتها ما يلي :
- معامل المرونة الرقمي يساوي الصفر ( $E_{DX} = 0$ ).
  - التغير في الكمية المعروضة معدوم مع التغير في السعر ( $Q_X = 0$ ).
  - منحنى العرض يأخذ شكل خط مستقيم يوازي المحور العمودي أي محور الأسعار، كما هو موضح في الشكل أدناه.



والتي يمكننا تلخيص هذه الحالات الخمس لمرونة العرض السعرية في الجدول التالي :

نوع العرض	معامل المرونة
عديم المرونة	$(E_{DX} = 0)$
غير مرن	$(0 < E_{DX} < 1)$
متكافئ المرونة	$(E_{DX} = 1)$
مرن	$(E_{DX} > 1)$
اللائهائي المرونة	$(E_{DX} = \infty)$

ملاحظة :

معامل مرونة العرض السعرية دوما يكون ذو إشارة سالبة، وهذه الإشارة ليست لها دلالة رياضية وإنما لها دلالة اقتصادية، والتي تدل على وجود علاقة عكسية بين سعر السلعة والكمية المعروضة منها.

مثال 01 :

ليكن لدينا جدول العرض على السلعة  $X$  كما يلي:

	$P_X$	$Q_{X1}$
A	1	1200
B	2	1400
C	3	1600
D	4	18000

المطلوب :

- حدد مرونة العرض السعرية بين النقاط  $(A, B)$  و  $(B, C)$  و  $(C, D)$  ؟ وماذا تستنتج؟

الحل :

تحديد مرونة العرض السعرية بين النقاط  $(A, B)$  و  $(B, C)$  و  $(C, D)$

لدينا قانون مرونة العرض السعرية

$$E_{dp} = \frac{\Delta Q_X}{\Delta P_X} * \frac{P_{X1}}{Q_{X1}}$$

والتعويض مباشرة نجد :

$$\begin{aligned}
 E_{d(C-D)} &= \frac{\Delta Q_X}{\Delta P_X} * \frac{P_{XC}}{Q_{XC}} \\
 &= \frac{Q_{XD} - Q_{XC}}{P_{XD} - P_{XC}} * \frac{P_{XC}}{Q_{XC}} \\
 &= \frac{300 - 600}{4 - 3} * \frac{3}{600} \\
 &= \frac{-900}{600} \\
 &= -\frac{3}{2} \\
 &= \left| -\frac{3}{2} \right| \\
 &= \frac{3}{2}
 \end{aligned}$$

نستنتج من خلال معامل المرونة الرقمي نستنتج بأن العرض غير مرن بين كل من  $(A, B)$  و  $(B, C)$ ، لأن معامل المرنة أقل من الواحد، كما أنه في بين النقطتين  $(C, D)$  فإن العرض يعتبر مرن لأن معامل المرنة أكبر من الواحد.

#### 4. محددات مرونة العرض السعرية

- عامل الزمن :

يعتبر الزمن اهم محدد لمرونة العرض السعرية حيث تكون مرونة عرض السلعة قليلة جدا في المدى القصير لعدم تمكن المنتجين من الاستجابة للتغيرات في سعر السلعة وعدم استطاعتهم تغيير عناصر الانتاج اما في المدى الطويل فتصبح مرونة عرض السلعة عالية ويستطيع المنتجون زيادة الكمية المرعوضة منها والاستجابة للارتفاع في سعر السلعة

- قابلية السلعة للتخزين :

كلما كانت السلعة قابلة للتخزين وغير سريعة للعطب كلما أصبحت مرونة عرضها أكبر إذا يستطيع منتجوا هذه السلعة زيادة عرضها او (تخفيضه) عن طريق التخزين فإذا ارتفع السعر يزداد عرضها وإذا انخفض السعر يقل عرضها عن طريق التخزين أي يزيد المخزون من هذه السلعة.

- قابلية عناصر الإنتاج للانتقال :

كلما كانت عناصر الإنتاج قابلة للتحويل من إنتاج سلعة إلى أخرى كلما كانت مرونة عرض السلعة أكبر، أما إذا كانت عناصر الإنتاج غير قابلة للتحويل فإن المنتج لا يستطيع الاستجابة وزيادة عرض السلعة في حالة ارتفاع سعرها وتقليص عرض السلعة التي انخفض سعرها.

#### - التوقعات المنتجين المستقبلية :

كلما كانت التوقعات توجي بأن الارتفاع الحالي للأسعار سيستمر فإن العرض يكون أكثر مرونة مما لو كانت التوقعات تشير إلى أنه ارتفاع مؤقت يتبعه انخفاض في الأسعار.

#### - قابلية السلعة لنقل :

كلما تكون السلعة قابلة للنقل من مكان لآخر وبتكاليف مناسبة، فإن هذا يعني أن مرونتها تكون أكبر، فإذا انخفض سعر السلعة في المنطقة وكانت السلعة قابلة للانتقال تمكن المنتج من نقلها وبيعها في منطقة أخرى لم تنخفض فيها الأسعار.

#### 5. أهمية المرونة

بعد هذا الاستعراض قد يتساءل بعضنا عن الجدوى من دراسة موضوع المرونة، في الواقع أن فكرة المرونة من أكثر الموضوعات تطبيقاً في مجال السياسة الاقتصادية وهي مهمة جداً في الدراسات التي يقوم بها قطاع الأعمال لتسويق منتجاتهم، وربما الآن ندرك ما الهدف الذي يقوم به التجار بالإعلان عن تخفيضات في أسعار البيع، فإذا كان الطلب على السلعة مرناً فإن التخفيضات في الأسعار تؤدي إلى زيادة الإيراد الكلي.

وفي مجال السياسة الاقتصادية تستخدم المرونة في الدراسات الخاصة بأثر الضرائب والإعانات أو الرسوم الجمركية على الأفراد والمؤسسات، فعندما تقرر الدولة صرف إعانة لسلعة معينة فإن معرفة مرونة الطلب ومرونة العرض من تلك السلعة ضروري لتحديد الجهة الخاصة التي يمكن أن تتحصل على أكبر فائدة مكمّنة من الإعانة وكذلك الحال في السياسات الخاصة بالضرائب أو سياسات التسعير المختلفة.

الفصل الثالث:

نظرية تكاليف الإنتاج

## الفصل الثالث : نظرية تكاليف الإنتاج

### أولاً : مدخل إلى نظرية تكاليف الإنتاج

تشير تكاليف الإنتاج إلى المصروفات التي تنتج عن تنظيم العملية الإنتاجية وما تحتاجه من موارد وخدمات، ولإيضاح تكاليف الإنتاج نتعرض إلى جانبين أساسيين للتكاليف هما:

#### 1. مبدأ التكاليف البديلة

من المعروف أن استخدام المنشأة لبعض الموارد في إنتاج سلعة معينة يترتب عليه تضحية المجتمع بكميات معينة من السلع الأخرى التي تدخل هذه الموارد في إنتاجها، لذلك يعرف الاقتصاديين تكاليف إنتاج سلعة معينة بقيمة السلع والخدمات التي اضطرت الجماعة إلى التضحية بها أو التخلي عنها - أي عدم إنتاجها بسبب توجيه الموارد لإنتاج السلعة موضع الاعتبار. لذلك تعبر تكاليف الموارد للمنشأة عن ما يمكن أن تحصل عليه هذه الموارد في أفضل استعمالاتها البديلة فتكاليف العمل في إنتاج الغسالات مثلاً يعبر عنها بقيمة الثلاجات التي ضحي بها فيما لو وجهت وحدات العمل هذه في إنتاجها.

#### 2. التكاليف المنظورة وغير المنظورة

تمثل التكاليف المنظورة في إجمالي المبالغ التي تدفع والأجور والمصاريف الجارية وغيرها وهذه هي التكاليف التي يضعها المحاسب تحت بند نفقات المعيشة.

أما التكاليف غير المنظورة فهي تكاليف الموارد التي يمتلكها صاحب المنشأة والتي لا يظهرها المحاسب عادة ضمن قائمة التكاليف مثل راتب صاحب المشروع والفائدة على استثماره وأجور العمالة العائلية.

ويتضح مما سبق أن نظرة الاقتصادي لتكلفة الإنتاج تختلف بعض الشيء عن التكلفة المحاسبية فالتكاليف الاقتصادية تفوق التكاليف المحاسبية التي لا ينظر لها إلا للإنفاق المنظور غير أخذة في الاعتبار التكاليف غير المنظورة وتكاليف الفرصة البديلة.

عند تحليلنا لنظرية تكاليف الإنتاج من وجهة النظر للفترة الزمنية، لذا يجب علينا التمييز بين الفترة الزمنية في المدى القصير والفترة الزمنية في المدى الطويل.



## ثانيا : التكاليف الإنتاج في المدى القصير

يعبر المدى القصير عن فترة زمنية قصيرة يستحيل فيها على المنشأة تغيير الكميات المستخدمة من بعض الموارد الداخلة في العملية الإنتاجية.

هذا وتتوقف قدرة المنشأة على تغيير كميات الموارد الإنتاجية على طبيعة هذه الموارد وعلى طريقة حيازتها فإذا رغبت المنشأة في تغيير كميات بعض الموارد التي تستأجر خدماتها كالأرض والمباني فإنها لا تحتاج إلى فترة طويلة لتنفيذ ذلك أما إذا أرادت المنشأة تملك هذه الموارد فإنها تحتاج إلى فترة طويلة نسبيا عن الفترة الأولى ولذلك فإن تكاليف مثل هذه الموارد في المدى القصير تسمى التكاليف الثابتة لأنها لا ترتبط بكمية الناتج إذ تدفعها المنشأة أنتجت أم لم تنتج.

على الجانب الآخر هناك من الموارد كالعامل والمواد الخام والمواد نصف مصنعة فإن عملية تغييرها لا تحتاج لفترة مثل نظيرتها السابقة ومن ثم فتكاليف مثل هذه الموارد تسمى التكاليف المتغيرة التي تزداد بزيادة الإنتاج وتقل بنقصانه.

وعليه فإن تكاليف الإنتاج الكلية (Total Costs) تتكون من شقين يتمثل الأول في تكاليف الموارد الثابتة (Total Fixed Cost) بالإضافة إلى تكاليف الموارد المتغيرة (Total Variable Cost) أي أن:

$$TC = TFC + TVC$$

هذه الدالة تسمى دالة التكاليف إذ أنها دالة في الإنتاج غير أن التكاليف يمكن أن ترتبط بعنصر الإنتاج عندما يكون سعر الوحدة من المورد  $X$  هو  $P_x$  أي أن:

$$TC = TFC + TVC \\ = TFC + X \cdot P_x$$

وهذه الأخيرة يطلق عليها معادلة التكاليف وليس دالة التكاليف.

## 1. التكاليف الكلية للإنتاج في المدى القصير

## - التكاليف الثابتة الكلية Total Fixed Costs

وهي عبارة عن تكاليف عناصر الإنتاج الثابتة التي تستخدمها المؤسسة، والتي لا تتغير بتغير حجم الإنتاج وتحملها المؤسسة بصرف النظر عن حجم الإنتاج والتي تدفعها حتى إذا كان حجم الإنتاج مساويا صفر، والثبات هنا (وجود التكاليف الثابتة) اصطلاح يتحقق في المدى القصير للإنتاج (في الفترة الزمنية القصيرة الأجل)، ولكن في المدى الطويل تصبح كل التكاليف متغيرة لوجود فرص أكبر لتغيير كل

عناصر الإنتاج التي تشمل المصانع والأجهزة، فعلى سبيل المثال لتكاليف الثابتة للإنتاج تشمل أجور العمال خارج الورشة وأجور العمال غير المدفوعة مثل أجر رب العمل والضرائب والإهتلاكات والتأمين والفائدة والإيجار.....، ونرمز لتكاليف الإنتاج الثابتة بالرمز TFC.

#### - التكاليف المتغيرة الكلية Total Variable Costs

وهي عبارة عن تكاليف عناصر الإنتاج المتغيرة التي تستخدمها المؤسسة، وهي التكاليف التي تتغير بتغير حجم الإنتاج، أو التي تتعلق مباشرة بإنتاج الناتج، ومستوى هذه التكاليف يتوقف على مستوى الناتج وله صلة مباشرة بدالة الإنتاج، وإذا كان حجم الإنتاج مساويا صفر فان مقدار هذه التكلفة (التكلفة المتغيرة) يكون معدوما، ومن أمثلة التكاليف المتغيرة للإنتاج الواقعة في المؤسسة المواد الأولية وأجور العمال في الورشة والكهرباء والماء داخل ورشة الإنتاج.....، فتزداد التكاليف المتغيرة لزيادة هذه المدخلات إذا ما أريد زيادة إنتاج، ونرمز لتكاليف الإنتاج المتغيرة بالرمز TVC، حيث أن:

$$TVC = P_{(L/K)} \cdot X$$

#### - التكاليف الكلية Total Costs

وهي عبارة عن إجمالي تكاليف عناصر الإنتاج الثابتة والمتغيرة التي تستخدمها المؤسسة، وتتكون من جميع التكاليف الثابتة الكلية والتكاليف المتغيرة الكلية للإنتاج معا، وإذا كان حجم الإنتاج مساويا صفر فان هذه التكلفة (التكلفة الكلية) تكون مساوية لتكاليف الثابتة، ونرمز لتكاليف الإنتاج الكلية بالرمز TC، حيث:

$$TC = TFC + TVC$$

مثال :

ليكن لدينا الجدول التالي والذي يوضح لنا التكاليف الكلية TC بدلالة حجم الإنتاج Q كما يلي:

TC	Q
32	0
44	1
52	2
56	3
60	4
72	5
86	6
102	7
128	8
167	9
212	10

المطلوب :

- 1- ما نوع الفترة الزمنية التي تنشط فيها المؤسسة ؟ ولماذا ؟
- 2- حدد كل مختلف أنواع التكاليف الكلية ؟
- 3- مثل مختلف منحنيات التكاليف الكلية ؟

الحل :

1. نوع الفترة الزمنية التي تنشط فيها المؤسسة هي قصيرة الأجل نظرا لوجود التكاليف الثابتة والمقدرة بـ 32 لما حجم الإنتاج مساويا للصفر ( $TFC=32$ ).

2. حدد كل مختلف أنواع التكاليف الكلية :

- التكاليف الثابتة الكلية TFC :

وهي عبارة عن مقدار التكلفة الكلية لما يكون حجم الإنتاج مساويا للصفر ( $Q=0$ )، والتي نجدها في هذه الحالة ( $TFC=32$ ).

- التكاليف المتغيرة الكلية TVC :

وهي عبارة عن التكاليف لها علاقة بحجم الإنتاج، والتي يمكن إيجادها من خلال العلاقة التالية :

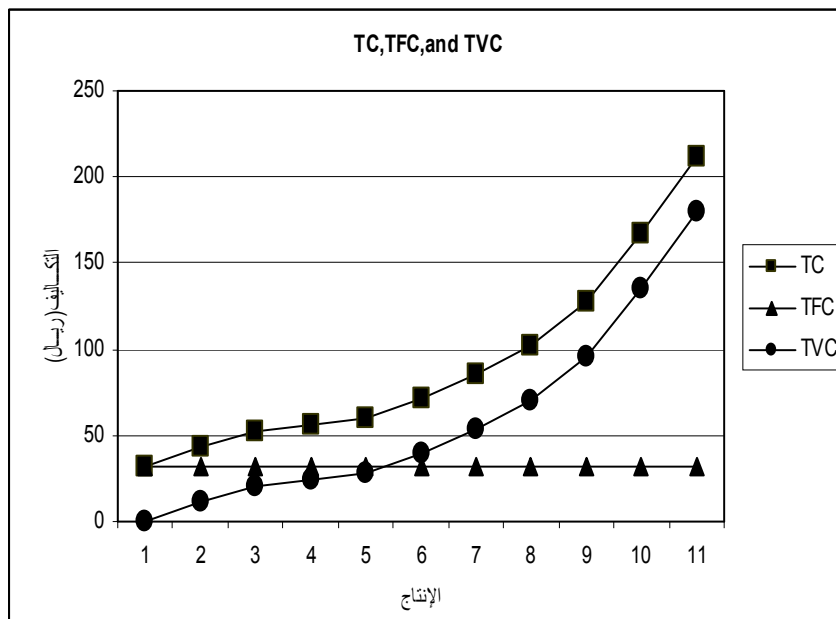
$$\begin{aligned} TVC &= TC - TFC \\ &= 44 - 32 \\ &= 12 \end{aligned}$$

وهذا عند حجم إنتاج قدره (Q=1)، وهكذا تتم حساب بقية القيم الأخرى.

ومنه يمكننا تحديد القيم السابقة لتكاليف الثابتة والمتغيرة الكلية من خلال الجدول التالي:

TVC	TFC	TC	Q
0	32	32	0
12	32	44	1
20	32	52	2
24	32	56	3
28	32	60	4
40	32	72	5
54	32	86	6
70	32	102	7
96	32	128	8
135	32	167	9
180	32	212	10

3. مثل مختلف منحنيات التكاليف الكلية :



حيث نلاحظ من خلال الشكل أعلاه بأن التكاليف الثابتة عبارة عن خط مستقيم موازي لمحور الكميات (الإنتاج) وهذا ما يدل على أن هذه التكاليف لا تتأثر بمقدار حجم الإنتاج السلعي. بينما منحى الذي يمكن أن تأخذه التكاليف المتغيرة يرجع إلى ما هو مفترض عن المنطق الإنتاجي بناء على المعارف والخبرات التقنية، ففي غالبية الأحيان نجد بأن التكاليف في المؤسسات الاقتصادية تزداد بمعدل متناقص لانخفاض متوسط التكلفة المتغيرة للوحدة المنتجة وذلك حتى حد معين ثم تبدأ بعدها في الارتفاع وهذا ينعكس بالطبع على شكل التكاليف المتغيرة الكلية التي تأخذ بالتالي في الارتفاع. أما بالنسبة لتكاليف الكلية فإنها تتفق مع التكاليف المتغيرة الكلية إذ هي عبارة عن الجمع بين التكاليف الثابتة والتكاليف المتغيرة وأنه لا تأثير للتكاليف الثابتة على هذا الشكل، وبالتالي فإن منحى التكاليف الكلية يأخذ نفس شكل منحى التكاليف المتغيرة الكلية إلا أنه يعلو أو يرتفع عنه بمقدار التكاليف الثابتة.

