الدرس السابع: العمليات المالية طويلة الأجل / الدفعات الثابتة

1- تعريـف:

تعرف الدفعات على أنها تلك المبالغ المالية، المدفوعة بصفة منتظمة، وعلى فترات زمنية ثابتة من حيث الفاصل الزمني بينها.

2 – أنواع الدفعات:

هناك عدة معايير على أساسها تقسم الدفعات، فمن أهمها نذكر:

– حسب درجة احتمال الدفع، تقسم الدفعات إلى الأنواع التالية:

الدفعات المؤكدة: وهي التي لا يرتبط دفعها بأي شرط من الشروط التي تؤدي إلى التوقف عن دفعها، ومثال ذلك دفعات سداد القروض.

الدفعات المحتملة: وهي التي يرتبط دفعها بنوع من الشروط التي تؤدي إلى التوقف عن دفعها، ومن أمثلتها دفعات المعاش، التي يتوقف دفعها على حياة المستفيد.

– حسب مدة السداد، تقسم الدفعات إلى:

الدفعات الدائمة: يتم دفعها بشكل منتظم، ودون توقف لأي قيد من القيود، أي أنها غير محددة بمدة زمنية للدفع، ومثالها ريوع الأراضي الزراعية.

الدفعات المؤقتة: يتم دفعها بشكل منتظم خلال مدة زمنية محددة، ومن أمثلتها، الإيجارات، البيع بالتقسيط.

– حسب سريان عملية الدفع ، تقسم الدفعات إلى:

الدفعات المعجلة (الفورية): تستحق الأولى منها بمجرد إبرام العقد، كأن يتفق المؤجر مع المستأجر على دفع الإيجار السنوي للعين المؤجرة في بداية كل سنة من سنوات الإيجار المتفق عليها.

الدرس السابع: العمليات المالية طويلة الأجل / الدفعات الثابتة

الدفعات العادية: تستحق بصفة دورية منتظمة نهاية كل فترة من فترات دفعها.

الدفعات المؤجلة: تستحق الأولى منها بعد مدة زمنية معينة تسمى فترة السماح، ونجد هذا النوع شائعا في حالات تسديد قروض الاستثمار.

حسب قيمة الدفعة ، تقسم الدفعات إلى:

الدفعات الثابتة: مبالغها متساوية ابتدءا من أول دفعة إلى آخر دفعة منها.

الدفعات المتغيرة: قيم مبالغها غير متساوية، وتضم:

- الدفعات المتغيرة بانتظام: وهي تلك الدفعات التي يخضع تغيرها إلى قانون رياضي يجمع بينها (الزيادة المنتظمة، النقصان المنضم، التغير المضاعف، التغير المتتالي ...) .

- الدفعات العشوائية: وهي تلك الدفعات التي لا نجد بينها أي علاقة رياضية تجمع بينها، حيث لا نستطيع التعبير عنها بعبارة حد عام لها.

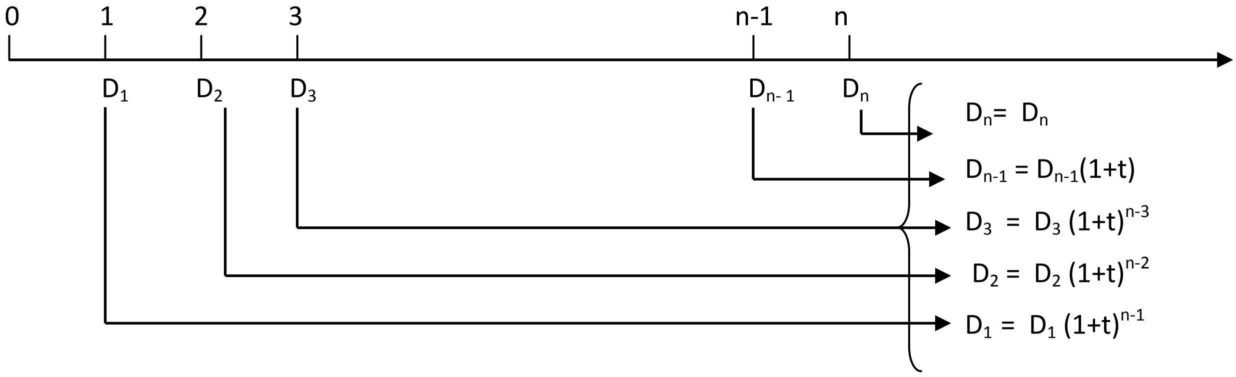
3 – جملة مجموع الدفعات الثابتة:

3 – 1 جملة مجموع الدفعات العادية الثابتة:

3 – 1 – 1 الصيغة العامة لحساب جملة مجموع الدفعات العادية الثابتة:

إذا اعتبرنا أن شخصا ملتزما بموجب عقد بدفع سنوي لمبلغ قدره D يستحق نهاية كل سنة من السنوات المتضمنة في العقد،وعلى اعتبار معدل الفائدة المطبق سنوي ثابت طيلة مدة العقد، يمكن إيجاد جملة مجموع الدفعات المسددة نهاية العقد من خلال التمثيل البياني التالي:

الدرس السابع: العمليات المالية طويلة الأجل / الدفعات الثابتة



نضـع: A_n تمثل جملة مجموع الدفعات في نهاية مدة العقد، فيكون:

$$A_n = D_1(1+t)^{n-1} + D_2(1+t)^{n-2} + \ldots.. + D_{n-1}(1+t) + D_n$$

وبما أن الدفعات متساوية، والجمع تبديلي، نقول

$$\forall i = 1,2,\ldots..n. D_i = D$$

فيكون لدينا: $$A_n = D + D(1+t) + \ldots. + D(1+t)^{n-1}$$

والملاحظ أن جملة مجموع الدفعات العادية تمثل فيما بينها حدود لمتتالية هندسية متزايدة، حدوها الأول: D أساسها: $(1+t)$، وعبارة حدها العام: $D_i = D(1+t)^{n-i}$ ،

وبتطبيق قانون مجموع حدود المتتالية الهندسية المتزايدة نجد:

$$\sum U_i = U_1 \frac{R^n - 1}{R - 1} \Leftrightarrow A_n = D\frac{(1+t)^n - 1}{(1+t) - 1}$$

وبتبسيط العلاقة نجد: $$\boxed{A_n = D\frac{(1+t)^n - 1}{t}}$$

وهي الصيغة الحسابية لجملة مجموع الدفعات العادية الثابتة، وهي تقيم مجموع الدفعات بتاريخ الدفعة الأخيرة.

3 – 1 – 2 حساب مختلف حدود جملة مجموع الدفعات العادية الثابتة:

- حساب قيمة الدفعة الثابتة:

لـــــدينا: $A_n = D\dfrac{(1+t)^n - 1}{t} \quad \Rightarrow D = A.\dfrac{t}{(1+t)^n - 1}$

- حساب عدد الدفعات:

لـــــدينا: $A_n = D\dfrac{(1+t)^n - 1}{t}$

$$\Rightarrow (1+t)^n = \frac{A_n t}{D} + 1$$

بإدخال اللوغاريتم النيبيري على طرفي المساواة نجد:

$$n.Ln(1+t) = Ln\left(\frac{A_n.t}{D} + 1\right) \Rightarrow n = \frac{Ln\left(\frac{A_n.t}{D} + 1\right)}{Ln(1+t)}$$

- حساب معدل الفائدة المطبق:

لـــدينا: $A_n = D\dfrac{(1+t)^n - 1}{t} \quad \Rightarrow \dfrac{A_n}{D} = \dfrac{(1+t)^n - 1}{t}$

وبالتجربة يتم حصر المعدل المطلوب، حيث يصبح لدينا: $t_1 \langle t \langle t_2$

وبالتعويض في العلاقة عن قيمة المقدار: $Y_i = \dfrac{(1+t_i)^n - 1}{t_i}$

حيث i=1,2 نجد: $t_1 \longrightarrow Y_1$

$$t \rightarrow \frac{A_n}{D}$$

$$t_2 \rightarrow Y_2$$

ومن العلاقات السابقة نستنتج:

$$t_2 - t_1 \rightarrow Y_2 - Y_1$$

$$\Lambda t \rightarrow \frac{A_n}{D} - Y_1 = \Lambda Y$$

ومنه نجد: $\Lambda t = \frac{\Lambda Y \times (t_2 - t_1)}{Y_2 - Y_1}$ وعليه يكون: $t = t_1 + \Lambda Y$

مثـال:

يسدد تاجر نهاية كل سنة الإيجار السنوي لمحل بمبلغ 360000 دج لمدة عقد قدره 05 سنوات، وبمعدل فائدة 10% .

- أحسب جملة مجموع الإيجارات المسددة نهاية العقد.
- أحسب الإيجار السنوي إذا كانت جملة مجموع الإيجارات المسددة نهاية العقد 2442040 دج .
- أحسب مدة عقد الإيجار إذا بلغت جملة مجموع الإيجارات المسددة نهاية العقد 1670760 دج .
- أحسب معدل الفائدة المطبق إذا علمت أن جملة مجموع الإيجارات المسددة نهاية عقد الإيجار البالغة مدته 3 سنوات هي 1220625 دج.

