المحاضرة الأولى.

2. مُلخّص حول دروس الكهرباء السّاكنة:

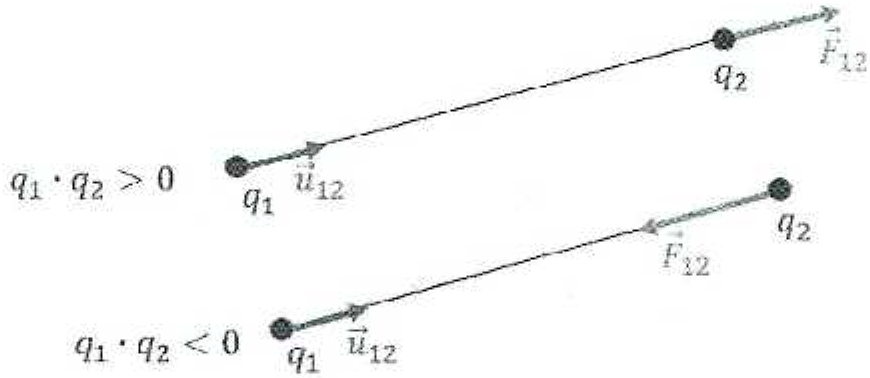
1.2. قانون كولوم (1785):

يعبّر قانون كولوم في الكهرباء السّاكنة عن القوّة الكهربائية المتبادلة بين شحنتين نقطيتين و ينصّ على أنّ القوّة الكهربائية المتبادلة بين شحنتين q_1 و q_2 تتناسب طردا مع جداء الشحنتين و عكسا مع مربع المسافة الفاصلة بين الشّحنتين r_{12} و اتّجاهها يكون محمول على المستقيم المار بالشحنتين. هذه القوّة

المحاضرة الأولى

تكون قوّة تنافر إذا كانت الشحنتين لهما نفس الإشارة و تكون قوة تجاذب إذا كانت الشّحنتين لهما إشارتين مختلفتين. يُكتب قانون كولوم كالآتي:

$$\vec{F}_{12} = K\frac{q_1\, q_2}{r_{12}^2}\vec{u}_{12}$$



حيث:

$\vec{F}_{12}$ تمثل القوة الكهربائية التي تؤثر بها الشحنة q_1 على q_2. أما القوة الكهربائية التي تؤثر بها الشحنة q_2 على q_1 فهي $\vec{F}_{21}$ حيث $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$.

q_1 و q_2: يأخذان كقيمتان جبريتان.

$K \simeq 9 \cdot 10^9 \frac{N\,m^2}{C^2}$: يُمثّل ثابت التّناسب. كما يمكن أن نكتب أيضا $K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ حيث ε_0 تمثل سماحية الفراغ $\varepsilon_0 \simeq 8.85 \cdot 10^{-12}\ \frac{C^2}{N\,m^2}$.

☜ إذا أردنا حساب القوّة الكهربائية $\vec{F}_T$ التي تؤثّر بها مجموعة من الشُّحنات النُّقطية $(q_2, q_3, \cdots, q_n)$ على شحنة نقطية أخرى (q_1) يمكننا استعمال مبدأ التراكب أو مبدأ التّحصيل الشّعاعي بحيث نكتب:

$$\vec{F}_T = \sum_{i=2}^{n} \vec{F}_{i1} = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + \cdots + \vec{F}_{n1}$$

المحاضرة الأولى

2.2. الحقل الكهربائي:

تعريف: نسمّي حقلا كهربائيا المنطقة من الفضاء التي تكون فيها الشُّحنة q خاضعة إلى تأثير القوّة الكهربائية. و نكتب:

$$\vec{F} = q\,\vec{E}$$

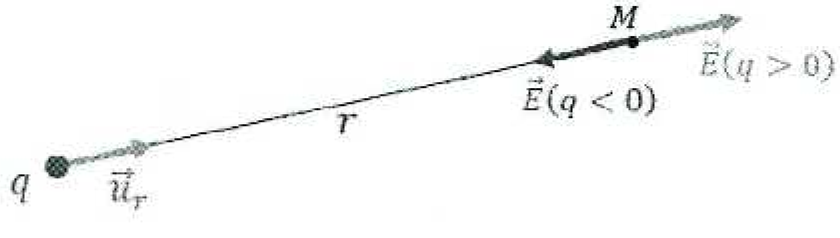
حيث $\vec{F}$ تمثل القوّة الكهربائية المؤثِّرة على الشّحنة q الموجودة داخل الحقل الكهربائي الخارجي $\vec{E}$.