## 2. التكاليف المتوسطة والحدية للإنتاج في المدى القصير

### - متوسط التكاليف الثابتة الكلية Average Fixed Costs

وهي عبارة عن نصيب أو مقدار الوحدة المنتجة الواحدة من التكاليف الثابتة، وهي عبارة عن حاصل قسمة التكاليف الثابتة الكلية على عدد الوحدات المنتجة من السلعة أو الخدمة، ونرمز لمتوسط التكاليف الثابتة للإنتاج بالرمز AFC، ومنحنى متوسط التكاليف الثابتة للإنتاج دوماً يكون متناقص كلما زاد مستوى الإنتاج بل يقترب من محور الكميات ولا يقطعه، ويمكن أن نعبر عنه رياضياً كما يلي :

$$AFC = \frac{TFC}{Q}$$

### - متوسط التكاليف المتغيرة الكلية Average Variable Costs

وهي عبارة عن نصيب أو مقدار الوحدة المنتجة الواحدة من التكاليف المتغيرة، وهي عبارة عن حاصل قسمة التكاليف المتغيرة الكلية على عدد الوحدات المنتجة من السلعة أو الخدمة، ونرمز لمتوسط التكاليف المتغيرة للإنتاج بالرمز AVC، ومنحنى متوسط التكاليف المتغيرة للإنتاج دوماً يأخذ شكل حرف U، حيث يبدأ بالتناقص إلى أن يصل إلى أدنى قيمة والتي يكون فيها المماس موازياً لمحور الكميات (أي مشتق متوسط التكلفة المتغيرة مساوياً للصفر،

$$\frac{\partial AVC}{\partial Q} = 0$$

أو

$$\frac{\Delta AVC}{\Delta Q} = 0$$

ثم يبدأ بعدها المنحنى في التزايد، ويمكن أن نعبر عنه رياضيا كما يلي :

$$AVC = \frac{TVC}{Q}$$

### - متوسط التكاليف الكلية Average Total Costs

وهي عبارة عن نصيب أو مقدار الوحدة المنتجة الواحدة من التكاليف الكلية، وهي عبارة عن حاصل قسمة التكاليف الكلية على عدد الوحدات المنتجة من السلعة أو الخدمة أو حاصل جمع كل من متوسط التكاليف الثابتة ومتوسط التكاليف المتغيرة، ونرمز لمتوسط التكاليف الكلية للإنتاج بالرمز ATC، ومنحنى متوسط التكاليف الكلية للإنتاج دوما يأخذ نفس شكل منحنى متوسط التكاليف المتغيرة AVC إلا أنه يعلوا عليه بمقدار متوسط التكاليف الثابتة AFC، حيث يبدأ بالتناقص إلى أن يصل إلى أدنى قيمة والتي يكون فيها المماس موازيا لمحور الكميات (أي مشتق متوسط التكلفة الكلية مساويا للصفر)، أي :

$$\frac{\partial ATC}{\partial Q} = 0$$

أو

$$\frac{\Delta ATC}{\Delta Q} = 0$$

ثم يبدأ بعدها المنحنى في التزايد، ويمكن أن نعبر عنه رياضيا كما يلي :

$$\begin{aligned} ATC &= \frac{TC}{Q} \\ &= AFC + AVC \end{aligned}$$

### التكاليف الحدية Marginal Costs

وهي عبارة عن مقدار التكلفة المضافة من أجل زيادة إنتاج وحدة واحدة في الناتج الكلي، والتكاليف الحدية تتوقف كلية على طبيعة الدالة الإنتاجية وتكاليف الوحدة من التكاليف المتغيرة، والتكاليف الحدية تدخل كلية في نوع التكاليف المتغيرة.

وبصفة أخرى فالتكلفة الحدية عبارة عن مقدار التغير في التكلفة الكلية الناتجة عن إضافة وحدة واحدة من الإنتاج، ونرمز لها بالرمز MC، ومنحنى التكاليف الحدية للإنتاج دوما يبدأ بالتناقص

إلى أن يصل إلى أدنى قيمة والتي يكون فيها المماس موازيا لمحور الكميات (أي مشتق التكلفة الحدية مساويا للصفر)، أي :

$$\frac{\partial MC}{\partial Q} = 0$$

أو

$$\frac{\Delta MC}{\Delta Q} = 0$$

ثم يبدأ بعدها المنحنى في التزايد، ويمكن أن نعبر عنه رياضيا كما يلي :

$$MC = \frac{\Delta TC}{\Delta Q}$$

وهذا في حالة القيم المتقطعة،

أما إذا كانت التكاليف على شكل دالة  $TC = f(Q)$  فإن التكلفة الحدية عبارة عن مشتق هذه الدالة أي :

$$MC = \frac{\partial TC}{\partial Q}$$

كما يمكننا إيجاد التكلفة الحدية في المدى القصير بالطريقة التالية:

$$\begin{aligned} MC &= \frac{\partial TC}{\partial Q} = \\ &= \frac{\partial(TFC + TVC)}{\partial Q} = \\ &= \frac{\partial TFC}{\partial Q} + \frac{\partial TVC}{\partial Q} = \frac{\partial TVC}{\partial Q} \end{aligned}$$

وعليه نجد أن التكلفة الحدية في المدى القصير مساوية أيضا إلى مشتق دالة التكلفة المتغيرة

الكلية أي :

$$MC = \frac{\partial TC}{\partial Q} = \frac{\partial TVC}{\partial Q}$$

مثال :

ليكن لدينا الجدول التالي والذي يوضح لنا التكاليف الكلية TC بدلالة حجم الإنتاج Q كما يلي:

TC	Q
32	0
44	1
52	2
56	3
60	4
72	5
86	6
102	7
128	8
167	9
212	10

المطلوب :

- 1- حدد مختلف متوسط التكاليف ؟
- 2- حدد مقدار التكاليف الحدية ؟
- 3- مثل مختلف منحنيات متوسط التكاليف ومنحنى التكلفة الحدية؟

الحل :

1- تحديد مختلف متوسط التكاليف:

- متوسط التكاليف الثابتة الكلية AFC

وهي عبارة عن حاصل قسمة التكاليف الثابتة الكلية على عدد الوحدات المنتجة من السلعة أو

الخدمة، والتي يمكننا تحديد قيمها من خلال العلاقة التالية:

$$AFC = \frac{TFC}{Q} = \frac{32}{2} = 16$$

وهذا عند حجم إنتاج قدره (Q=2) وهكذا يتم حساب بقية القيم الأخرى عند مختلف مستويات

الإنتاج، والتي يمكن توضيحها في الجدول أدناه :



- متوسط التكاليف المتغيرة الكلية وهي عبارة عن حاصل قسمة التكاليف المتغيرة الكلية على عدد الوحدات المنتجة من السلعة أو الخدمة، والتي يمكننا تحديد قيمها من خلال العلاقة التالية

$$AVC = \frac{TVC}{Q} = \frac{20}{2} = 10$$

وهذا عند حجم إنتاج قدره (Q=2) وهكذا يتم حساب بقية القيم الأخرى عند مختلف مستويات الإنتاج، والتي يمكن توضيح نتائجها في الجدول أدناه :

- متوسط التكاليف الكلية ATC

وهي عبارة عن حاصل قسمة التكاليف الكلية على عدد الوحدات المنتجة من السلعة أو الخدمة أو عبارة عن جمع متوسط التكاليف الثابتة والمتغيرة، والتي يمكننا تحديد قيمها من خلال العلاقة التالية:

$$\begin{aligned} ATC &= \frac{TC}{Q} = \\ & AFC + AVC \\ &= \frac{52}{2} = 16 + 10 = 26 \end{aligned}$$

وهذا عند حجم إنتاج قدره (Q=2) وهكذا يتم حساب بقية القيم الأخرى عند مختلف مستويات الإنتاج، والتي يمكن توضيح نتائجها في الجدول أدناه :

2- تحديد مقدار التكاليف الحدية MC:

التكلفة الحدية عبارة عن مقدار التغير في التكلفة الكلية الناتجة عن إضافة وحدة واحدة من الإنتاج، والتي يمكننا تحديد قيمها من خلال العلاقة التالية:

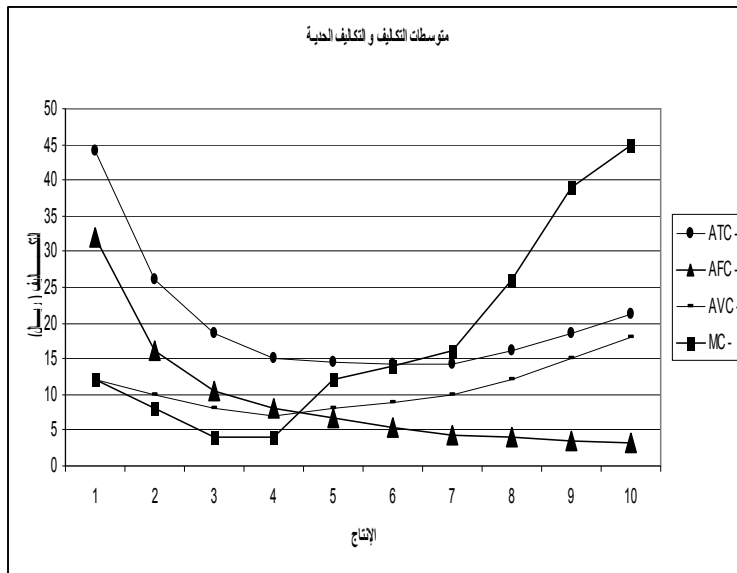
$$\begin{aligned} MC &= \frac{\Delta TC}{\Delta Q} \\ &= \frac{TC_2 - TC_1}{Q_2 - Q_1} \\ &= \frac{44 - 32}{1 - 0} = 12 \end{aligned}$$

وهذا بين مستوى حجم إنتاج (Q=0, Q=1) وهكذا يتم حساب بقية القيم الأخرى عند مختلف مستويات الإنتاج، والتي يمكن توضيح نتائجها في الجدول أدناه :

وعليه يمكن توضيح مختلف متوسطات التكاليف والتكاليف الحدية السابقة من خلال البيانات الموضحة بالجدول التالي:

MC	AVC	AFC	ATC	TVC	TFC	TC	Q
-	-	-	-	0	32	32	0
12	12	32	44	12	32	44	1
8	10	16	26	20	32	52	2
4	8	10.6	18.6	24	32	56	3
4	7	8	15	28	32	60	4
12	8	6.6	14.6	40	32	72	5
14	9	5.3	14.3	54	32	86	6
16	10	4.2	14.2	70	32	102	7
26	12	4	16	96	32	128	8
39	15	3.6	18.6	135	32	167	9
45	18	3.2	21.2	180	32	212	10

التمثيل البياني لمختلف منحنيات متوسط التكاليف ومنحنى التكلفة الحدية :



من خلال الشكل أعلاه يمكننا ملاحظة ما يلي :

- منحنى متوسط التكاليف الثابتة للإنتاج متناقص كلما زاد مستوى الإنتاج.
- منحنى متوسط التكاليف المتغيرة للإنتاج يبدأ بالتناقص إلى أن يصل إلى أدنى قيمة له عند الوحدة الرابعة من حجم الإنتاج (Q=4) والمقدرة بـ سبعة وحدات نقدية (AVC = 7) ثم بعدها يبدأ المنحنى في التزايد.
- منحنى متوسط التكاليف الكلية للإنتاج يبدأ بالتناقص إلى أن يصل إلى أدنى قيمة له عند الوحدة السابعة من حجم الإنتاج (Q=7) والمقدرة بـ 14.2 وحدة نقدية (ATC = 14.2) ثم بعدها يبدأ المنحنى في التزايد.

3. العلاقة بين مختلف منحنيات متوسط التكاليف ومنحنى التكلفة الحدية

أ- العلاقة بين منحنى متوسط التكاليف المتغيرة ومنحنى التكلفة الحدية

من الشكل أعلاه يمكننا إيجاد العلاقة بين منحنى متوسط التكاليف المتغيرة ومنحنى التكلفة الحدية في النقاط الثلاث والتي يمكن توضيحها كما يلي :

لدينا :

$$AVC = \frac{TVC}{Q}$$

من أجل إيجاد القيمة الصغرى لهذه الدالة (AVC) نقوم بمفاضلة هذه الدالة ونساوئها بالصفر أي :

$$\begin{aligned} \frac{\partial AVC}{\partial Q} &= \frac{\partial \left( \frac{TVC}{Q} \right)}{\partial Q} = \frac{\frac{\partial TVC}{\partial Q} \cdot Q - \frac{\partial Q}{\partial Q} \cdot TVC}{Q^2} = 0 \\ \Leftrightarrow \frac{\partial TVC}{\partial Q} \cdot Q - TVC &= 0 \\ \Leftrightarrow \frac{\partial TVC}{\partial Q} \cdot Q &= TVC \\ \Leftrightarrow \frac{\partial TVC}{\partial Q} &= \frac{TVC}{Q} \\ \Leftrightarrow MC &= AVC \end{aligned}$$

ومن أجل إيجاد العلاقة بين متوسط التكلفة المتغيرة والتكلفة الحدية نقوم بدراسة لإشارة المشتق

في هذه الحالة من خلال الجدول التالي :

$(MC < AVC)$	$(MC = AVC)$	$(MC > AVC)$
AVC في حالة تناقص	AVC عند حده الأدنى	AVC في حالة تزايد

وعلية يمكن تلخيص العلاقة بين  $MC$  و  $AVC$  في النقاط التالية :

- إذا كان منحنى التكلفة الحدية  $MC$  أقل من منحنى متوسط التكاليف المتغيرة  $AVC$  أي  $(MC < AVC)$  فإن متوسطة التكلفة المتغيرة  $AVC$  في حالة تناقص.
- إذا كان منحنى التكلفة الحدية  $MC$  يقطع منحنى متوسط التكاليف المتغيرة  $AVC$  أي  $(MC = AVC)$  فإن هذا الأخير (متوسطة التكلفة المتغيرة  $AVC$ ) عند حده الأدنى.
- إذا كان منحنى التكلفة الحدية  $MC$  أعلى من منحنى متوسط التكاليف المتغيرة  $AVC$  أي  $(MC > AVC)$  فإن هذا الأخير متوسط التكلفة المتغيرة  $AVC$  في حالة تزايد.

ب- العلاقة بين منحنى متوسط التكاليف الكلية ومنحنى التكلفة الحدية :

من الشكل أعلاه يمكننا إيجاد العلاقة بين منحنى متوسط التكاليف الكلية ومنحنى التكلفة الحدية في النقاط الثلاث والتي يمكن توضيحها كما يلي :

لدينا :

$$ATC = \frac{TC}{Q}$$

من أجل إيجاد القيمة الصغرى لهذه الدالة ( $ATC$ ) نقوم بمفاضلة هذه الدالة ونساويها بالصفر أي :

$$\frac{\partial ATC}{\partial Q} = \frac{\partial \left( \frac{TC}{Q} \right)}{\partial Q} = \frac{\frac{\partial TC}{\partial Q} \cdot Q - \frac{\partial Q}{\partial Q} \cdot TC}{Q^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial TC}{\partial Q} \cdot Q - TC = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial TC}{\partial Q} \cdot Q = TC$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial TC}{\partial Q} = \frac{TC}{Q}$$

$$\Leftrightarrow MC = ATC$$

ومن أجل إيجاد العلاقة بين متوسط التكلفة الكلية والتكلفة الحدية نقوم بدراسة لإشارة المشتق

في هذه الحالة من خلال الجدول التالي :

$(MC < ATC)$	$(MC = ATC)$	$(MC > ATC)$
ATC في حالة تناقص	ATC عند حده الأدنى	ATC في حالة تزايد

وعلية يمكن تلخيص العلاقة بين  $MC$  و  $AVC$  في النقاط التالية :

- إذا كان منحنى التكلفة الحدية  $MC$  أقل من منحنى متوسط التكاليف الكلية  $ATC$  أي  $(MC < ATC)$  فإن متوسطة التكلفة الكلية  $ATC$  في حالة تناقص.

- إذا كان منحنى التكلفة الحدية MC يقطع منحنى متوسط التكاليف الكلية ATC أي ( $MC = ATC$ ) فإن هذا الأخير (متوسطة التكلفة الكلية ATC) عند حده الأدنى.

- إذا كان منحنى التكلفة الحدية MC أعلى من منحنى متوسط التكاليف الكلية ATC أي ( $MC > ATC$ ) فإن هذا الأخير متوسط التكلفة الكلية ATC في حالة تزايد.

4. العلاقة بين منحنيات متوسط التكاليف الكلية والتكلفة الحدية ومنحنيات الناتج المتوسط والحدوي :

بافتراض أن المؤسسة تقوم بإنتاج سلعة أو خدمة ما في المدى القصير، وذلك باستخدام عنصرين من عناصر الإنتاج هما العمل (L) وهو العنصر الإنتاجي المتغير، ورأس المال (K) وهو العنصر الإنتاجي الثابت، والتي تكتب دالة الإنتاج فيه على الشكل :

$$TP = f(L, K_0)$$

ودالة التكلفة الناتج عن إنتاج هذا المنتج فتكون على الشكل التالي أيضا :

$$.TC = TVC + TFC$$

وعلى هذا ضوء يمكننا أن نحدد العلاقة بين منحنيات الإنتاج ومتوسط التكاليف من خلال الخطوات التالية :

أ- العلاقة بين منحنى متوسط التكاليف المتغيرة AVC ومنحنى الناتج المتوسط  $AP_L$ :

بما أن عنصر العمل هو العنصر الإنتاجي المتغير فإن التكلفة المتغيرة هنا هي تكلفة العمل، وبافتراض أن عدد العمال المستخدم هو (L) وأجرة الوحدة الواحدة من العمل (العامل الواحد) هي ( $P_L$ ) فإن تكلفة العمل (التكلفة المتغيرة) هي :

$$\begin{aligned} TVC &= P_L * L \\ \Rightarrow AVC &= \frac{TVC}{Q} \\ &= \frac{P_L * L}{Q} \\ &= P_L * \frac{L}{Q} \\ &= P_L * \frac{1}{AP_L} \end{aligned}$$

حيث نجد أن  $\frac{L}{Q}$  هي عبارة عن مقلوب الناتج المتوسط لعنصر العمل  $AP_L$  أي أن :

$$AP_L = \frac{TP}{L} = \frac{Q}{L}$$

وعليه إذن نجد أن :

$$AVC = \frac{P_L}{AP_L}$$

ومن خلال هذا القانون الأخير والذي يوضح لنا بأن هناك علاقة عكسية بين متوسط التكلفة المتغيرة  $AVC$  والنتائج المتوسطة لعنصر العمل  $AP_L$  ، والتي يمكن توضيحها في الجدول التالي :

$AP_L$ في حالة تناقص	$AP_L$ عند قيمته العظمى	$AP_L$ في حالة تناقص
$AVC$ في حالة تناقص	$AVC$ عند قيمته الصغرى	$AVC$ في حالة تزايد

- إذا كان منحنى الناتج المتوسط  $AP_L$  في حالة تزايد فإن منحنى متوسط التكاليف المتغيرة  $AVC$  في حالة تناقص.

- إذا كان منحنى الناتج المتوسط  $AP_L$  عند قيمته العظمى فإن منحنى متوسط التكاليف المتغيرة  $AVC$  عند حده الأدنى.