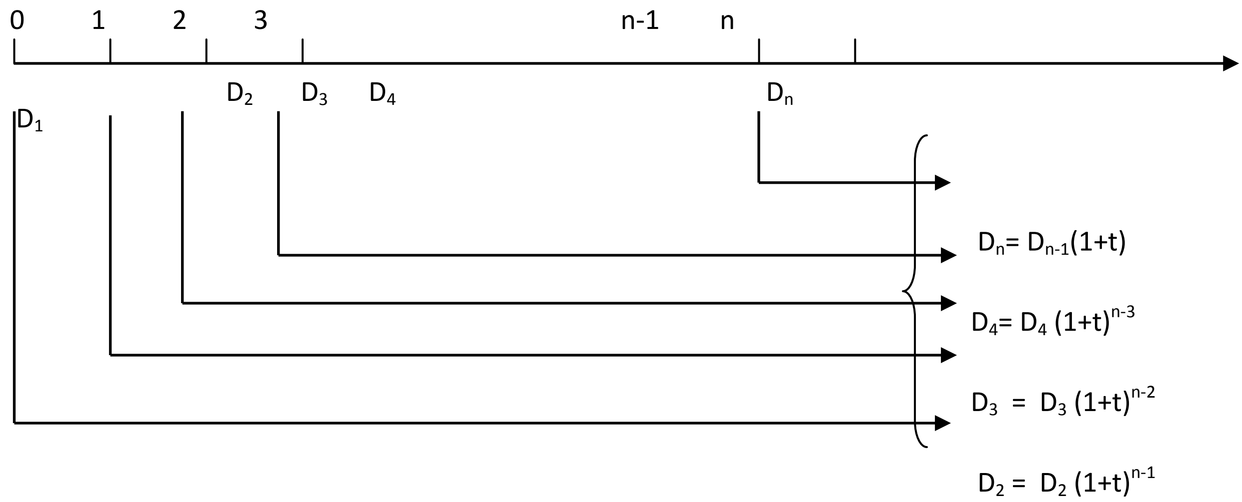
الحـــــــــل: $A_5 = 2197836$ $D = 400000$ $n = 4$

$$t = 12.5\%$$

3 – 2 جملة مجموع الدفعات الفورية الثابتة:

3 – 2 – 1 الصيغة العامة لحساب جملة مجموع الدفعات الفورية الثابتة:

إذا اعتبرنا أن شخصا ملتزما بموجب عقد بدفع سنوي لمبلغ قدره D يستحق بداية كل سنة من السنوات المتضمنة في العقد،وعلى اعتبار معدل الفائدة المطبق سنوي ثابت طيلة مدة العقد، يمكن إيجاد جملة مجموع الدفعات المسددة نهاية العقد من خلال التمثيل البياني التالي:



نضـع: A_n تمثل جملة مجموع الدفعات في نهاية مدة العقد، فيكون:

$$A_n = D_1(1+t)^n + D_2(1+t)^{n-1} + \ldots + D_{n-1}(1+t)^2 + D_n(1+t)$$

وبما أن الدفعات متساوية، والجمع تبديلي، نقول $\forall i = 1,2,\ldots n . D_i = D$ فيكون لدينا:

$A_n = D(1+t) + D(1+t)^2 + \ldots + D(1+t)^n$ ، والملاحظ أن جملة مجموع الدفعات الفورية تمثل فيما بينها حدود لمتتالية هندسية متزايدة، حدوها الأول: $D(1+t)$ أساسها: $(1+t)$ ، وعبارة حدها العام: $D_i = D(1+t)^{n-(i-1)}$ ، وبتطبيق قانون مجموع حدود المتتالية الهندسية المتزايدة نجد:

$$\sum U_i = U_1 \frac{R^n - 1}{R - 1} \Leftrightarrow A_n = D(1+t)\frac{(1+t)^n - 1}{(1+t) - 1}$$

وبتبسيط العلاقة نجد:

$$A_n = D(1+t)\frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

وهي الصيغة الحسابية لجملة مجموع الدفعات الفورية الثابتة، وهي تقيم مجموع الدفعات فترة بعد تاريخ الدفعة الأخيرة.

3 – 2 – 2 حساب مختلف حدود جملة مجموع الدفعات العادية الثابتة:

– حساب قيمة الدفعة الثابتة:

لـــــدينا:

$$A_n = D(1+t)\frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

$$\Rightarrow D = A.\frac{t}{(1+t)\left[(1+t)^n - 1\right]}$$

– حساب عدد الدفعات:

لـــــدينا:

$$A_n = D(1+t)\frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

$$\Rightarrow (1+t)^n = \frac{A_n t}{D(1+t)} + 1$$

بإدخال اللوغاريتم النيبيري على طرفي المساواة نجد:

$$n.Ln(1+t) = Ln\left(\frac{A_n.t}{D(1+t)} + 1\right) \Rightarrow n = \frac{Ln\left(\frac{A_n.t}{D(1+t)} + 1\right)}{Ln(1+t)}$$

- حساب معدل الفائدة المطبق:

لـــدينا: $$A_n = D(1+t)\frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

$$\Rightarrow \frac{A_n}{D} = (1+t)\frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

وبالتجربة يتم حصر المعدل المطلوب، حيث يصبح لدينا: $t_1 \langle t \langle t_2$

وبالتعويض في العلاقة عن قيمة المقدار: $$Y_i = (1+t)\frac{(1+t_i)^n - 1}{t_i}$$

حيث $i=1,2$ نجد:

$$t_1 \longrightarrow Y_1$$
$$t \longrightarrow \frac{A_n}{D}$$
$$t_2 \longrightarrow Y_2$$

ومن العلاقات السابقة نستنتج:

$$t_2 - t_1 \rightarrow Y_2 - Y_1$$
$$\Lambda t \rightarrow \frac{A_n}{D} - Y_1 = \Lambda Y$$

ومنه نجد: $\Lambda t = \dfrac{\Lambda Y \times (t_2 - t_1)}{Y_2 - Y_1}$ وعليه يكون: $t = t_1 + \Lambda Y$