كما يمكن أن نستنتج من هذه العلاقة أنّ الحقل الكهربائي له نفس اتّجاه القوة الكهربائية إذا كانت الشحنة q موجبة، و يكون اتِّجاه الحقل الكهربائي عكس اتِّجاه القوة الكهربائية إذا كانت الشحنة q سالبة.

و كذلك يمكن أن نستنتج من هذه العلاقة أنّ وحدة الحقل الكهربائي هي (N/C).

إذن يمكن كتابة عبارة الحقل الكهربائي الناتج عن شحنة نقطية q في نقطة M من الفضاء كالآتي:

$$\vec{E} = K\frac{q}{r^2}\vec{u}_r$$



نلاحظ حسب العلاقة الأخيرة أنّ إتّجاه الحقل الكهربائي $\vec{E}$ لا يتعلّق إلّا بإشارة الشُّحنة المولِّدة له (q)، حيث يكون الحقل الكهربائي متّجِه نحو خارج الشّحنة q إذا كانت q موجبة و يكون الحقل الكهربائي متّجِه نحو داخِل الشّحنة q إذا كانت q سالبة.

المحاضرة الثانية

☜ إذا أردنا حساب الحقل الكهربائي الإجمالي $\vec{E}_T$ الناشئ من طرف مجموعة من الشّحنات النّقطية $(q_1, q_2, \cdots, q_n)$ في نقطة M من الفضاء فإنّ استعمال مبدأ التراكب أو مبدأ التحصيل الشعاعي يبقى صالحا حيث نكتب:

$$\vec{E}_T = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \cdots + \vec{E}_n$$

3.2. الكمون الكهربائي:

نعرّف هنا دالة سلّمية جديدة و هي دالة الكمون الكهربائي V و التي لها علاقة بالحقل الكهربائي.

تعطى عبارة الكمون الكهربائي الذي تولّده شحنة نقطية q على بعد r منها كالآتي:

$$V = K\frac{q}{r} + C$$

و باعتبار أن الكمون معدوم عند اللانهاية $V(\infty) = 0$، إذن يأخذ الثابت C مساويا للصفر $C = 0$.

☜ إذا أردنا حساب الكمون الكهربائي الإجمالي V_T الناشئ من طرف مجموعة من الشحنات النقطية $(q_1, q_2, \cdots, q_n)$ في نقطة M من الفضاء فإنّنا نستعمل المجموع الجبري حيث نكتب:

$$V_T = \sum_{i=1}^{n} V_i = V_1 + V_2 + \cdots + V_n$$

4.2. الطاقة الكامنة الكهربائية:

✓ تعطى عبارة الطاقة الكامنة الكهربائية E_P لشحنة نقطية q واقعة في منطقة يخيم فيها كمون كهربائي V كالآتي:

$$E_P = q\,V$$

المحاضرة الثانية

✓ تعطى عبارة الطاقة الكامنة الكهربائية الداخلية E_P لجملة مُكوّنة من شحنتين نقطيتين q_1 و q_2 تفصلهما المسافة r كالآتي:

$$E_P = K\frac{q_1\, q_2}{r}$$

✓ تعطى عبارة الطاقة الكامنة الكهربائية الداخلية E_P لجملة مُكوّنة من مجموعة من الشحنات النقطية $(q_1, q_2, \cdots, q_n)$ كالآتي:

$$E_P = \sum_{\text{كل الأزواج الممكنة}} K\frac{q_i\, q_j}{r_{ij}} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} q_i\, V_i$$

5.2. تجوال الحقل الكهربائي:

ليكن لدينا المسار (L) موجه من النقطة A إلى النقطة B. تجوال الحقل الكهربائي $\vec{E}$ بين النقطتين A و B وفق المسار (L) هو:

$$\int_{A\ (L)}^{B} \vec{E}\cdot d\vec{l} = V_A - V_B$$

حيث V_A يمثل الكمون الكهربائي في النقطة A، و V_B يمثل الكمون الكهربائي في النقطة B.