- إذا كان منحنى الناتج المتوسط  $AP_L$  في حالة تناقص فإن منحنى متوسط التكاليف المتغيرة  $AVC$  في حالة تزايد.

ب- العلاقة بين منحنى التكلفة الحدية  $MC$  ومنحنى الناتج الحدي  $MP_L$  :

بما أن عنصر العمل هو العنصر الإنتاجي المتغير فإن التكلفة الإنتاج هنا تتغير مع تغير عنصر العمل، وبالتالي فإن التكلفة الحدية هي عبارة عن مقدار التغير في تكلفة عنصر العمل على مقدار التغير في عدد وحدات الإنتاج أي أن :

$$\begin{aligned} MC &= \frac{\Delta TC}{\Delta Q} = \frac{\Delta TVC}{\Delta Q} \\ &= \frac{\Delta(P_L * L)}{\Delta Q} \\ &= P_L * \frac{\Delta L}{\Delta Q} \\ &= P_L * \frac{1}{MP_L} \end{aligned}$$

حيث نجد أن  $\frac{\Delta L}{\Delta Q}$  هي عبارة عن مقلوب الناتج الحدي لعنصر العمل  $MP_L$  أي أن :

$$MP_L = \frac{\Delta TP}{\Delta L} = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$$

وعليه إذن نجد أن :

$$MC = \frac{P_L}{MP_L}$$

ومن خلال هذا القانون الأخير والذي يوضح لنا بأن هناك علاقة عكسية بين التكلفة الحدية  $MC$  والنتاج الحدي لعنصر العمل  $MP_L$ ، والتي يمكن توضيحها في الجدول التالي :

$MP_L$ في حالة تناقص	$MP_L$ عند قيمته العظمى	$MP_L$ في حالة تزايد
$MC$ في حالة تزايد	$MC$ عند قيمته الصغرى	$MC$ في حالة تناقص

- إذا كان منحنى الناتج الحدي  $MP_L$  في حالة تزايد فإن منحنى التكلفة الحدية  $MC$  في حالة تناقص.  
 - إذا كان منحنى الناتج الحدي  $MP_L$  عند قيمته العظمى فإن منحنى التكلفة الحدية  $MC$  عند حده الأدنى.

- إذا كان منحنى الناتج الحدي  $MP_L$  في حالة تناقص فإن منحنى التكلفة الحدية  $MC$  في حالة تزايد.  
**مثال :**

ليكن لدينا الجدول التالي والذي يوضح لنا الكميات المنتجة  $TP$  بدلالة عناصر الإنتاج العمل  $(L)$  ورأس المال  $(K)$ ، وكانت أسعار عناصر الإنتاج  $P_L$  و  $P_K$  على الترتيب كما يلي 300 ، 200.

Q	K	L
0	2	0
10	2	1
30	2	2
70	2	3
100	2	4
120	2	5
130	2	6
135	2	7
130	2	8
120	2	9
100	2	10

**المطلوب :**

- 1- ما نوع الفترة الزمنية التي تنشط فيها المؤسسة ؟ ولماذا ؟
- 2- أوجد كل من الناتج المتوسط والحدي بالنسبة لعنصر الإنتاج المتغير؟
- 3- أوجد مختلف التكاليف المتوسطة والكلية والحدية؟

4- أوجد العلاقة بين متوسط التكاليف المتغيرة (AVC) والنتائج المتوسطة لعنصر العمل ( $AP_L$ )؟

5- أوجد العلاقة بين التكلفة الحدية (MC) والنتائج الحدية لعنصر العمل ( $MP_L$ )؟

6- ثم وضح هذه العلاقة بيانياً؟

الحل :

1- نوع الفترة الزمنية التي تنشط فيها المؤسسة هي قصيرة الأجل نظراً لوجود ثبات أحد عناصر الإنتاج أو وجود التكاليف الثابتة.

2- أيجاد كل من الناتج المتوسط  $AP_L$  والناتج الحدي  $MP_L$  بالنسبة لعنصر الإنتاج المتغير L :

الناتج المتوسط  $AP_L$

وهو عبارة عن حاصل قسمة الناتج الكلي TP على عدد الوحدات المستخدمة من عنصر الإنتاج المتغير L ، والتي يمكننا تحديد قيمها من خلال العلاقة التالية:

$$AP_L = \frac{TP}{L} = \frac{30}{2} = 15$$

وهذا عند استخدام وحدتين من عنصر الإنتاج العمل L والتي تساهم في خلق حجم إنتاج قدره ( TP =30)، وهكذا يتم حساب بقية القيم الأخرى عند مختلف مستويات الإنتاج، والتي يمكن توضيح نتائجها في الجدول أدناه.

الناتج الحدي  $MP_L$

الناتج الحدي عبارة عن مقدار التغير في الناتج الكلية الناتجة عن إضافة وحدة واحدة من عنصر الإنتاج المتغير L، والتي يمكننا تحديد قيمها من خلال العلاقة التالية:

$$MP_L = \frac{\Delta TP}{\Delta L} = \frac{TP_2 - TP_1}{L_2 - L_1} = \frac{10 - 0}{1 - 0} = 10$$

وهذا بين مستوي حجم إنتاج ( $TP_1=0, TP_2=10$ ) وهذا عند استخدام عناصر إنتاج من العمل ( $L_1=0, L_2=1$ )، وهكذا يتم حساب بقية القيم الأخرى عند مختلف مستويات الإنتاج، والتي يمكن توضيح نتائجها في الجدول أدناه.



L	K	Q	AP <sub>L</sub>	MP <sub>L</sub>
0	2	0	-	-
1	2	10	10	10
2	2	30	15	20
3	2	70	23.33	40
4	2	100	25	30
5	2	120	24	20
6	2	130	21.67	10
7	2	135	19.28	5
8	2	130	16.25	5-
9	2	120	13.33	10-
10	2	100	10	20-

3- إيجاد مختلف التكاليف المتوسطة والكلية والحدية:

L	K	Q	TFC	TVC	TC	AFC	AVC	ATC	MC
0	2	0	400	0	400	-	-	-	-
1	2	10	400	300	700	40	30	70	30
2	2	30	400	600	1000	13.33	20	33.33	15
3	2	70	400	900	1300	5.71	12.86	18.57	7.5
4	2	100	400	1200	1600	4	12	16	10
5	2	120	400	1500	1900	3.33	12.5	15.83	15
6	2	130	400	1800	2200	3.08	13.85	16.92	30
7	2	135	400	2100	2500	2.96	15.56	18.52	60
8	2	130	400	2400	2800	3.08	18.46	21.54	60-
9	2	120	400	2700	3000	3.33	22.5	25.83	20-
10	2	100	400	3000	3300	4	30	34	15-

#### 4- إيجاد العلاقة بين متوسط التكاليف المتغيرة (AVC) والناتج المتوسط لعنصر العمل (AP<sub>L</sub>):

بما أن عنصر العمل هو العنصر الإنتاجي المتغير فإن التكلفة المتغيرة هنا هي تكلفة العمل، وبافتراض أن عدد العمال المستخدم هو (L) وأجرة الوحدة الواحدة من العمل (العامل الواحد) هي (P<sub>L</sub>) فإن تكلفة العمل (التكلفة المتغيرة) هي :

$$\begin{aligned} TVC &= P_L * L \\ \Rightarrow AVC &= \frac{TVC}{Q} \\ &= \frac{P_L * L}{Q} \\ &= P_L * \frac{L}{Q} \\ &= P_L * \frac{1}{AP_L} \end{aligned}$$

وعليه إذن نجد أن :

$$AVC = \frac{P_L}{AP_L} = \frac{300}{15} = 20$$

وهذا عند استخدام وحدتين من عنصر الإنتاج العمل L والتي تساهم في خلق حجم إنتاج قدره ( TP =30)، وهكذا يتم حساب بقية القيم الأخرى عند مختلف مستويات الإنتاج، والتي يمكن توضيح نتائجها في الجدول أدناه.

L	K	Q	AP <sub>L</sub>	AVC	العلاقة بين AP <sub>L</sub> و AVC	
					APL	AVC
0	2	0	-	-		
1	2	10	10	30	في حالة تزايد	في حالة تناقص
2	2	30	15	20		
3	2	70	23.33	12.86		
4	2	100	25	12	عند قيمته العظمى	عند قيمته الصغرى
5	2	120	24	12.5	في حالة تناقص	في حالة تزايد
6	2	130	21.67	13.85		
7	2	135	19.28	15.56		
8	2	130	16.25	18.46		
9	2	120	13.33	22.5		
10	2	100	10	30		

من خلال الجدول أعلاه نلاحظ بأنه عندما يكون الناتج المتوسط لعنصر العمل عند أعلى مستوى له يكون متوسط التكلفة المتغيرة عند حده الأدنى، وذلك عند العامل الرابع ( $L = 4$ ) حيث يكون  $AP_L$  يساوي (25 ون) وهو أعلى مستوى له، وتكون عندها  $AVC$  تساوي (12 ون) وهو أدنى مستوى لها. ويلاحظ كذلك أنه عندما يكون الناتج المتوسط  $AP_L$  متزايدا يكون متوسط التكلفة المتغيرة  $AVC$  متناقصا والعكس صحيح.

#### 5- إيجاد العلاقة بين التكلفة الحدية ( $MC$ ) والناتج الحدي لعنصر العمل ( $MP_L$ ):

بما أن عنصر العمل هو العنصر الإنتاجي المتغير فإن التكلفة الإنتاج هنا تتغير مع تغير عنصر العمل، وبالتالي فإن التكلفة الحدية هي عبارة عن مقدار التغير في تكلفة عنصر العمل على مقدار التغير في عدد وحدات الإنتاج أي أن :

$$\begin{aligned} MC &= \frac{\Delta TC}{\Delta Q} \\ &= \frac{\Delta TVC}{\Delta Q} \\ &= \frac{\Delta(P_L * L)}{\Delta Q} \\ &= P_L * \frac{\Delta L}{\Delta Q} \\ &= P_L * \frac{1}{MP_L} \end{aligned}$$

وعليه إذن نجد أن :

$$MC = \frac{P_L}{MP_L} = \frac{300}{40} = 7.5$$

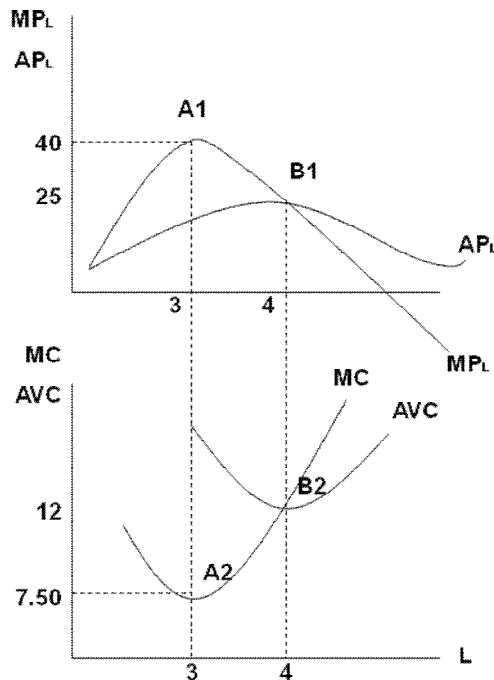
وهذا عند استخدام ثلاث وحدات من عنصر الإنتاج العمل  $L$  والتي تساهم في خلق حجم إنتاج قدره (70=TP)، وهكذا يتم حساب بقية القيم الأخرى عند مختلف مستويات الإنتاج، والتي يمكن توضيح نتائجها في الجدول أدناه.

L	K	Q	MP <sub>L</sub>	MC	العلاقة بين MP <sub>L</sub> و MC	
					MPL	MC
0	2	0	-	-		
1	2	10	10	30	في حالة تزايد	في حالة تناقص
2	2	30	20	15		
3	2	70	40	7.5	عند قيمته العظمى	عند قيمته الصغرى
4	2	100	30	10		
5	2	120	20	15		
6	2	130	10	30		
7	2	135	5	60	في حالة تناقص	في حالة تزايد
8	2	130	5-	60-		
9	2	120	10-	20-		
10	2	100	20-	15-		

ومن خلال الجدول أعلاه نلاحظ بأنه عندما يكون الناتج الحدي لعنصر العمل عند أعلى مستوى له يكون التكلفة الحدية عند حده الأدنى، وذلك عند العامل الثالث ( $L = 3$ ) حيث يكون  $MP_L$  يساوي (40) وهو أعلى مستوى له، وتكون عندها  $MC$  تساوي (7.50) وهو أدنى مستوى لها. ويلاحظ كذلك أنه عندما يكون الناتج الحدي  $MP_L$  متزايدا يكون التكلفة الحدية  $MC$  متناقصا والعكس صحيح.

#### 6- توضيح العلاقات السابقة بيانيا :

يمكننا تمثيل العلاقات السابقة بيانيا كما يلي في الشكل البياني التالي :



من الشكل أعلاه يمكننا إيجاد العلاقة بين منحى متوسط التكاليف المتغيرة ومنحى التكلفة الحدية في النقاط الثلاث التالية :

- إذا كان منحى متوسط التكاليف المتغيرة  $AVC$  أعلى من منحى التكلفة الحدية  $MC$  فإن متوسطة التكلفة المتغيرة  $AVC$  في حالة تناقص.

- إذا كان منحى التكلفة الحدية  $MC$  يقطع منحى متوسط التكاليف المتغيرة  $AVC$  فإن هذا الأخير (متوسطة التكلفة المتغيرة  $AVC$ ) عند حده الأدنى.

- إذا كان منحى متوسط التكاليف المتغيرة  $AVC$  أقل من منحى التكلفة الحدية  $MC$  فإن متوسطة التكلفة المتغيرة  $AVC$  في حالة تزايد.

## 2- العلاقة بين منحى متوسط التكاليف الكلية ومنحى التكلفة الحدية :

من الشكل أعلاه يمكننا إيجاد العلاقة بين منحى متوسط التكاليف الكلية ومنحى التكلفة الحدية في النقاط الثلاث التالية :

- إذا كان منحى متوسط التكاليف الكلية  $ATC$  أعلى من منحى التكلفة الحدية  $MC$  فإن متوسطة التكلفة الكلية  $ATC$  في حالة تناقص.

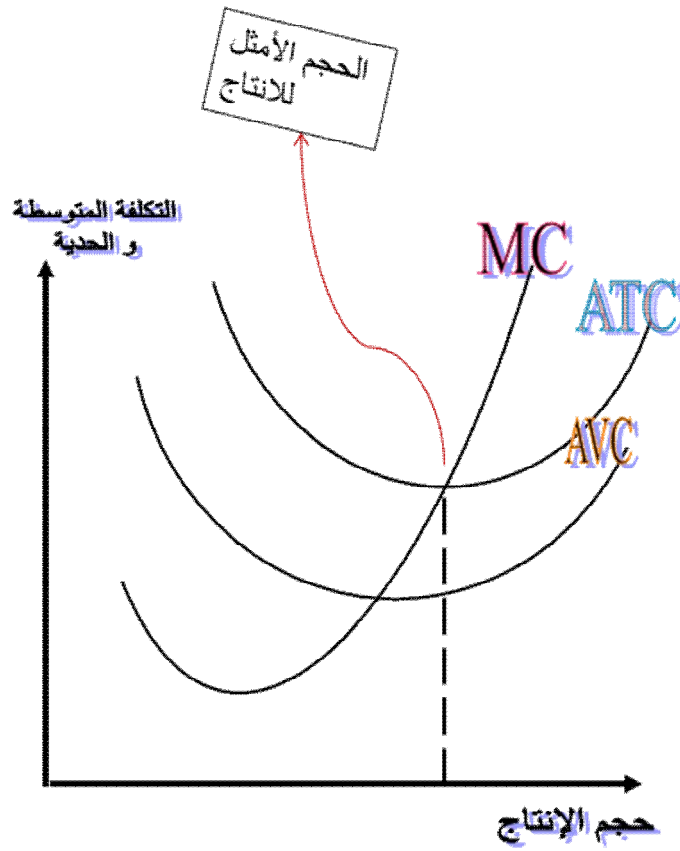
- إذا كان منحى التكلفة الحدية  $MC$  يقطع منحى متوسط التكاليف الكلية  $ATC$  فإن هذا الأخير (متوسطة التكلفة الكلية  $ATC$ ) عند حده الأدنى.

- إذا كان منحى متوسط التكاليف الكلية  $ATC$  أقل من منحى التكلفة الحدية  $MC$  فإن متوسطة التكلفة الكلية  $ATC$  في حالة تزايد.

$AP_L$	$MP_L$	TP	L
0	-	0	0
50	50	50	1
60	70	120	2
60	60	180	3
55	40	220	4
50	30	250	5
45	20	270	6
40	10	280	7
35	0	280	8
30	- 10	270	9

### 5. توازن المؤسسة في المدى القصير

إن هدف أي مؤسسة في نظرية التكاليف هو الحصول على مستوى إنتاج بأدنى تكلفة ممكنة، ولذا تعمل المؤسسة بكل جهد على تقليل تكلفة الوحدة الواحدة من الإنتاج وهذا من خلال التحديد الأمثل لوحدات من عناصر الإنتاج المستخدمة، وبالتالي إذا توصلت هذه المؤسسة إلى تحقيق هذا الهدف نقول على أن المؤسسة في حالة توازن المؤسسة باستخدام نظرية التكاليف في المدى القصير، وهذا لا يتحقق إلا إذا تحقق الشرط الرياضي التالي:  $MC = ATC$ ، والتي يمكن إيجادها بيانيا من خلال نقطة تقاطع منحنى التكلفة الحدية MC مع منحنى متوسط التكاليف الكلية ATC.



**ثالثا: التكاليف الإنتاج في المدى الطويل Production Costs in the Long Run****1. مفهوم الفترة الزمنية طويلة الأجل**

يعرف المدى الطويل بأنه الفترة الزمنية التي تستطيع فيها المؤسسة من تغيير جميع عناصر الإنتاج (مثل المباني، الآلات والأراضي والعمال والطاقة الإنتاجية للمؤسسة.....)، وعليه فإن تكاليف الإنتاج في الأجل الطويل تختلف عنها في الأجل القصير، من حيث إمكانية تغيير حجم جميع عناصر الإنتاج أو الطاقة الإنتاجية بكاملها في المدى الطويل، بينما لا يتسنى ذلك الأمر في المدى القصير، وبالتالي تصبح جميع عناصر الإنتاج في المدى الطويل متغيرة، والذي ينتج عنه بأن كافة التكاليف في المدى الطويل تعتبر تكاليف متغيرة، ولذا ففي الفترة الطويلة لا تكون هناك تكاليف ثابتة بل تكون قيمتها مساويا صفر ( $TFC = 0$ )، أي أن  $TC = TVC$ ، وفي هذه الحالة سوف يواجه المنتج مشكلتين لتحديد قراراته فالأولى خاصة بتحديد كمية الإنتاج أما الثانية في تحديد الحجم الأمثل للمؤسسة أو المشروع.

**2. أنواع تكاليف الإنتاج في المدى الطويل**

من أجل الدراسة والتحليل تكاليف الإنتاج في المدى الطويل يمكننا تصنيفها إلى ما يلي:

**أ- التكاليف الكلية في المدى الطويل Long Run Total Cost(LTC)**

وهي عبارة عن مجموع التكاليف التي تتحملها المؤسسة من أجل إنتاج كمية محددة من السلع والخدمات في المدى الطويل، والتي تكون عندها جميع عناصر الإنتاج متغيرة،  $TC = TVC = P_L * L + P_K * K$ ، حيث أن  $(K, L)$  عناصر إنتاج متغيرة، ونرمز لها بالرمز LTC.

**ب- التكاليف المتوسطة في المدى الطويل Long Run Average Cost(LRAC)**

وهي عبارة عن نصيب أو مقدار الوحدة المنتجة الواحدة من التكاليف الكلية في المدى الطويل، وهي عبارة عن حاصل قسمة التكاليف الكلية على عدد الوحدات المنتجة من السلعة أو الخدمة في المدى الطويل، ونرمز لمتوسط التكاليف الكلية للإنتاج في المدى الطويل بالرمز LATC، ويمكن أن نعبر عنه رياضيا كما يلي :

$$LATC = \frac{LTC}{Q} = \frac{LTVC}{Q}$$

**ج- التكلفة الحدية في المدى الطويل Long Run Marginal Cost(LRMC)**

وهي عبارة عن مقدار التكلفة المضافة من أجل زيادة إنتاج وحدة واحدة في الناتج الكلي في المدى الطويل، وبصفة أخرى فالتكلفة الحدية عبارة عن مقدار التغير في التكلفة الكلية في المدى الطويل الناتجة عن إضافة وحدة واحدة من الإنتاج، ونرمز لها بالرمز LRMC، ويمكن أن نعبر عنه رياضيا كما يلي :

$$LMC = \frac{\Delta LTC}{\Delta Q}$$

وهذا في حالة القيم المتقطعة، أما إذا كانت التكاليف على شكل دالة:

$$LTC = f(Q)$$

فإن التكلفة الحدية عبارة عن مشتق هذه الدالة أي :

$$LMC = \frac{\partial LTC}{\partial Q}$$

### 3. منحنيات التكاليف في المدى الطويل Cost Curves in the Long Run

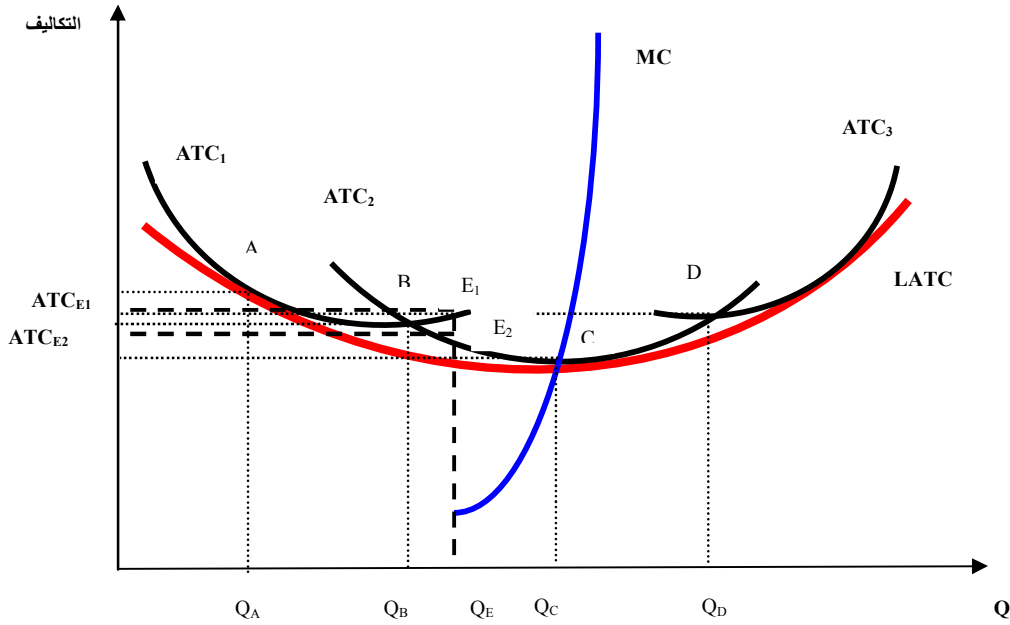
#### أ- منحنى التكلفة المتوسطة في المدى الطويل:

كما ذكر سابقاً فإن متوسط التكلفة في المدى الطويل، هو تقسيم التكاليف الكلية في المدى الطويل على كمية الإنتاج وذلك عندما تكون جميع عناصر الإنتاج متغيرة، وتستطيع المنشأة اختيار عناصر الإنتاج الأكثر كفاءة والتي تتناسب مع حجم المشروع.

أما شكل منحنى التكاليف المتوسطة في الفترة الطويلة فيكون على شكل حرف U مثل منحنى متوسط التكلفة في المدى القصير ولكنه أكثر انفرجاً منه، وفي المراحل الأولى نجد أن منحنى التكاليف المتوسطة يتناقص مع زيادة حجم الإنتاج ويصل إلى أدنى نقطة عند حجم معين من الإنتاج ثم يبدأ بالزيادة ويعود تفسير ذلك إلى الاستفادة مما يسمى وفورات الحجم Economic of Scale وهذا يعني أن المنشآت كبيرة الحجم أكثر كفاءة من المنشآت الصغيرة، وفي أدنى نقطة في منحنى التكلفة المتوسطة في المدى الطويل يكون المشروع قد وصل إلى الحجم الأمثل Optimal Size .

وأي زيادة في حجم المنشأة بعد ذلك سيؤدي إلى زيادة التكاليف المتوسطة، وهذا يعني وجود تبذيرات الحجم Diseconomic of Scale ومعناه أن المنشأة أصبحت أقل كفاءة، وكفاءة الحجم تظهر بالاستفادة من التخصص في العمل، ووفرة شراء الكميات الكبيرة من المواد الخام، أما تبذيرات الحجم فتظهر نتيجة التزام عناصر الإنتاج عدم السيطرة التنظيمية ووجود بعض أشكال الفوضى، الصراع بين الإداريين نتيجة لتداخل خطوط السلطة والمسؤولية وضعف الرقابة. والشكل التالي يمثل منحنى التكاليف المتوسطة في المدى الطويل وهو يحتضن أو يغلف عدة منحنيات لمتوسط التكاليف المتغيرة في الفترة في الفترة القصيرة. ويلاحظ كيف أن هذا المنحنى يحتضن جميع منحنيات متوسط التكاليف في المدى القصير، كما أنه يلاحظ كيف أن منحنى متوسط التكاليف في الفترة الطويلة ينخفض في المراحل الأولى لتوسع المنشأة حتى يصل إلى أدنى نقطة له (c) حيث تشير إلى الحجم الأمثل للمشروع عندما ينتج 400 وحدة من الإنتاج. ويكون متوسط تكلفة الوحدة الواحدة من الإنتاج أقل ما يمكن، فإذا أنتج المشروع أقل من تلك الكمية، فإن تكلفة الوحدة سوف تزداد، وإذا أنتج أكثر فإن تكلفة الوحدة سوف تزداد. فالكميات من الإنتاج المتمثلة في النقاط (a, b, d and e) هي أكثر تكلفة من c.



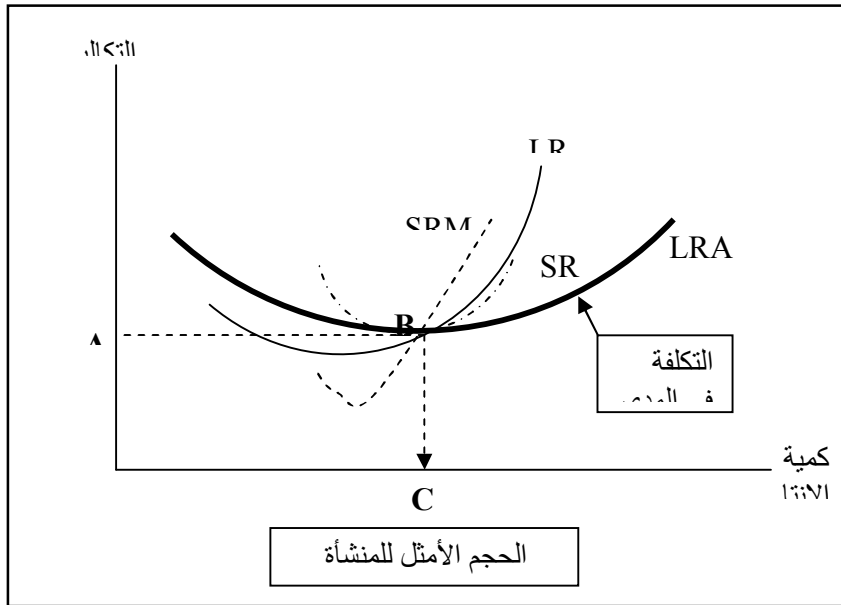


ب- منحنى التكلفة الحدية :

لقد رأينا مما سبق كيفية توسيع المنشأة في المدى الطويل على منحنى التكلفة المتوسطة في المدى الطويل LRAC ومنه يمكن معرفة التكلفة الكلية في المدى الطويل من خلال:  
التكلفة الكلية في المدى الطويل = متوسط التكلفة في المدى الطويل \* الكمية

$$LRTC = LRAC \times Q$$

ومنه يمكن معرفة واشتقاق منحنى التكلفة الحدية في المدى الطويل LRMC ويمكن ملاحظة الحجم الأمثل للمنشأة من خلال الشكل التالي: حيث تصل المنشأة إلى الحجم الأمثل، عندما يكون منحنى متوسط التكاليف في الفترة الطويلة LRAC في أدنى مستوى له وعندما تتساوى مع التكلفة الحدية في الفترة الطويلة LRMC في النقطة B وعندها يكون منحنى متوسط التكلفة في الفترة الطويلة SRAC وفي نفس الوقت يقطع منحنى LRMC ومنحنى SRMC منحنيات متوسط التكاليف في الفترة الطويلة والقصيرة ويصبحان أعلى منهما. وهذه النقطة تشير إلى الحجم الأمثل للإنتاج C وأقل تكلفة A.



**الفصل الرابع:**

**توازن السوق**

## الفصل الرابع: توازن السوق

أولا : مفاهيم عامة

1. مفهوم السوق :

فالمفهوم الحديث للسوق يقصد به الحيز أو الوسط التي تتم خلاله مبادلة السلع والخدمات بين البائعين والمشتريين بمقابل نقدي"

2. السوق في المفهوم العادي

هو ذلك المكان الذي يذهب إليه الناس لشراء حاجياتهم المختلفة من السلع والخدمات.

3. السوق في المفهوم الاقتصادي

هو عبارة عن مجموعة من البائعين والمشتريين الذين يرغبون في بيع وشراء سلعة معينة.

هناك ملاحظتان هامتان حول هذا التعريف:

1- عدم ضرورة ارتباط السوق في المفهوم الاقتصادي بمكان معين، فالسوق بهذا المفهوم هو أي مجال يتم فيه البيع والشراء سواء كان ذلك عن طريق الهاتف أو الجوال أو الفاكس أو الإنترنت ... إلخ.

2- لا يوجد في المفهوم الاقتصادي سوقا واحدة لكافة السلع والخدمات ولكن يوجد لكل سلعة سوقا خاصا بها، وهذا السوق يتمثل بالطلب والعرض من هذه السلعة.

يفترض نظام السوق في علاقته المبدئية وحدتين رئيسيتين لاتخاذ القرارات الاقتصادية :

أ) قطاع المستهلكين وهؤلاء يمثلون الأفراد والعائلات التي تشتري السلع والخدمات ولكنها تباع عناصر الإنتاج مثل خدمات العمل وراس المال والأرض

ب) قطاع الأعمال وهؤلاء يقومون بشراء خدمات عناصر الإنتاج من قطاع المستهلكين لغرض إنتاج السلع والخدمات التي يبيعونها بدورهم إلى قطاع المستهلكين .

فهناك علاقة بيع وشراء بالنسبة للسلع والخدمات وعلاقة بيع وشراء بالنسبة لعناصر الإنتاج ومجموع تلك العلاقات ونتائجها تمثل نظام السوق ونحن نتعرض لنظام السوق في جوانب كثيرة من حياتنا إذ

إننا كثيرا ما نبيع ونشتري ولكن يغيب عن الكثيرين إدراك الكيفية التي يسير فيها تنظيم السوق او المؤشرات التي نعرف من خلالها رغبات البائعين والمشتريين .

## ثانيا: السوق ونظام الأسعار

ففي نظام السوق يتعامل البائعون والمشترون بتبادل المنافع بينهم، حيث تعتبر الأسعار مؤشرات لتسجيل رغبات كلا الطرفين فهي تزودهم بالمعلومات اللازمة وتعطيهم الحوافز التي تدفعهم لتبادل، وفي ظل اقتصاديات السوق حيث نجد هناك لكل سلعة ولكل خدمة سعر محدد طالما كانت السلعة او الخدمة نادرة أو متوفرة اقتصاديا فهناك سعر للقمح وسعر للسكر وسعر للذهب وسعر لخدمة العامل..... وغيرها، وتختلف هذه الأسعار باختلاف درجة تجانسها، إذ يمكن أن يوجد أكثر من سعر لسلعة أو الخدمة الواحدة باختلاف نوعيتها، وتمثل تلك الأسعار المؤشرات التي تستطيع من خلالها وحدات القرار الاقتصادي اتخاذ قراراتها الإنتاجية والاستهلاكية.

وتتحد أسعار السلع والخدمات في لسوق عن طريق قوى العرض والطلب في إطار سوق، والذي يهدف إلى استيعاب خصائص الوضع الأمثل للسوق ليتسنى لنا مقارنته بالوضع القائم فعلا.

### 1. مفهوم توازن

يقصد بالتوازن هو ذلك الوضع الذي تم التوصل إليه فلا يوجد ما يدعو إلى تغييره ما لم تحدث تغيرات خارجية تؤدي إلى ذلك.

### 2. تحديد نقطة التوازن

لتحديد توازن السوق هناك طريق مختلفتين هما الطريقة الرياضية والبيانية.

#### أ- توازن السوق باستخدام الطريقة الرياضية :

يقصد بتوازن السوق رياضيا بالحالة التي عندها تتساوي الكمية المطلوبة  $Q_D$  مع الكمية المعروضة  $Q_S$  من نفس السلعة خلال فترة زمنية معينة، وبعبارة أخرى يتحقق توازن السوق عندما يرغب المشترون في شراء كمية معينة من السلعة والتي يرغب البائعون في بيعها (نفس الكمية) خلال فترة السوق والتي يخلو فيها السوق من السلعة، فلا فائض ولا عجز في السوق، أي:

$$Q_D = Q_S$$

وعند نقطة التوازن ينتج لدينا عنصران هما سعر التوازن  $P_0$  وكمية التوازن  $Q_0$ .

- مفهوم سعر توازن السوق :

هو السعر المتحقق فعلا في السوق، بتساوي الكمية التي يرغب المستهلكون في شرائها من السلعة أو الخدمة مع الكمية التي يرغب المنتجون في عرضها منها.

- مفهوم كمية توازن السوق :

وهي الكمية التي تتساوى فيها الكمية التي يرغب المستهلكون بشرائها من السلعة أو الخدمة مع الكمية التي يرغب المنتجون في عرضها منها.

مثال :

لتكن لدينا دالتا الطلب والعرض السوقي لسلعة  $X$  كما يلي :

$$\begin{cases} Q = 11 - P \\ Q = 5 + P \end{cases}$$

المطلوب :

1. ميز بين دالة الطلب ودالة العرض السوقي للسلعة  $X$  ؟

2. حدد توازن السوق رياضيا؟

الحل :

1- التمييز بين دالة الطلب ودالة العرض السوقي للسلعة  $X$

يمكننا التمييز بين دالتا الطلب والعرض السوقي للسلعة أو الخدمة من خلال قانوني الطلب والعرض، حيث قانون الطلب ينص دوما على وجود علاقة عكسية بين السعر والكمية المطلوبة، بينما قانون العرض ينص على وجود علاقة طردية بين السعر والكمية المعروضة، ومن خلال نص التمرين نجد أن:

$$\begin{cases} Q_D = 11 - P \rightarrow \text{دالة الطلب} \\ Q_S = 5 + P \rightarrow \text{دالة العرض} \end{cases}$$

2- تحديد توازن السوق رياضيا:

يكون السوق في حالة توازن إذا تحقق الشرط التالي :

$$\begin{aligned} Q_D &= Q_S \\ \Leftrightarrow 11 - P &= 5 + P \\ \Leftrightarrow 2P &= 11 - 5 \\ \Leftrightarrow 2P &= 6 \\ \Leftrightarrow P_0 &= 3 \end{aligned}$$

وبالتعويض في إحدى الدالتين (الطلب أم العرض) نجد كمية التوازن.

$$\begin{cases} Q_0 = 11 - P_0 = 11 - 3 = 8 \\ Q_0 = 5 + P_0 = 5 + 3 = 8 \end{cases}$$

وبالتالي يكون السوق في حالة توازن إذا كان سعر البيع (التوازن)  $P_0 = 3$  وكمية التوازن

$$.Q_0 = 8$$

ب- توازن السوق باستخدام الطريقة بيانيا :

يمكننا إيجاد توازن السوق بيانيا من خلال نقطة تقاطع منحنى الطلب  $Q_D$  مع منحنى العرض

$Q_S$  من نفس السلعة خلال فترة زمنية معينة.