و منه فإنّ تجوال الحقل الكهربائي لا يعتمد على شكل المسار المتّبع بل فقط على موضعي بدايته و نهايته.

كما يمكننا أن نستنتج أيضا أنّ تجوال الحقل الكهربائي وفق مسار مغلق معدوم:

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0$$

المحاضرة الثالثة

6.2. عمل القوة الكهربائية:

ليكن لدينا المسار (L) موجّه من النقطة A إلى النقطة B. إنّ عمل القوة الكهربائية لنقل الشحنة الكهربائية q من النقطة A إلى النقطة B وفق المسار (L) هو:

$$W_{A\to B} = \int_{A\ (L)}^{B} \vec{F}\cdot d\vec{l} = q\int_{A\ (L)}^{B} \vec{E}\cdot d\vec{l} = q(V_A - V_B)$$

و منه فإنّ عمل القوة الكهربائية لنقل الشحنة الكهربائية q من النقطة A إلى النقطة B لا يعتمد على شكل المسار المتّبع بل فقط على موضعي بدايته و نهايته.

كما يمكننا أن نكتب أيضا:

$$W_{A\to B} = E_P(A) - E_P(B) = -\Delta E_P$$

حيث: $E_P(A)$ تمثل الطاقة الكامنة الكهربائية للشحنة q في الموضع A، و $E_P(B)$ تمثل الطاقة الكامنة الكهربائية للشحنة q في الموضع B.

7.2. العلاقة بين الحقل و الكمون الكهربائيين:

كما قلنا سابقا، فإنّ دالة الكمون الكهربائيV لها علاقة بالحقل الكهربائي $\vec{E}$ عند كل موضع حيث يمكن أن نكتب:

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\,V$$

كما يمكن أن نكتب بشكل آخر:

$$dV = -\vec{E}\cdot d\vec{l}$$

مثال: يعطى $V(x,y,z) = 5xy + 3y^2 + 2z \quad (Volt)$

أحسب قيمة الكمون و الحقل الكهربائيين عند النقطة: $M(0,1,2)\ m$.

الحل:

المحاضرة الثالثة

$$V(0,1,2) = 5(0)(1) + 3(1)^2 + 2(2) = 7\,Volt$$

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\,V = -\frac{\partial V}{\partial x}\vec{\imath} - \frac{\partial V}{\partial y}\vec{\jmath} - \frac{\partial V}{\partial z}\vec{k} = -5y\vec{\imath} - (5x+6y)\vec{\jmath} - 2\vec{k}$$

$$\vec{E}(0,1,2) = -5(1)\vec{\imath} - [5(0)+6(1)]\vec{\jmath} - 2\vec{k} == -5\vec{\imath} - 6\vec{\jmath} - 2\vec{k} \quad (N/C)$$

8.2. خطوط الحقل و سطوح تساوي الكمون:

إنّ وجود الشحنات الكهربائية في الفضاء يغير في الخصائص الكهربائية له و ذلك بإنشاء حقل كهربائي في كل نقطة من نقاط الفضاء، و منه ندخل مفهوم خطوط الحقل الكهربائي و سطوح تساوي الكمون. يمكن أن نعرّف خط الحقل الكهربائي على أنّه خط موجّه بحيث يكون شعاع الحقل الكهربائي مماسي له في كل نقطة من نقاطه. أما سطح تساوي الكمون فهو مجموعة مواضع الفضاء التي تملك كمونا واحدا.

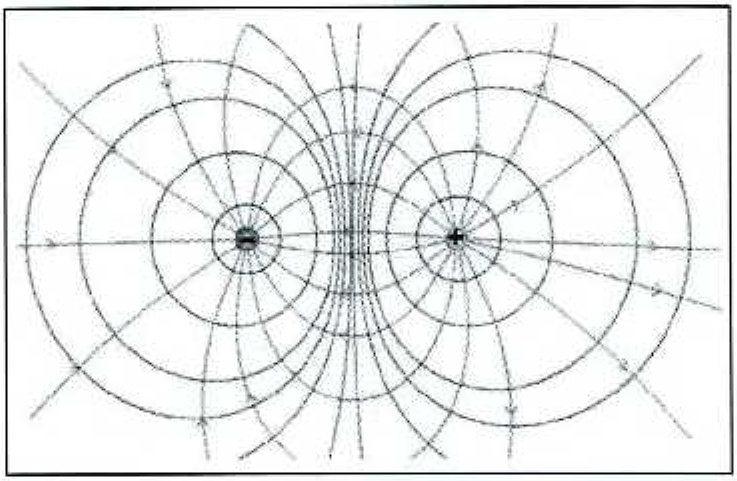
خصائص:

- ✓ خطوط الحقل الكهربائي لا تتقاطع فيما بينها.
- ✓ سطوح تساوي الكمون أيضا لا تتقاطع فيما بينها.
- ✓ خطوط الحقل الكهربائي عمودية على سطوح تساوي الكمون.
- ✓ الكمون يتناقص في إتّجاه الحقل الكهربائي.
- ✓ يكون الحقل الكهربائي أشد كلما كانت سطوح تساوي الكمون أقرب إلى بعضها.

مثال: خطوط الحقل و سطوح تساوي الكمون الناتجين عن شحنتين مختلفتين في الإشارة.

في هذه الحالة تخرج خطوط الحقل من الشحنة الموجبة متّجهة نحو الشحنة السالبة و تكون سطوح تساوي الكمون عمودية عليها كما هو موضح في الشكل الآتي:

المحاضرة الثالثة



9.2. التوزيع المستمر للشحنات:

في حالة وجود عدد كبير من الشحنات بحيث يمكن إدخال مفهوم التوزيع المستمر للشحنات فإنّه عمليا من أجل حساب الحقل و الكمون الكهربائيين يجب تحويل الجمع إلى تكامل حيث يكون:

$$\vec{E} = \int d\vec{E} = \int K \frac{dq}{r^2} \vec{u}_r$$

$$V = \int dV = \int K \frac{dq}{r}$$

حيث dq تمثل الشحنة العنصرية و هي تحسب كالآتي:

أ. التوزيع الخطّي للشحنات:

تعطى عبارة الشحنة العنصرية لهذا التوزيع بالعلاقة:

$$dq = \lambda \, dl$$

حيث: λ تمثل الكثافة الخطية للشحنة (C/m)، dl يمثل عنصر الطول (m).

ب. التوزيع السّطحي للشحنات:

تعطى عبارة الشحنة العنصرية لهذا التوزيع بالعلاقة:

$$dq = \sigma \, dS$$

م 2/11

المحاضرة الثالثة

حيث: σ تمثل الكثافة السطحية للشحنة (C/m^2)، dS يمثل عنصر المساحة (m^2).

ج. التوزيع الحجمي للشحنات:

تعطى عبارة الشحنة العنصرية لهذا التوزيع بالعلاقة:

$$dq = \rho\, dv$$

حيث: ρ تمثل الكثافة الحجمية للشحنة (C/m^3)، dv يمثل عنصر الحجم (m^3).

10.2. التدفق و نظرية غوص:

نعرّف تدفق الحقل الكهربائي عبر السّطح S المقدار Φ حيث:

$$\Phi = \iint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

نظرية التدفق أو نظرية غوص:

تنص نظرية غوص على أنّ تدفق الحقل الكهربائي عبر سطح مغلق يساوي المجموع الجبري للشحنات الواقعة داخله $(\sum q_{int})$ مقسومة على الثابت ε_0 و نكتب:

$$\oiint_{S_G} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum q_{int}}{\varepsilon_0}$$

حيث ε_0 تمثل سماحية الفراغ $\varepsilon_0 \simeq 8.85 \cdot 10^{-12}\ \frac{C^2}{N\, m^2}$.

أمّا S_G فيمثل سطح غوص و هو سطح وهمي و مغلق و معايير اختيار هذا السطح هي كالآتي:

- ✓ أن يمر سطح غوص على النقطة المراد حساب الحقل عندها.
- ✓ أن يكون $\vec{E} \perp d\vec{S}$ أو $\vec{E} \mathbin{/\!/} d\vec{S}$.
- ✓ أن يكون الحقل الكهربائي ثابت على إمتداد سطح غوص في الحالة $(\vec{E} \mathbin{/\!/} d\vec{S})$.