مثال :

لتكن لدينا دالتي الطلب والعرض السوقي لسلعة  $X$  كما يلي :

$$\begin{cases} Q_D = 11 - P \\ Q_S = 5 + P \end{cases}$$

المطلوب :

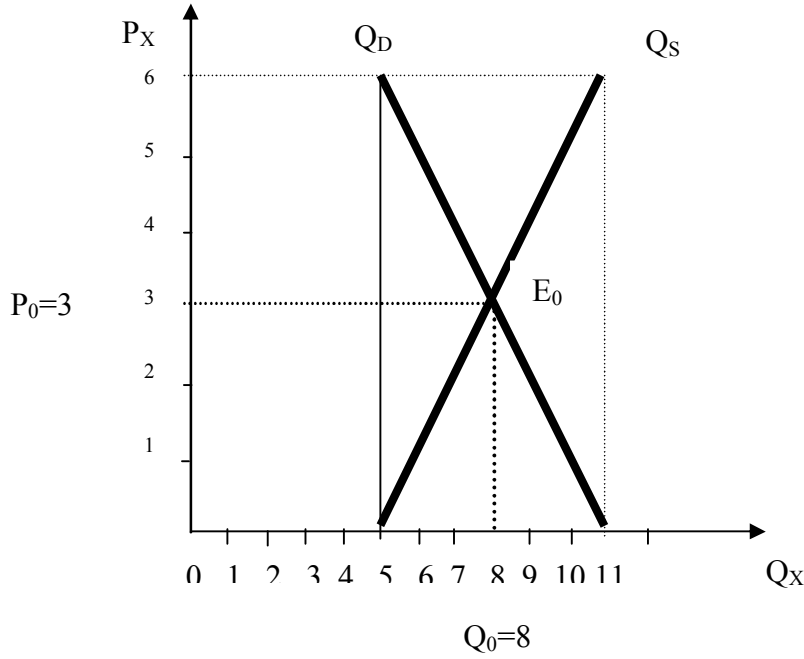
- 1- أوجد كل من جدول الطلب والعرض لسلعة  $X$  ؟
- 2- مثل منحنى الطلب والعرض السوقي لسلعة  $X$  على نفس المعلم؟
- 3- حدد توازن السوق بيانيا؟

الحل :

- 1- أوجد كل من جدول الطلب والعرض لسلعة  $X$

$P_X$	$Q_{DX}$	$Q_{SX}$
0	11	5
1	10	6
2	9	7
3	8	8
4	7	9
5	6	10
6	5	11

2- التمثيل البياني لمنحى الطلب والعرض لسلمة X على نفس المعلم:



3- تحديد توازن السوق بيانيا

يمكننا إيجاد توازن السوق بيانيا من خلال نقطة تقاطع منحى الطلب  $Q_D$  مع منحى العرض  $Q_S$  من نفس السلمة خلال فترة زمنية معينة.

وبالتالي يكون السوق في حالة توازن عند النقطة  $E_0$  إذ أن سعر التوازن هو  $P_0 = 3$  وكمية التوازن  $Q_0 = 8$ .

- تحديد نقطة التوازن:

عرفنا أن الطلب يمثل رغبة المستهلكين والعرض يمثل رغبة البائعين، وتفاعل هاتين الرغبتين معا أي تفاعل قوة العرض وقوة الطلب ينتج عنهما تحديد السعر الذي يتم به تبادل السلمة فعلا وكذلك الكمية التي يتم تبادلها فعلا. ويسمى هذا السعر بثمان التوازن، كما تسمى الكمية كمية التوازن. ولتوضيح كيفية تفاعل رغبات المشترين ورغبات البائعين معا وتحديد ثمن التوازن نستعين بالجدول الآتي:



الفائض (+) أو العجز (-)	الكمية المعروضة	الكمية المطلوبة	السعر (السعر)
+1000	1500	500	100
+400	1200	800	80
صفر	1000	1000	60
-700	700	1400	40
-1200	500	1700	20

يبين الجدول الكميات المطلوبة والكميات المعروضة عند الأسعار المختلفة. فعند السعر 100 ريالا يستطيع المنتجون إنتاج 1500 وحدة؛ إلا أن هذا السعر من وجهه نظر المشتريين مرتفعا وبالتالي تصبح الكمية المطلوبة فقط 500 وحدة، أي أن هناك فائضا في الإنتاج (1000) وحدة، ولكي يتخلص المنتجون من هذا الفائض فإن عليهم إغراء المستهلكين أو المشتريين من خلال تخفيض السعر. وبالتالي فإن وجود فائض يعتبر مؤشرا يدفع نحو تخفيض سعر السلعة والذي يؤدي إلى:

- زيادة الكمية المطلوبة بسبب التخفيض في سعر السلعة.

- نقص الكمية المعروضة بسبب تخفيض السعر ونقص الأرباح وزيادة تكاليف الإنتاج.

أما إذا انخفضت الأسعار إلى (20 ريالا) للوحدة فإن هذا السعر لا يناسب المنتجين لكونه منخفضا ولكنه مغريا من وجهة نظر المشتريين، وبالتالي تزيد الكمية المطلوبة إلى 1700 وحدة بينما يقلل المنتجون حجم الإنتاج بسبب انخفاض سعر السلعة وانخفاض حجم الإنتاج وارتفاع تكلفة إنتاج الوحدة.. وهكذا يستمر التفاعل بين العرض والطلب إلى أن يحدث توافق بين رغبات المشتريين ورغبات المنتجين وعندئذ يتحدد سعر توازني وكمية توازنية ويختفي الفائض والعجز من السلعة ويستقر السوق .  
والخلاصة، إنه إذا كانت الكمية المطلوبة أكبر من الكمية المعروضة يكون هناك عجز وإذا كانت الكمية المعروضة أكبر من الكمية المطلوبة يكون هناك فائضا وإذا تساوت الكمية المطلوبة مع الكمية المعروضة يكون هناك توازنا في السوق.

### 3- أنواع توازن السوق :

يعرف التوازن بأنه توازن مستقر إذا أدى الانحراف عن حالة التوازن إلى خلق قوى اقتصادية من شأنها إعادة التوازن إلى حالته الأولى . وبالعكس يطلق على التوازن بأنه توازن غير مستقر إذا ابتعدنا عن حالة التوازن الأولى .

أ- التوازن المستقر:

يعود تعليل وجود هذا النوع من التوازن إلى انه لو لسبب ما ارتفع سعر السلعة  $x$  فأصبح أعلى من مستوى سعر التوازن \$4 ففي هذه الحالة ستصبح الكمية المعروضة اكبر من الكمية المطلوبة وسيؤدي الفائض في عرض السلعة  $x$  إلى دفع السعر نحو الأسفل باتجاه سعر التوازن \$4 وبالمثل عندما يكون سعر السلعة  $x$  اقل من مستوى سعر التوازن عندئذ ستصبح الكمية المطلوبة اكبر من الكمية المعروضة وسيؤدي النقص في السلعة  $x$  إلى دفع السعر إلى الأعلى نحو سعر التوازن .

#### ب- التوازن غير المستقر:

ويشترط لتحقيق التوازن غير المستقر أن يكون منحنى عرض السوق سالب الميل وأقل انحدار من منحنى طلب السوق السالب الميل . أما إذا كان منحنى عرض السوق السالب الميل أكثر انحدار من منحنى طلب السوق السالب ففي هذه الحالة يصبح التوازن مستقرا .

#### 4. أثر تغيير منحنى العرض والطلب على حالة التوازن في السوق

نتنقل لنرى كيف يؤثر التغيير في المتغيرات الداخلة في كل من دالة العرض ودالة الطلب (عدا سعر السلعة نفسها) على انتقال منحنى العرض ومنحنى الطلب ومن ثم تغيير حالة التوازن .  
- الأسعار الدنيا :

إن قيام الدولة بتحديد سعر أدنى للسلعة من شأنه أن يؤدي إلى خلق فائض من السلعة وعادة على مثل هذا الفائض اسم " فائض الإنتاج " والمقصود بفائض الإنتاج هو أن تكون الكمية المعروضة اكبر من الكمية المطلوبة عند مستوى الأسعار الدنيا .

ومن الملاحظ أن الأسعار الدنيا تتسبب في خلق فائض عندما تتحد عند مستوى يفوق المستوى التوازني للعرض والطلب . ويعتمد حجم هذا الفائض على الفرق بين الأسعار الدنيا وسعر التوازن وكذلك على أشكال منحنيات العرض والطلب فعند الأخذ بثبات الأسعار الدنيا عند مستوى معين عندئذ سيعتمد التغيير في حجم الفائض من فترة إلى أخرى على التغيير الحاصل في العرض والطلب ففي بعض الأحيان قد يرتفع سعر التوازن ليصبح أعلى من الأسعار الدنيا وبالتالي يختفي الفائض لفترة من الزمن . يعتبر وجود الفائض مشكلة اقتصادية فقيام الحكومة بتحديد الأسعار الدنيا يجب أن يرافقه بعض الإجراءات التي من شأنها تخليص السوق من فائض العرض وإلا لا يمكن أن تصبح سياسة تحديد الأسعار الدنيا سياسة فعالة ومن الإجراءات المتبعة في هذا الشأن هو قيام الحكومة بشراء الكميات الفائضة من السلعة والاحتفاظ بها أو التخلص منها إذا قد يتم إتلاف الفائض من المواد الغذائية أو نقل الكمية

الفائضة منها إلى الأسواق الأخرى . ففي الولايات المتحدة الأمريكية يتم نقل الفائض من الحليب إلى الأسواق التي يتم فيها تحويل الحلب إلى مشتقاته من زبده وجبنه ومنتجات ألبان أخرى .

إن السعر التوازن السابق والمتحقق في السوق لا يبقى مستقرا على حاله إنما يتغير نتيجة لتغيرات

قوى الطلب أو قوى العرض أو كليهما .

أولاً - تغير الطلب مع ثبات العرض .

ثانياً - تغير العرض مع ثبات الطلب .

ثالثاً - تغير الطلب والعرض معا .

وهي أربع حالات :

أ. حالة زيادة الطلب وزيادة العرض .

ب. حالة نقص الطلب ونقص العرض .

ج. حالة زيادة الطلب ونقص العرض .

د. حالة نقص الطلب وزيادة العرض .

## 6. بعض التطبيقات على نظرية العرض والطلب

### أ - حالة فرض ضريبة غير مباشرة

إن فرض ضريبة غير مباشرة على السلعة التي يبيعها منتج معين تؤدي إلى زيادة تكاليف الإنتاج فيلجأ

المنتج إلى تخفيض العرض .

فكلما زادت المرونة تضعف قدرة المنتج على رفع السعر ، حيث أن رفع ثمن السلعة ذات الطلب المرن

يؤدي إلى انخفاض الكمية المطلوبة بنسبة أكبر من نسبة ارتفاع السعر . وعلى ذلك فإنه كلما كانت

السلعة ذات طلب أكثر مرونة تحمل المنتج العبء الأكبر من الضريبة . والعكس يحدث عندما يكون

الطلب على السلعة غير مرن ، إذ يتمكن المنتج من رفع السعر ليحمل المستهلك الجزء الأكبر من العبء

الضريبي .

وبناء على ما تقدم فإن المنتج في حالة السلعة ذات الطلب لا نهائي المرونة يتحمل عبء الضريبة وحده

وبالكامل ، هذا في حين يتحمل المستهلك كامل العبء عندما يكون الطلب على السلعة عديم المرونة .

## ب - حالة منح إعانة Subsidy :

إن تأثير منح إعانة إنتاج من الحكومة يهدف تخفيض ثمنها لمصلحة المستهلك أو تشجيع الإنتاج المحلي ، هو عكس تأثير فرض الضريبة الغير مباشر ، حيث يمكن اعتبار الإعانة ضريبة سلبية .  
أما عن توزيع الإعانة بين المنتج والمستهلك ، أيهما يستفيد أكثر ، فيعتمد أيضا على مرونة الطلب . فكلما كانت المرونة أكبر كلما استفاد المنتج أكثر من الإعانة ، والعكس كلما انخفضت المرونة استفاد المستهلك أكثر . وعلى ذلك نجد أن المستهلك في حالة الطلب عديم المرونة يستفيد وحده من الإعانة إذ ينخفض ثمن السلعة بمقدار الإعانة كاملا . أما في حالة الطلب لا نهائي المرونة فالمنتج هو المستفيد وحده من الإعانة ، ولن يكون هناك أي انخفاض في ثمن السلعة .

## ج . تحديد التسعير الإداري

التسعير الجبري " تدخل السلطات العامة في تحديد أثمان بعض السلع والخدمات " . ويتخذ التسعير الجبري أحد شكلين ، هما : وضع حد أقصى للثمن ، وضع حد أدنى للثمن .

## - وضع حد أقصى للسعر :

غالبا ما تلجأ السلطات إلى التدخل في أثمان بعض السلع خاصة الضرورية والاستهلاكية منها ، وذلك بوضع حد أقصى للثمن لا يجوز البيع بأكثر منه ، بغض النظر عن السعر السائد في السوق والمتحدد بقوى العرض والطلب .

## - وضع حد أدنى للسعر :

قد تقرر السلطات وضع حد أدنى لسعر بعض السلع والخدمات لا يجوز البيع بثمن أقل منه ، ومن أمثلة ذلك تحديد الأجور ، أو وضع حد أدنى للأجور لحماية للعمال .

### ثالثا: توازن المنتج في ظل سوق المنافسة التامة

#### 1. خصائص سوق المنافسة التامة

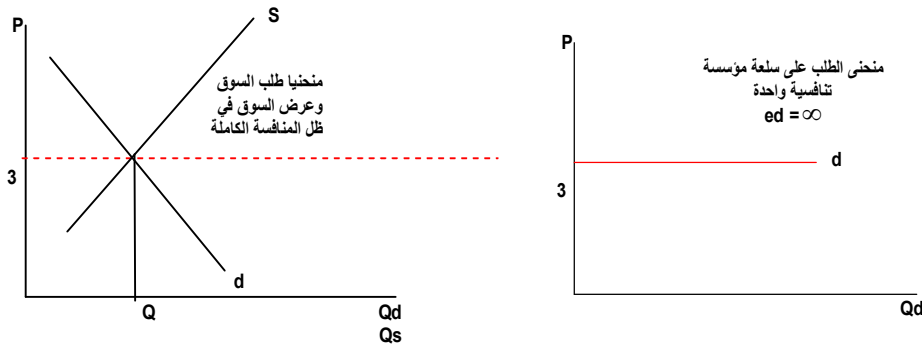
تناولنا فيما سبق سوق المنافسة التامة ، وتعرفنا على خصائصها وهي :

✓ وجود عدد كبير من البائعين والمشتريين في السوق: وهذا يعني أن كل بائع أو مشتر لا يستطيع التأثير على السعر بمفرده، أي أن كل بائع ومشتري يأخذ السعر السائد في السوق مسلما به ويتصرف على ضوءه، وفي هذه الحالة نقول أن كل بائع (أو مشتر) يعد مستقبلا للسعر أو أخذاله Price-taker، ولكن من الذي يحدد السعر السائد في السوق، إن ذلك يتم بتفاعل قوى الطلب والعرض مجتمعة، وعلى ذلك فإن منحى طلب السوق في حالة المنافسة الكاملة هو منحى الطلب العادي سالب الميل، ولكن منحى الطلب على سلعة منتج واحد في سوق المنافسة الكاملة يكون أفقيا عند سعر السوق السائد "لا نهائي المرونة" ويتضح ذلك من خلال الشكل البياني أدناه. وهذا من شأنها سيادة ثمن واحد في السوق ، ولذلك فإن منحى الطلب الذي يواجه منشأة تعمل في ظل المنافسة التامة هو عبارة عن خط مستقيم يوازي المحور الأفقي .

ولما كان السعر ثابتا لا يتغير مع زيادة الوحدات المنتجة أو المباعة ، فإن الإيراد الكلي يتزايد بمعدل ثابت . وبالتالي فإن منحى الإيراد الكلي يتخذ شكل خط مستقيم ينبثق من نقطة الأصل . ويترتب على ذلك أن يكون :

$$\text{السعر} = \text{الإيراد الحدي} = \text{الإيراد المتوسط}$$

حيث أن الإيراد الحدي هو التغير في الإيراد الكلي الناتج عن تغير عدد الوحدات المنتجة بوحدة واحدة . ولما كان الإيراد الكلي يزيد بمعدل ثابت فهذا يعني أن الإيراد الحدي يبقى ثابتا ومساويا للثمن .



✓ جميع المنتجين في السوق ينتجون وبيعون سلعة متجانسة: وهذا يعني أن سلعة كل منتج هي بديل كامل لسلعة المنتجين الآخرين، فعندما نتحدث عن سوق القمح مثلا فإننا نفترض أن جميع منتجي

القمح ينتجون نفس النوع من القمح بحيث لا يمكن التمييز بين قمح مزارع منهم و قمح بقية المزارعين، وبالتالي لن يستطيع أي منتج أن يبيع شيئاً على الإطلاق إذا حاول أن يرفع سعر السلعة التي ينتجها ولو بنسبة ضئيلة جداً عن سعر السوق لأن المستهلكين سوف يتحولون عنه إلى المنتجين الآخرين الذين ينتجون نفس السلعة، وهذا يقودنا إلى نفس النتيجة السابقة وهي أن الطلب على سلعة كل منتج في السوق هو طلب لا نهائي المرنة.

✓ حرية الدخول إلى السوق والخروج منه: وهذه الخاصية تعني سهولة انتقال عناصر الانتاج من سلعة إلى أخرى ومن نقطة جغرافية إلى أخرى أي أنه لا توجد عوائق لانتقال عناصر الانتاج بين الاستعمالات المختلفة البديلة. وهذا يعني أنه يمكن لكل شخص أن يدخل في سوق الانتاج إذا رغب في ذلك وبالعكس يستطيع أن يخرج إذا لم يعد يرغب، وهذا يعني إمكانية تحريك جميع الموارد الإنتاجية في يسر تام فمثلاً منتج القمح إذا لم يعد يرغب في انتاج القمح فإنه يستطيع أن يحول عناصر الانتاج التي لديه إلى انتاج سلعة أخرى كالشعير والذرة.

✓ المعرفة التامة : بأحوال السوق خصوصاً أنواع وأسعار الموجودة فيه وهذا يعني أن كل مستهلك يعرف الأسعار التي يعرض بها المنتجون سلعهم وبالتالي لا يستطيع هؤلاء المنتجون استغلال جهل المستهلكين ومطالبتهم بسعر أعلى، وهذا الشرط يضمن وجود سعر موحد للسلعة في السوق.

أما عن منحى عرض المشروع في الأجل القصير فهو منحى التكلفة الحدية مبتدئ من نقطة الإغلاق Shut – down Point وهي "النقطة التي يتقاطع عندها منحى التكلفة الحدية ومنحى التكلفة المتوسطة المتغيرة ( أقل مستوى لها )" فإذا كان منحى طلب المشروع هو منحى الإيراد الحدي ، ومنحى عرض المشروع هو منحى التكلفة الحدية فإن توازن المنتج أو المشروع يتحقق عندما تكون :

1. التكلفة الحدية = الإيراد الحدي

2. التكلفة الحدية في حالة تزايد .

2. توازن السوق في المدى القصير

ويحقق المنتج توازنه محاولاً الحصول على أكبر قدر من الأرباح ، وهو الهدف الأساسي للمنتج، إلا أن الأرباح ليس دائماً التحقق، بل قد ينجم عن المشروع خسارة . وعليه نقول بأن التوازن قد يتحقق عند أقصى قدر من الأرباح أو أقل قدر من الخسائر . ويتحقق التوازن في سوق المنافسة الكاملة بإحدى طريقتين:

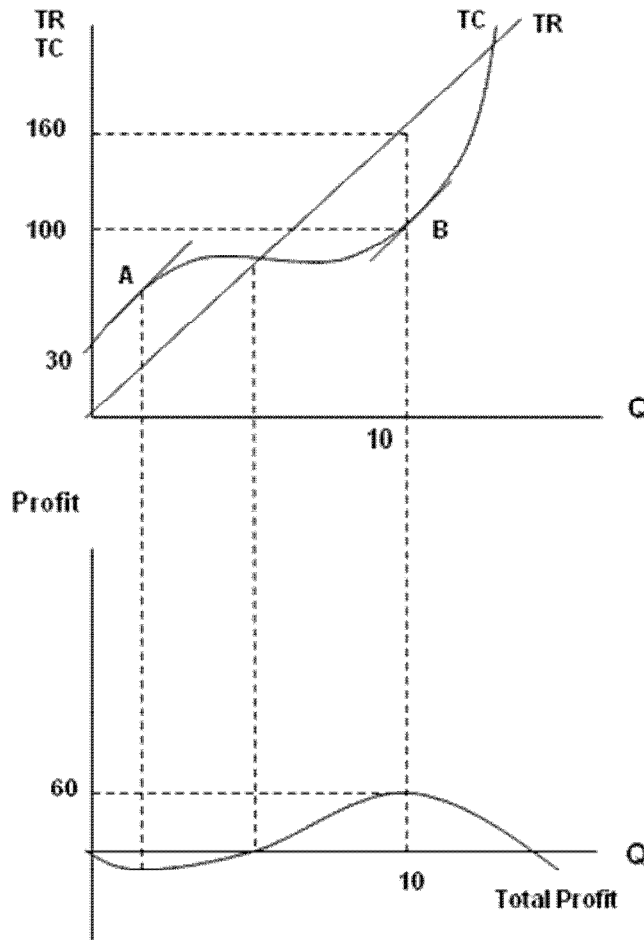
### أ- الطريق الكلية

يتحقق التوازن عند انتاج الكمية التي يكون عندها الفرق بين الإيراد الكلي TR والتكاليف الكلية TC أقصى ما يمكن.

حيث: الربح = الإيراد الكلي - التكاليف الكلية

$$\text{Profit} = \text{TR} - \text{TC}$$

ويمكن توضيح ذلك من خلال الرسم البياني التالي



يلاحظ من الشكل البياني أن منحنى الإيراد الكلي يزيد بنسبة ثابتة وذلك بسبب ثبات سعر السوق ولذلك يأخذ منحنى الإيراد الكلي شكل خط مستقيم يصعد من أسفل إلى أعلى وإلى اليمين، أما منحنى TC فإنه يتقاطع مع المحور الصادي عند النقطة 30 ون هي قيمة التكاليف الثابتة "وهي التي تتحملها المنشأة في المدى القصير سواء أنتجت أم لم تنتج" والسؤال الهام هنا هو أين تحقق المؤسسة أقصى ربح ممكن على المنحنى، هناك نقطتان يمكن التفكير بهما وهما A, B وذلك لأن ميل منحنى

التكلفة الكلية عندها = ميل منحنى الإيراد الكلي أي أن الإيراد الحدي = التكلفة الحدية عند هاتين النقطتين.

ولكن أين يتحقق أقصى ربح ممكن فعلا فعند النقطة A نلاحظ أن  $TC > TR$  ومن ثم فعند هذه النقطة تحقق المؤسسة أقصى خسارة، أما عند النقطة B يلاحظ أن  $TR > TC$  وعند هذه النقطة تحقق المؤسسة أقصى ربح ممكن حيث يكون الفرق بين  $TR$  ،  $TC$  أقصى ما يمكن، ومن خلال الرسم البياني السابق نلاحظ أن الكمية العاشرة تمثل الكمية التوازنية حيث يكون  $TR = 160$  ، وتكون  $TC$  تساوي 100 وبالتالي فإن  $Profit = 160 - 100 = 60$ .

ويلاحظ أنه قبل النقطة B فإن معدل زيادة الإيراد الكلي يكون أكبر من معدل زيادة التكاليف الكلية، أي أن  $MR > MC$  وبذلك يكون من صالح المنشأة الاستمرار في الإنتاج حتى النقطة B حيث  $MR = MC$  أما بعد النقطة B فإن معدل زيادة التكاليف الكلية يكون أكبر من معدل زيادة الإيراد الكلي ومعنى ذلك أن  $MC > MR$  وبذلك يكون في غير صالح المنشأة الاستمرار في الإنتاج، بل يكون في صالحها تقليل الإنتاج حتى الوصول إلى النقطة B.

#### ب- طريقة المتوسطات (التكاليف المتوسطة AC والإيرادات المتوسطة AR):

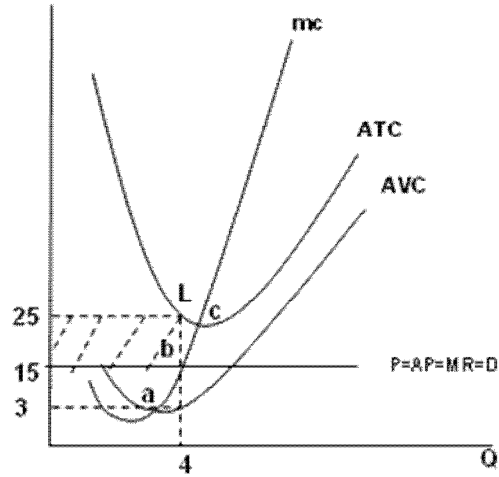
المعروف أنه في سوق المنافسة الكاملة فإن المؤسسة تأخذ سعر السوق مسلما به وعلى ذلك فإن سعر السوق يكون ثابت وهو يساوي الإيراد الحدي = الإيراد المتوسط. وعلى ذلك فإن شرط التوازن في المدى القصير باستخدام طريقة المتوسطات هو إذا كان سعر السوق (الإيراد الحدي) يساوي التكلفة الحدية  $P(MR) = MC$  فإن المؤسسة تكون قد وصلت إلى وضع التوازن شريطة أن يكون السعر أعلى من الحد الأدنى لمتوسط التكلفة المتغيرة "أعلى من سعر الإغلاق" ووضع التوازن بالنسبة للمؤسسة التنافسية لا يعني بالضرورة تحقيق ربح اقتصادي ولكنه يعني أحد الاحتمالات الثلاثة الآتية ونميز هنا ثلاث حالات للتوازن .

#### - الحالة الأولى – حالة تحقيق أقل خسارة ممكنة:

في هذه الحالة تكون الإيرادات الكلية أقل للتكاليف الكلية ، أو تساوي سعر السوق "الإيراد الحدي" مع التكلفة الحدية في المسافة الواقعة بين الحد الأدنى لمتوسط التكلفة المتغيرة "نقطة الإغلاق" والحد الأدنى لمتوسط التكلفة الكلية "نقطة التعادل" كما يتضح ذلك من الرسم البياني التالي:



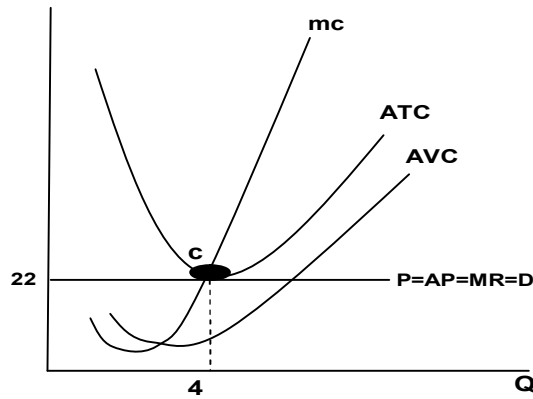
الأسعار والتكاليف



### - الحالة الثانية - حالة تحقيق أرباح عادية :

وذلك إذا تساوى الإيراد الحدي مع التكلفة الحدية عند الحد الأدنى لمتوسط التكاليف الكلية أي عند نقطة التعادل وفي هذه الحالة تكون الأرباح الاقتصادية تساوي صفر  
أو عندما تكون الإيرادات الكلية مساوية للتكاليف الكلية فإنه لا يوجد ربح ولا خسارة، ونطلق على هذه الحالة "حالة الربح العادي" لأن المنتج يحقق فيها نسبة الربح التي حسبها مسبقاً ضمن التكاليف (عائد عنصر التنظيم). ويتضح ذلك من الرسم البياني.

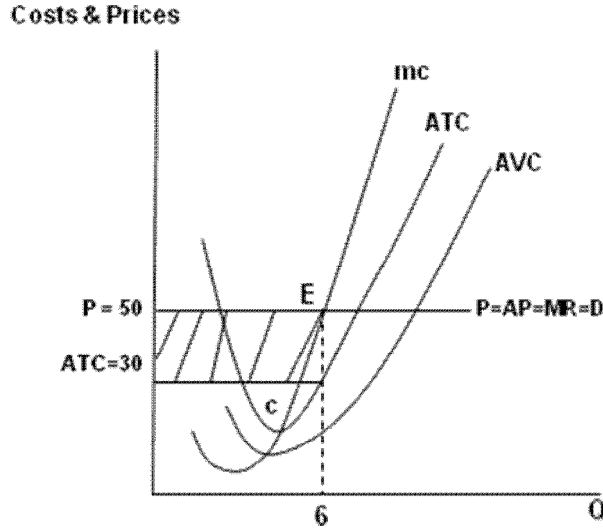
الأسعار والتكاليف



### - الحالة الثالثة - حالة تحقيق أرباح غير عادية :

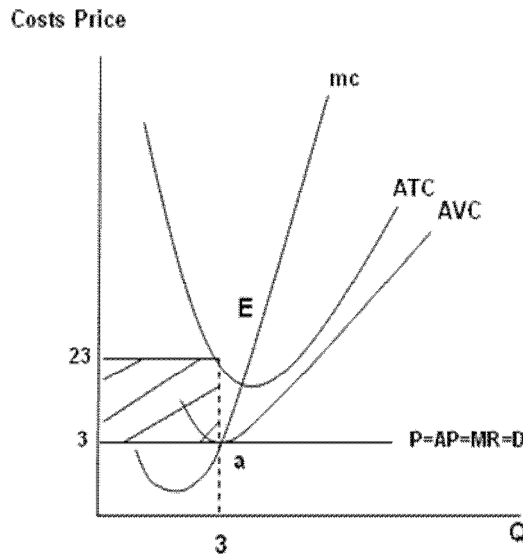
عندما تكون الإيرادات الكلية أكبر من التكاليف فإن المشروع يحقق أرباحاً غير عادية ، فإذا كان السعر السائد في السوق ثابتاً، فإذا توازن المنتج يتحقق عند النقطة التي يتساوى عندها الإيراد الحدي

والتكلفة الحدية. أو وذلك إذا تساوى الإيراد الحدي مع التكلفة الحدية في المسافة الواقعة فوق الحد الأدنى المتوسط التكلفة الكلية "النقطة C" ويكون الفرق بين الإيرادات والتكاليف هو حجم الأرباح، كما يتضح من الشكل البياني:



### 3. توقف المنتج عن الانتاج

يضطر المنتج أن يتوقف عن انتاجه عندما يكون السعر المحدد للسلعة عند مستوى أدنى من متوسط التكلفة المتغيرة، حيث أنه في هذه الحالة يعجز حتى عن تغطية كافة تكاليف المتغيرة . وبالتالي هذا يعني أن المؤسسة سواء أنتجت أو لم تنتج فإنها ستخسر التكاليف الثابتة فقط، ويحدث ذلك إذا كان سعر السوق يساوي التكلفة الحدية عند الحد الأدنى لمتوسط التكلفة المتغيرة وهي النقطة (a) كما يتضح من الشكل البياني:



وتسمى هذه النقطة نقطة الإغلاق ويسمى السعر المقابل لها سعر الإغلاق وهو أدنى سعر تصل إليه المؤسسة قبل أن تغلق أبوابها، وعند هذا السعر تكون المؤسسة مخيرة بين الانتاج والإغلاق، وهي سواء أنتجت أو أغلقت فإنه ستخسر التكاليف الثابتة فقط، ولذلك فإن الإغلاق أو الاستمرار في الانتاج في هذه الحالة يعتمد على حالة السوق وتوقعات المنتجين فإذا كانوا يتوقعون سوقا جيدة أو مستقبلا أفضل فإنهم سينتجوا لحين تحسن الأحوال وإذا توقعوا أن الأحوال الاقتصادية ستزداد سوء فإن المنتج سيقدر إغلاق المؤسسة.

#### 4. توازن المنتج (المشروع) في الأجل الطويل

إن الاختلاف بين الأجلين الطويل والقصير يكمن كما ذكرنا من قبل في أن التكاليف الثابتة تصبح متغيرة في الأجل الطويل، وبذلك يكون منحى التكلفة المتوسطة هو نفسه منحى التكلفة المتوسطة المتغيرة. وفي حين تنحصر المشكلة التي تواجه المشروع في المدى القصير في تحديد الحجم المناسب للإنتاج والذي يحقق التوازن، فإنها تمتد لتشمل بالإضافة إلى ذلك اختيار حجم الطاقة الإنتاجية للمشروع والتي تحقق توازنه .

مثال : الجدول التالي يوضح تكاليف وإيرادات منشأة تعمل في ظل المنافسة التامة ، أكمل بيانات الجدول ، ثم أجب على ما يلي :

كمية الإنتاج	التكلفة الكلية	التكلفة المتوسطة	التكلفة الحدية	سعر الوحدة	الإيراد الكلي	الإيراد المتوسط	الإيراد الحدي	النتيجة
1	200	200	160	100				
2	320							
3	420							
4	504							
5	590							
6	690							
7	826							
8	1040							
9	1305							

1. ما مقدار التكاليف الثابتة لهذا المشروع ؟
2. أي كمية من الإنتاج تحقق التوازن ؟
3. هل يحقق المنتج التوازن بوجود ربح أم خسارة ؟ وضح الحالة بالرسم .

## رابعاً: توازن المنتج في ظل سوق الاحتكار التام

## 1. خصائص سوق الاحتكار التام

الاحتكار هو الحالة النقيضة تملها للمنافسة التامة ، ويتمثل خصائصه في :

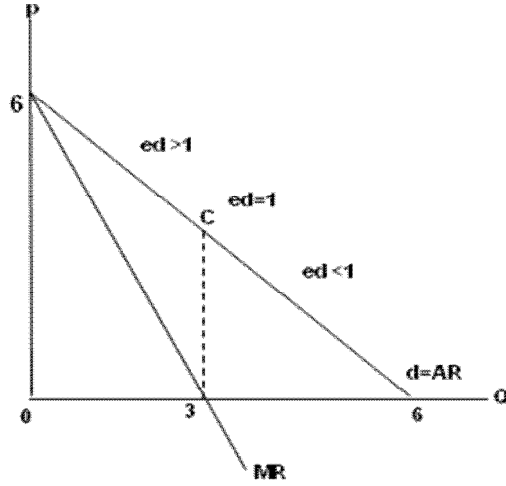
✓ وجود منتج واحد يبيع سلعة ليس لها بديل في السوق ، الأمر الذي يتنفي معه إمكانية دخول منتجين آخرين إلى السوق أو الصناعة أي وجود عوائق رئيسية تمنع دخول مؤسسات جديدة إلى السوق ، وهناك أنواع كثير من عوائق الدخول أهمها ما يلي: العوائق القانونية، سيطرة مؤسسة معينة على المواد الخام الرئيسية اللازمة لإنتاج إحدى السلع، وفورات الحجم أو النطاق .

✓ عدم وجود بدائل جيدة للسلعة التي ينتجها المحتكر، وهذا يعني أن المؤسسة المحتكرة في السوق هي نفسها الصناعة ككل.

✓ المحتكر Monopolist هو صانع السعر حيث يقوم بوضع السعر بينما يتحدد عن طريق السوق الكميات المطلوبة من السلعة عند كل ثمن من الأثمان . وقد يقوم المحتكر بتحديد الكميات ، وعندها يعمل السوق على تحديد السعر عند تلك الكميات .

✓ منحنى الطلب الذي يواجه المنتج المحتكر هو نفسه طلب السوق نظراً لعدم وجود منتج غيره في ذلك السوق وهو منحنى سالب الميل أي ينحدر من أعلى إلى أسفل جهة اليمين، مما يترتب عليه أن رغبة المحتكر في بيع مزيد من السلعة تستوجب منه تخفيض سعرها، فيكون الإيراد الحدي MR إذن أقل من السعر P بالنسبة للمحتكر، ويقع منحنى إيراده الحدي أسفل منحنى طلبه وهو نفسه منحنى الإيراد المتوسط . كما يتضح من الجدول والرسم البياني:

P	Q <sub>d</sub>	TR	MR
6	0	0	-
5	1	5	5
4	2	8	3
3	3	9	1
2	4	8	-1
1	5	5	-3
0	6	0	-5



من خلال الرسم البياني يلاحظ أن منحني الإيراد الحدي ينحدر من أعلى إلى أسفل وإلى اليمين وأنه يقع أسفل منحني الطلب، مما يعني أن الإيراد الحدي للمحتكر أقل من السعر الذي يبيع به السلعة، ويلاحظ كذلك أن ميل منحني الإيراد الحدي هو ضعف ميل منحني الطلب، وهذا يعني أن منحني الإيراد الحدي يقطع الإحداثي السيني في منتصف المسافة بين نقطة الأصل ونقطة تقاطع منحني الطلب مع الإحداثي السيني.

أما الإيراد الحدي فإنه يتمثل بمنحني مستقل عن الإيراد المتوسط وذلك لكون السعر ليس ثابتاً، وعليه فإن الإيراد الكلي لا يزيد بمعدل ثابت، والإيراد الحدي هو التغير في الإيراد الكلي نتيجة لتغير

$$MR = \frac{\Delta TR}{\Delta Q} \text{ : أي : الكمية المنتجة بوحدة واحدة ،}$$

منحني الإيراد الحدي في حالة الطلب الذي يتخذ شكل خط مستقيم ، بحيث تكون أي نقطة واقعة بين النقطتين على منحني الطلب وعلى المحور الرأسي اللتين تتناسبان مع النقطة المذكورة مما يجعل الإيراد الحدي دائماً أقل من الإيراد المتوسط أو السعر .

أما الإيراد الكلي فإنه يتزايد بمعدل متزايد ، طالما أن الإيراد الحدي موجبا ويتجه نحو التزايد ويتزايد بمعدل التناقص ، طالما أن الإيراد الحدي موجبا ويتناقص . ولكن بعد أن يصبح الإيراد الحدي سالبا ، فإن الإيراد الكلي يتناقص . وذلك بعد أن يكون هذا الأخير قد بلغ أعلى قيمة له عند القيمة صفر للإيراد الحدي .

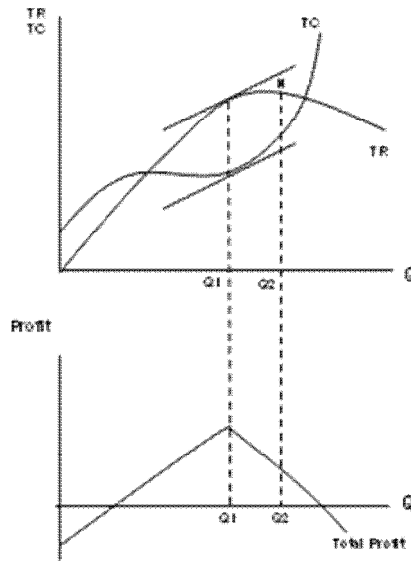
## 2. توازن المحتكر في الأجل القصير

ليس هناك اختلاف بين السوقين فيما يتعلق بأسواق شراء عناصر الإنتاج اللازمة لإتمام العملية الإنتاجية، أو بعبارة أخرى ليس هناك اختلاف في التكاليف فهي ذاتها في السوقين . ولكن الاختلاف يكمن

فقط بين الإيرادات أو سوق بيع السلعة. وفي هذه السوق أيضا يهدف المحتكر إلى تعظيم أرباحه قدر الإمكان وقد يكون ذلك مع وجود أرباحاً أو خسائر كما هي الحال في سوق المنافسة التامة. ويتحقق التوازن في سوق الاحتكار التام بإحدى طريقتين:

#### أ- الطريقة الكلية:

وهي من خلال الفرق بين الإيراد الكلي TR والتكاليف الكلية TC ويمكن أن نوضح وضع التوازن من خلال الرسم البياني.



حيث نلاحظ أن منحنى الإيراد الكلي يتزايد أولاً بمعدل متناقص وذلك حتى يصل أقصى ما يمكن عند النقطة N ثم يتناقص بعد ذلك ونلاحظ أن منحنى (TR) في ظل سوق الاحتكار التام يختلف عنه في ظل المنافسة الكاملة والسبب في هذا الاختلاف يرجع إلى أن المحتكر لكي يتمكن من زيادة مبيعاته يتحتم عليه أن يخفض من السعر بخلاف المنتج في سوق المنافسة الكاملة حيث يكون السعر ثابتاً، ومن ثم يكون منحنى (TR) خط مستقيم حيث يزيد الإيراد الكلي بنسبة ثابتة، أما منحنى (TC) في ظل سوق الاحتكار فهو لا يختلف عن منحنى (TC) في حالة المنافسة الكاملة، لأننا نفترض أن المحتكر سوف يشتري عناصر الإنتاج من سوق المنافسة الكاملة فلا يؤثر على أسعار عناصر الإنتاج، ويلاحظ أنه عند مستوى الإنتاج Q2 يحقق المحتكر أكبر إيراد ممكن أي أنه يصل إلى نهاية عظمى في الإيراد الكلي عند النقطة N، ولكن هذا المستوى لا يحقق وضع التوازن لأن الفرق بين الإيراد الكلي والتكاليف الكلية لا يساوي نهاية عظمى أي أن هذا الوضع لا يحقق أقصى ربح ممكن.

لذلك فإنه لكي يحقق المحتكر أكبر ربح ممكن فإن ذلك يتطلب أن ينتج الكمية (Q1) حيث يكون الفرق بين (TR) و (TC) أكبر ما يمكن، أي أنه عند Q1 فإن المحتكر يحقق أقصى ربح ممكن، ويلاحظ أنه عند هذا المستوى من الإنتاج (Q1) فإن ميل منحنى الإيراد الكلي = ميل منحنى التكلفة الكلية أي أن الإيراد الحدي = التكلفة الحدية،  $MR=MC$  وهذا هو شرط التوازن، وخلاصة ما سبق أن حجم الإنتاج الذي يعظم المحتكر عنده الأرباح الكلية يكون أقل من حجم الإنتاج الذي يعظم عنده الإيراد الكلي.

#### ب- طريقة المتوسطات "الطريقة الحدية":

شروط التوازن حسب هذه الطريقة هي:

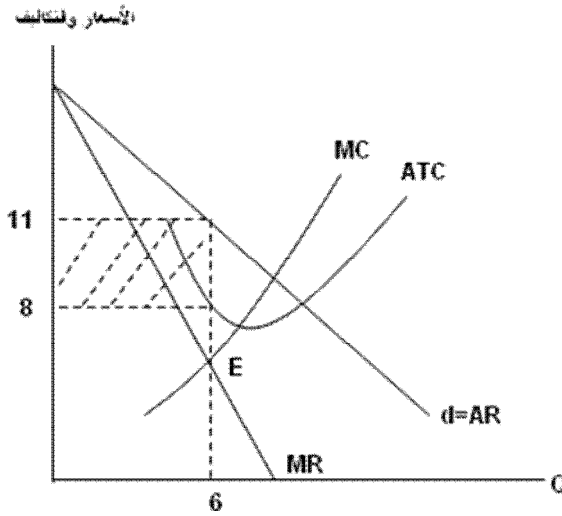
$$\text{الإيراد الحدي (MR) = التكلفة الحدية (MC).}$$

$$\text{سعر السوق (P) < متوسط التكلفة المتغيرة (AVC).}$$

ووضع التوازن بالنسبة للمحتكر في المدى القصير لا يعني بالضرورة تحقيق أرباح اقتصادية ولكنه

يعني أحد الاحتمالات التالية:

الاحتمال الأول: تحقيق أرباح اقتصادية وذلك إذا كان  $MR=MC$  وفي نفس الوقت  $P > ATC$ .



يلاحظ من الشكل رقم أن نقطة التوازن هي النقطة E حيث عند هذه النقطة يساوي الإيراد الحدي التكلفة الحدية ويلاحظ هنا أن سعر السوق  $P=11$  وهو أعلى من متوسط التكلفة الكلية  $ATC = 8$ ، ويلاحظ أن سعر السوق تحدد حسب منحنى الطلب (d) عن طريق مد خط مستقيم من نقطة التوازن (E) إلى منحنى الطلب (d) أما الكمية التوازنية فيتم تحديدها عن طريق إسقاط عمود من النقطة (E) إلى محور الكميات عند الكمية 6.

متوسط ربح الوحدة.  $(APU) = P - ATC = 11 - 8 = 3$ .

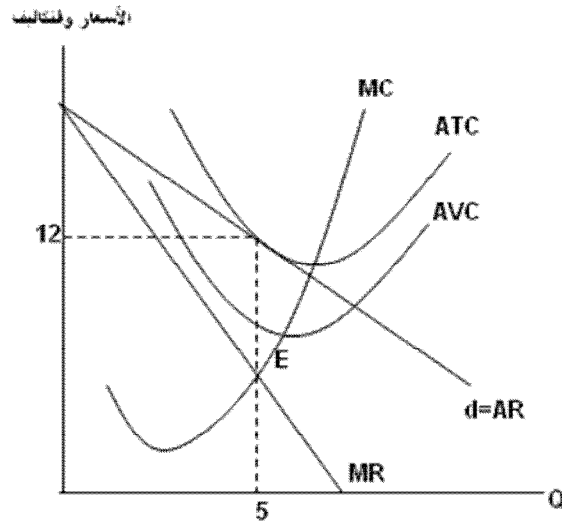
$$\text{Total Profit} = Q (APU) = 6 \cdot 3 = 18$$

الاحتمال الثاني/ تحقيق أرباح عادية فقط :

وذلك إذا كان  $MR = MC$

وكان  $P = ATC$

وفي هذه الحالة تكون الأرباح الاقتصادية تساوي صفر، ويحقق المحتكر ربحاً عادياً فقط



ويلاحظ في الرسم البياني أن نقطة التوازن هي النقطة E حيث عند هذه النقطة فإن  $MR = MC$

ويلاحظ أن  $P = ATC = 12$

وبالتالي فإن  $APU = P - ATC = 0$

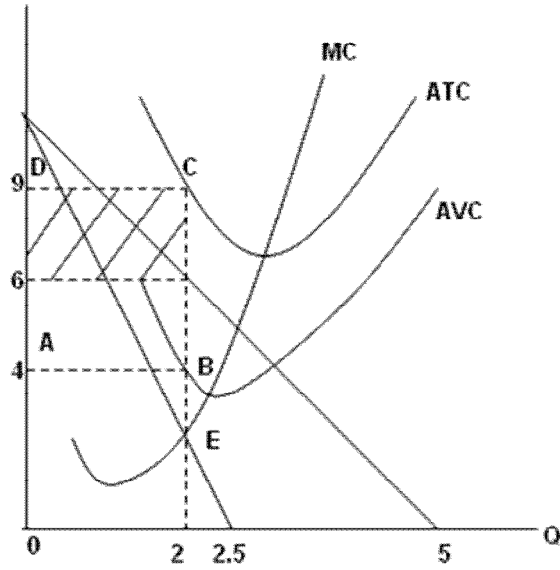
$$\text{Total Profit} = 5(0) = 0$$

الاحتمال الثالث/ تحقيق أقل خسارة اقتصادية ممكنة:

وذلك إذا كان  $MR = MC$  وكان  $ATC > P$  ولكن بالطبع  $P > AVC$



الأسعار والتكاليف



كما يتضح من الرسم البياني رقم أدناه فإن نقطة التوازن هي النقطة E وعند هذه النقطة فإن:

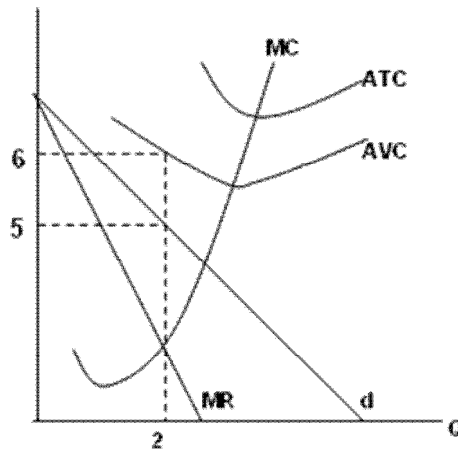
$$ATC > P \text{ أي } 6 > 9 \text{ فان } ALU = 9 - 6 = 3 \text{ و } Total Loss = 2 \cdot 3 = 6$$

ومن خلال الرسم طالما أن السعر أكبر من متوسط التكلفة المتغيرة بمقدار 2 ون، إذن يكون من الأنسب للمحتكر أن يبقى في مجال العمل في المدى القصير، وفي هذه الحالة فإنه يحقق أقل خسارة ممكنة هي 6 ون وهي المساحة المظللة في الرسم ولكنه لو ترك مجال العمل فإنه سوف يتعرض لخسارة أكبر تبلغ عشرة دولارات هي بمثابة التكاليف الثابتة وهي عبارة عن المستطيل (ABCD).

ويلاحظ أخيراً أن المحتكر يجب أن يتوقف عن الإنتاج في المدى القصير إذا كان السعر يقل عن

متوسط التكلفة المتغيرة كما يتضح من الرسم البياني أدناه.

الأسعار والتكاليف



حيث يلاحظ أن :  $AVC > P$  أي  $6 > 5$  وفي هذه الحالة يجب على المحتكر التوقف عن الإنتاج مؤقتا لأنه بذلك سيقبل من خسائره حيث سيخسر التكاليف الثابتة فقط ولكنه لو أنتج سيخسر التكاليف الثابتة + جزء من المتغيرة هي وحدتين.

### 3. توازن السوق في المدى الطويل

لقد رأينا أن المحتكر يستطيع في المدى القصير أن يحقق أرباحا اقتصادية كثيرة أو قليلة، كذلك يمكن له أن يغطي تكاليفه فقط ويصل إلى نقطة التعادل دون تحقيق أي أرباح أو خسائر اقتصادية ويكتفي بتحقيق أرباح عادية فقط، وأخيرا رأينا أن المحتكر يمكن أن يحقق خسائر اقتصادية في المدى القصير ويستمر في الإنتاج إذا كان السعر يغطي متوسط التكاليف المتغيرة، ولكنه سيتوقف عن الإنتاج مؤقتا إذا كان السعر يقل عن متوسط التكاليف المتغيرة.

ولكن ماذا عن المدى الطويل؟؟ إن المحتكر يستطيع أن يستمر في تحقيق أرباح اقتصادية في المدى الطويل نتيجة لوجود عوائق دخول، ولكن لا يوجد في النظرية الاقتصادية ما يشير إلى ضرورة حصول المحتكر دائما على أرباح اقتصادية، إذ يمكن أن تكون أرباحه الاقتصادية صفرا في المدى القصير وأن تستمر كذلك في المدى الطويل، ويجب أن نتذكر أن الأرباح تساوي صفرا إذا حصل المنتج على إيراد يكفي لتغطية جميع التكاليف بما في ذلك الأرباح العادية والتي هي تكلفة الفرصة البديلة لأصحاب المؤسسات وبالتالي فإن عدم حصول المحتكر على أرباح اقتصادية يعني أن هذا المحتكر يحصل على الأرباح العادية فقط، والتي لا يستطيع الحصول على إيراد أكبر منها في أي مكان آخر مما يعطيه حافزا لترك تلك الصناعة والانتقال إلى صناعة أخرى.

ولكن المحتكر أو أي منتج آخر لا يستطيع أن يبقى في السوق إذا كان سيستمر في تحقيق خسائر.. إن المحتكر لا يستطيع في المدى القصير أن يخرج من السوق نظرا للالتزامات الطويلة الأجل وتوقعاته باحتمال تحسن السوق.. لهذا فإنه سيستمر في الإنتاج إذا كان ذلك سيخفف من خسائره وإلا فإنه سيتوقف عن الإنتاج مؤقتا ولكن إذا استمرت هذه الخسائر في التراكم في المدى الطويل فإنه سوف يقوم بتصفية أعماله تدريجيا والتخلص من التزاماته والخروج من السوق، وهكذا فإن المحتكر لا يمكن أن يحقق خسائر في المدى الطويل، وهذا يفسر عدم وجود منتجين لبعض السلع في كثير من الدول، فمثلا في الأردن لا يوجد منتجين لصناعة السيارات والكمبيوتر وذلك لأن ارتفاع التكاليف الناجمة عن

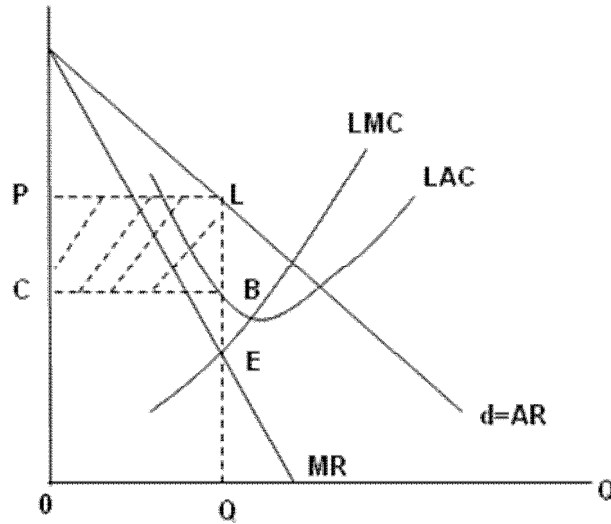
صغر السوق لهذه الصناعات سوف تؤدي إلى تحقيق خسائر كبيرة وهي نتيجة لا يستطيع أي منتج أن يتقبلها.

إذن في ضوء ما سبق فإن هناك احتمالان لتوازن المحتكر في المدى الطويل هما:

- الحالة الأولى/ تحقيق أرباح اقتصادية وذلك إذا تحقق الشرطان التاليان:

$$MR = MC$$

$$P > LAC$$



كما يتضح من الشكل البياني أعلاه :

حيث: E هي نقطة التوازن

P هو السعر التوازني

Q هي الكمية التوازنية

المساحة (OPLQ) هي الإيراد الكلي

المساحة (OCBQ) هي التكلفة الكلية

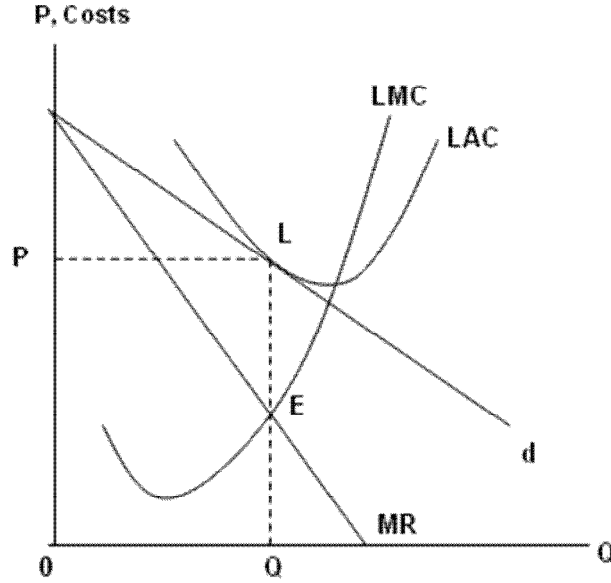
المساحة (CPLB) هي الربح الكلي.

- الحالة الثانية: تحقيق أرباح عادية فقط حيث يكون الربح الاقتصادي = صفر وذلك إذا تحقق

الشرطان التاليان:

$$MR = MC$$

$$P = LAC$$



كما يتضح من الرسم البياني أعلاه:

حيث: E هي نقطة التوازن

P هو السعر التوازني

Q هي الكمية التوازنية

وفي هذه الحالة الإيراد الكلي = التكلفة الكلية = المساحة (OPLQ)، أي أن الأرباح الاقتصادية تكون صفر ويحقق المحتكر أرباح عادية تضمن له الاستمرار في الإنتاج وتحقيق عائد مقبول يمثل تكلفة الفرصة البديلة بالنسبة له.

#### 4. التمييز السعري Price Discrimination

يرتبط موضوع التمييز السعري بالاحتكار بالرغم من أنه لا يشترط وجود احتكار تام، ويمكن وجوده في أي سوق غير سوق المنافسة الكاملة مثل سوق الاحتكار التام وسوق المنافسة الاحتكارية وسوق احتكار القلة.

تعريف التمييز السعري: "هو ببساطة تحديد سعرين مختلفين أو أكثر لنفس السلعة بدون أن يكون هناك مبرر من حيث التكلفة".

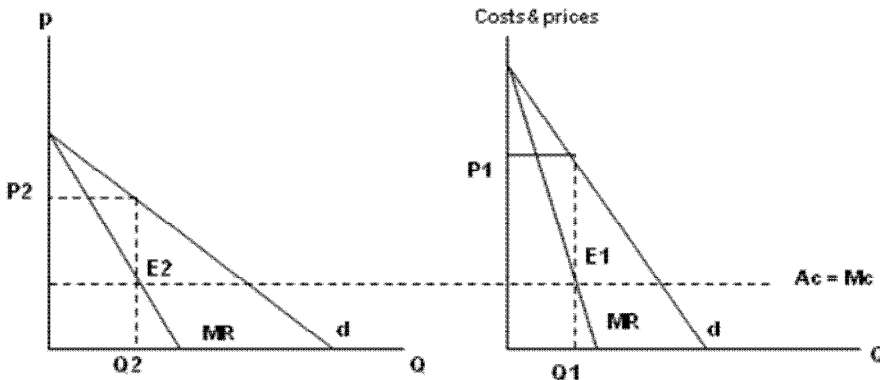
فمثلاً تقوم شركة الكهرباء بتحديد سعر منخفض للمؤسسات الصناعية بينما تحاسب المستهلكين في البيوت السكنية بسعر مرتفع لنفس الكيلوواط.

ومثال آخر، تقوم شركات الطيران بوضع سعر منخفض للأطفال (أقل من 12 سنة مثلا) وسعر مرتفع للبالغين لنفس الخدمة، ومثال ثالث، يدفع طالب كلية العلوم في الجامعة سعرا (رسوما) أعلى من السعر الذي يدفعه طلبة كلية التجارة في نفس الجامعة عن كل ساعة معتمدة من نفس المادة، ومثال رابع، تباع السجائر الأردنية في أسواق الكويت والسعودية بسعر أقل من السعر الذي تباع به في الأردن نفسها.

والسبب في قيام المؤسسة الاحتكارية بتحديد سعرين لنفس السلعة هو أن هذا التصرف، بكل بساطة يزيد من أرباح المؤسسة، فمثلا شركة الكهرباء إذا وضعت سعرا موحدًا منخفضًا فإن هناك بعض المجموعات مثل الوحدات السكنية مستعدة لدفع سعر أعلى وهذا يضيع على الشركة تحقيق أرباح إضافية، أما إذا وضعت سعرا موحدًا مرتفعًا فإنها تخشى أن تقوم المؤسسات الصناعية الكبيرة بشراء محولات كهربائية خاصة والاستغناء عن سلعة الشركة، ومن ثم يكون من الأفضل للشركة أن تحدد سعر مرتفع لأولئك الذين يكون طلبهم على كهرباء الشركة غير مرن مثل أصحاب المساكن الذين لا يستطيعون توفير بدائل مقبولة للسلعة، وسعر منخفض للذين يكون طلبهم على سلعة الشركة مرن مثل المؤسسات الصناعية والتي بإمكانها أن توفر بدائل مقبولة.

ويمكن توضيح التمييز السعري بيانيا كالتالي:

على فرض وجود مؤسسة احتكارية (مثل شركة الكهرباء) تواجه مجموعتين من العملاء الأولى هم أصحاب المنازل حيث طلبهم على الكهرباء غير مرن، والثانية هم المؤسسات الصناعية حيث طلبها على الكهرباء مرن، وفي هذه الحالة ستبيع شركة الكهرباء الكهرباء في سوقين منفصلين، السوق الأول هي سوق أصحاب المنازل السكنية، والسوق الثانية هي سوق المؤسسات الصناعية، حيث يكون منحنى الطلب في السوق الأولى أقل مرونة من منحنى الطلب في السوق الثانية كما يتضح من الرسم البياني.



### خامسا :توازن المنتج في ظل سوق المنافسة الاحتكارية

كما يتضح من الاسم فإن المنافسة الاحتكارية هي خليط من المنافسة الكاملة والاحتكار التام، وبتعبير أكثر دقة فهي سوق أقرب إلى المنافسة مع تشابه بسيط لبعض جوانب الاحتكار، وسوف نلخص هذا الموضوع في عدة نقاط.

#### 1. خصائص سوق المنافسة الاحتكارية:

✓ وجود عدد كبير من المؤسسات الصغيرة ، ولكن مؤسسات المنافسة الاحتكارية في العادة أقل عددا من مؤسسات المنافسة الكاملة، وهذا يعني أن حصة كل مؤسسة في سوق المنافسة الاحتكارية صغيرة نسبيا وبالتالي لا تستطيع أي مؤسسة أن تؤثر كثيرا في سوق السلعة، أي تأثيرها في السعر سوف يكون محدود، ومن أمثلة أسواق المنافسة الاحتكارية صالونات الحلاقة، سوق إنتاج الملابس الجاهزة، محطات البنزين، سوق الأثاث، سوق إنتاج وبيع الحلويات، محلات بيع الأدوية (الصيدليات).

✓ جميع المؤسسات في سوق المنافسة الاحتكارية تنتج سلعا متشابهة ولكن ليست متجانسة وبالتالي فهي بدائل جيدة ولكن غير تامة بعضها لبعض، أي أن سلعة كل منتج تمثل بديل جيد لسلعة المنتج الآخر ولكنه غير تام، ونتيجة لعدم تجانس السلع التي ينتجها المنافسون الاحتكاريون فإن الطلب على سلعة كل واحد منهم لن يكون لا نهائي المرنة بل سيكون منحني سالب الميل ولكنه مرن جدا وهذا يعني أن المنتج في هذه الصناعة يمتلك بعض القدرة وإن كانت قليلة على رفع سعر سلعته دون أن يفقد جميع زبائنه.

✓ سهولة الدخول إلى (والخروج من) السوق أي أنه ليس هناك عوائق دخول رئيسية، والمنافسة الاحتكارية تتشابه في هذا المجال مع المنافسة الكاملة، لذلك سنرى أن انعكاسات ذلك متشابهة أيضا من حيث عدم حصول المنافس الاحتكاري على أية أرباح اقتصادية في المدى الطويل.

✓ أهمية المنافسة غير السعرية في سوق المنافسة الاحتكارية، بالرغم من أهمية المنافسة السعرية في سوق المنافسة الاحتكارية إلا أن هناك أساليب أخرى غي أسلوب تخفيض السعر تحاول مؤسسة المنافسة الاحتكارية من خلالها إغراء الزبائن لشراء سلعتها وهو ما يسمى بالمنافسة غير السعرية، ولعل أهم هذه الأساليب هو (التمييز السعري) أي جعل السلعة تبدو متميزة في عيون المستهلكين مما يتيح للمؤسسة إمكانية رفع سعر سلعتها دون أن تفقد زبائنها ويمكنها من اجتذاب زبائن جدد، وهناك كثير من الوسائل لتمييز السلعة مثل تغيير طريقة التعبئة، وتحسين الجودة، وتقديم تسهيلات للمستهلكين وأهم

من ذلك كله اللجوء إلى الإعلان والدعاية، بحيث يتمكن المنافس الاحتكاري من إقناع المستهلكين بأن السلعة التي ينتجها هي الأفضل، ويجب التنبيه هنا أن المهم أن يقتنع المستهلك بأن سلعة منتج معين أفضل من سلعة منتج آخر حتى ولو لم تكن كذلك فعلا لأنه سيكون مستعدا لدفع سعر أعلى للسلعة التي يعتبرها أفضل ولعل ذلك يفسر اهتمام المنتجين بالإعلان والدعاية وإنفاقهم مبالغ طائلة على ذلك.

## 2. توازن السوق في المدى القصير

نلاحظ أن منحى الطلب الذي يواجهه المنافس الاحتكاري يشبه منحى الطلب الذي يواجهه المحتكر التام من حيث الشكل "منحى سالب الميل" ولكنه أكثر مرونة منه نظرا لوجود عدد كبير من البدائل الجيدة في سوق المنافسة الاحتكارية، وهذا يعني أن منحى الطلب في سوق المنافسة الاحتكارية أقل انحدارا من منحى الطلب في سوق الاحتكار التام، أما الإيراد الحدي يكون أقل من السعر عند كل مستويات الإنتاج، تملما كما كان الحال في الاحتكار التام.

وفي الواقع فإن تحليل سلوك المؤسسة في سوق المنافسة الاحتكارية يشبه في المدى القصير سلوك المحتكر، ويمكن معالجته بنفس الأسلوب، مع مراعاة أن منحى الطلب في سوق المنافسة الاحتكارية أكثر مرونة منه في حالة الاحتكار التام كما يتضح ذلك من الرسم البياني التالي.

## 3. توازن سوق المنافسة الاحتكارية في المدى الطويل:

إن التشابه بين سلوك المؤسسة في ظل الاحتكار التام والمنافسة الاحتكارية في المدى القصير لا يمتد إلى المدى الطويل وذلك نتيجة لوجود عوائق دخول رئيسية في سوق الاحتكار التام وعدم وجودها في سوق المنافسة الاحتكارية.

وفي الواقع فإن المنافسة الاحتكارية تتشابه مع المنافسة الكاملة من حيث عدم وجود عوائق دخول في المدى الطويل وسهولة انتقال عناصر الإنتاج من وإلى السوق.

وهذا يعني أن الوضع الوحيد الذي يحقق التوازن للمؤسسة الاحتكارية في المدى الطويل هو تحقيق أرباح عادية فقط كما هو الحال في حالة المنافسة الكاملة حيث أن شروط التوازن في هذه الحالة هي  $MR=MC$  ،  $P=ATC$ .

## المراجع



المراجع :

- [1] هارون الطاهر، بلمرابط أحمد، التحليل الاقتصادي الجزئي، منشورات جامعة باتنة، مطبعة عمار قرفي، باتنة، 1997.
- [2] محمود حسين الوادي، كاظم جاسم العيساوي، الاقتصاد الجزئي تحليل نظري وتطبيقي، دار المسيرة للنشر والتوزيع والطباعة، الأردن، 2007.
- [3] السيد محمد أحمد السريتي، الاقتصاد الجزئي، مؤسسة رؤية للطباعة والنشر والتوزيع، الإسكندرية، جمهورية مصر العربية، 2009.
- [4] ضياء مجيد، النظرية الاقتصادية التحليل الاقتصادي الجزئي، مؤسسة شباب الجامعة، الإسكندرية، جمهورية مصر العربية، 2007.
- [5] محمد سحنون، مبادئ الاقتصاد الجزئي دروس وتمارين محلولة، بهاء الدين للنشر والتوزيع، قسنطينة، الجزائر، 2003.
- [6] احمد محمد مندور، إسماعيل أحمد الشناوي، السيد محمد أحمد السريتي، النظرية الاقتصادية الجزئية، دار الجامعية، الإسكندرية، جمهورية مصر العربية، 2007.
- [7] فليح حسن خلف، الاقتصاد الجزئي، جدارا للكتاب العالمي، عمان الأردن، 2007.
- [8] عقيل جاسم عبد الله، التحليل الاقتصادي الجزئي، دار مجدلاوي للنشر، عمان، 1999.
- [9] غادة صالح حسن، مبادئ الاقتصاد، مكتبة الوفاء القانونية، الإسكندرية، جمهورية مصر العربية، 2014.
- [10] محمد علي الليثي، محمدي فوزي أو السعيد، مقدمة في الاقتصاد الجزئي، الدار الجامعية، الإسكندرية، جمهورية مصر العربية، 2000.
- [11] محمدي فوزي أبو السعيد، مقدمة في الاقتصاد الجزئي مع التطبيقات، الدار الجامعية، الإسكندرية، جمهورية مصر العربية، 2005.
- [12] محمد علي الليثي، محمد جابر حسين، على عبد الوهاب نجا، النظرية الاقتصادية الجزئية، الدار الجامعية، الإسكندرية، جمهورية مصر العربية، 2006.
- [13] عامر علي سعيد، مقدمة في الاقتصاد الجزئي، دار البداية، الأردن، 2009.
- [14] كساب علي، النظرية الاقتصادية التحليل الجزئي، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2006.
- [15] رشيد بن الذيب، نادية شطاب عباس، اقتصاد جزئي نظرية وتطبيق، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، الطبعة 3، 2003.

## الفهرس

	الإهداء
	التقديم
	الفصل الأول نظرية سلوك المنتج
7	أولا :مدخل إلى نظرية سلوك المنتج
7	مقدمة
7	مفهوم الإنتاج
8	عناصر الإنتاج
9	دالة الإنتاج
9	ثانيا دالة الإنتاج في المدى الطويل
9	مفهوم الفترة الزمنية الطويلة (المدى الطويل)
10	الفرضيات التي تقوم عليها دالة الإنتاج في المدى الطويل
10	جدول الناتج المتساوي
11	منحنى الناتج المتساوي
13	خريطة الناتج المتساوي
13	المعدل الحدي للإحلال الفني (التقني)
16	خصائص منحنى الناتج المتساوي
18	حالات خاصة لمنحنيات الناتج المتساوي
20	خط التكلفة المتساوية
21	فضاء التكلفة المتساوية
22	تغير خط التكلفة المتساوية
22	التغير في التكلفة المخصصة للإنفاق
24	ب- التغير في أسعار عناصر الإنتاج
25	العلاقة بين المعدل الحدي للإحلال الفني والإنتاج الحدي لعناصر الإنتاج
28	ثالثا :توازن المنتج
28	توازن المنتج بيانيا
29	توازن المنتج رياضيا
30	توازن المنتج رياضيا باستخدام شرط التوازن
32	توازن المنتج رياضيا باستخدام طريقة لاغرانج
35	ج- توازن المنتج باستخدام طريقة التعويض
38	أثر التغير في ميزانية (تكلفة) الإنفاق على توازن المنتج
38	منحنى توسع الإنتاج (مسار التوسع
39	أثر التغير في سعر إحدى عناصر الإنتاج على توازن المنتج
39	منحنى توسع الإنتاج المرتبط بالعمل $L$
41	منحنى توسع الإنتاج المرتبط برأس المال $K$

42	منحنى طلب على عناصر الإنتاج
43	أثر الإحلال وأثر الإنتاج
43	أثر الإحلال
43	أثر الإنتاج
44	تجانس دوال الإنتاج
45	طبيعة غلة الإنتاج (غلة الحجم)
45	تزايد غلة الحجم
46	ثبات غلة الحجم
47	تناقص غلة الحجم
47	مرونة الإنتاج
48	مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل $E_{TPL}$
48	مرونة الإنتاج بالنسبة لرأس المال $E_{TPK}$
52	العلاقة بين المعدل الحدي للإحلال الفني والمرونات الجزئية لعناصر الإنتاج
53	رابعا : دالة الإنتاج لكوب دوغلاس
53	خواص دوال الإنتاج من نوع كوب دوغلاس
53	تجانس دوال الإنتاج من نوع كوب دوغلاس
54	طبيعة غلة الحجم لدوال الإنتاج من نوع كوب دوغلاس
55	الإنتاج الحدي والمتوسط لعناصر الإنتاج لدوال من نوع كوب دوغلاس
57	المرونات الجزئية لعناصر الإنتاج لدوال من نوع كوب دوغلاس
57	مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل $E_{TPL}$
57	مرونة الإنتاج بالنسبة لرأس المال $E_{TPL}$
59	المعدل الحدي للإحلال الفني لدوال الإنتاج من نوع كوب دوغلاس
	الفصل الثاني نظرية العرض ومرونات العرض
62	أولا : نظرية العرض
62	مفهوم العرض
62	محددات العرض
63	دالة العرض
64	دالة العرض السعرية
64	قانون العرض
65	جدول العرض
65	منحنى العرض
66	تغير منحنى العرض
68	الفرق بين التغير في العرض والتغير في الكمية المعروضة
69	العرض الكلي (عرض السوق)
70	ثانيا : مرونات العرض

70	مفهوم المرونة
70	مفهوم مرونة العرض السعرية
73	أنواع مرونة العرض السعرية
74	العوامل المؤثرة (المحددة) في مرونة العرض السعرية
78	أهمية حساب معامل مرونة العرض
	الفصل الثالث : نظرية تكاليف الإنتاج
80	أولا : مدخل إلى نظرية تكاليف الإنتاج
80	مبدأ التكاليف البديلة
80	التكاليف المنظورة وغير المنظورة
81	ثانيا : التكاليف الإنتاج في المدى القصير
81	التكاليف الكلية للإنتاج في المدى القصير
85	التكاليف المتوسطة والحدية للإنتاج في المدى القصير
91	العلاقة بين مختلف منحنيات متوسط التكاليف ومنحنى التكلفة الحدية
91	أ- العلاقة بين منحنى متوسط التكاليف المتغيرة ومنحنى التكلفة الحدية
92	ب- العلاقة بين منحنى متوسط التكاليف الكلية ومنحنى التكلفة الحدية
93	العلاقة بين منحنيات متوسط التكاليف الكلية والتكلفة الحدية ومنحنيات الناتج المتوسط
93	أ- العلاقة بين منحنى متوسط التكاليف المتغيرة AVC ومنحنى الناتج المتوسط APL
94	ب- العلاقة بين منحنى التكلفة الحدية MC ومنحنى الناتج الحدي MPL
102	توازن المؤسسة في المدى القصير
103	ثالثا : التكاليف الإنتاج في المدى الطويل
103	مفهوم الفترة الزمنية طويلة الأجل
103	أنواع تكاليف الإنتاج في المدى الطويل
104	منحنيات التكاليف في المدى الطويل
104	أ- منحنى التكلفة المتوسطة في المدى الطويل
105	ب- منحنى التكلفة الحدية :
	الفصل الرابع : توازن السوق
108	أولا : مفاهيم عامة
108	مفهوم السوق
108	السوق في المفهوم العادي
108	السوق في المفهوم الاقتصادي
109	ثانيا : السوق ونظام الأسعار
109	مفهوم توازن
109	تحديد نقطة التوازن
109	أ- توازن السوق باستخدام الطريقة الرياضية
111	ب- توازن السوق باستخدام الطريقة بيانيا

113	أنواع توازن السوق
113	أ- التوازن المستقر
114	ب- التوازن غير المستقر:
114	أثر تغير منحى العرض والطلب على حالة التوازن في السوق
115	بعض التطبيقات على نظرية العرض والطلب
115	أ- حالة فرض ضريبة غير مباشرة
116	ب- حالة منح إعانة
116	ج- تحديد التسعير الإداري
117	ثالثا: توازن المنتج في ظل سوق المنافسة التامة
117	خصائص سوق المنافسة التامة
118	توازن السوق في المدى القصير
119	أ- الطريق الكلية
120	ب- طريقة المتوسطات (التكاليف المتوسطة AC والإيرادات المتوسطة AR)
122	توقف المنتج عن الإنتاج
123	توازن المنتج (المشروع) في الأجل الطويل
124	رابعا: توازن المنتج في ظل سوق الاحتكار التام
124	خصائص سوق الاحتكار التام
125	توازن السوق في المدى القصير
126	أ- الطريق الكلية
127	ب- طريقة المتوسطات (الطريقة الحدية)
130	توازن المنتج (المشروع) في الأجل الطويل
132	التمييز السعري
134	خامسا: توازن المنتج في ظل سوق المنافسة الاحتكارية
134	خصائص سوق المنافسة الاحتكارية
135	توازن السوق في المدى القصير
135	توازن المنتج (المشروع) في الأجل الطويل
136	المراجع