برنامج مقياس: احصاء 1

مقدمة: مفاهيم أساسية لعلم الاحصاء

الفصل الأول: عرض البيانات

الفصل الثاني: مقاييس النزعة المركزية

الفصل الثالث: مقاييس التشتت

الفصل الرابع: مقاييس الشكل

الفصل الخامس: الأرقام القياسية

مفاهيم أساسية

لعلم الاحصاء

مقدمة:

تطور مفهوم علم الإحصاء تدريجيا منذ القدم حتى وصل إلى ما هو عليه الآن من أسس ومبادئ ونظريات ثابتة ومعروفة، كما تلازمت زيادة أهمية واستخدام هذا العلم بتطور مفاهيمه ونظرياته في مراحله المختلفة وذلك بفضل مساهمة مجموعة من العلماء والباحثين بأبحاثهم وخبراتهم القيمة في هذا المجال، بالإضافة إلي ما ساهمت به الجمعيات العلمية للإحصاء وأيضا ظهور وإنشاء الأقسام الإحصائية المتخصصة بالجامعات كان له أثرا ملموسا وفعالا في تطور نظريات هذا العلم وتطبيقاته في معظم مجالات الحياة العلمية والعملية.

1- نشأة وتطور علم الإحصاء:

بدأ مفهوم الإحصاء منذ قدماء المصريين حيث قاموا بحصر السكان وثروة مصر و إحصاء الرجال لإنشاء الأهرامات، في حوالي 590 قبل الميلاد جرى أول إحصاء رسمي في اليونان، أما في الحضارة الإسلامية فكان أول إحصاء في عهد الخليفة عمر بن الخطاب عندما أمر كتابة قوائم بأسماء الناس حسب أسبقيتهم في الإسلام. ولم يختلف الأمر في العصور الوسطى وذلك بحصر السكان و ثرواتهم ودخولهم لأسباب دفاعية ومالية،لكن في القرنين الأخيرين تطور الحال إلى ما يعرف بالحساب السياسي للدولة فتناولت الإحصاءات الرقمية أعداد السكان والمواليد والوفيات وإيرادات ونفقات الدولة وإنتاجها في مختلف المجالات وهذا لهدف تقديم الخدمات الضرورية للسكان في مجالات متعددة كالزراعة والصحة والتعليم والاقتصاد والمساعدات الاجتماعية.

إن تطور علم الرياضيات الهائل كان له اثر ايجابي وفعال في تطور الأسس الرياضية لعلم الإحصاء على أيدي علماء بارزين مثل: بايز وباسكال وبيرسون وفيشر...الخ وتحويله من فن إلى علم له أسس ونظريات، كما كان للثورة الإدارية والتخطيطية في كثير من الدول في القرن العشرين أثرا بالغا في إقناع العامة والخاصة بأهمية الحاجة إلى البيانات الإحصائية والطرق الإحصائية.

إن الهدف من تدريس الإحصاء الوصفي هو تمكين الطالب من استخدام مختلف جميع الأدوات و الأساليب الإحصائية ليتمكن من توظيفها في بحوثه الميدانية، وكذلك يعتبر الإحصاء الوصفي خصوصا القاعدة الأساسية لفهم الإحصاء الرياضي ومن ثم الإحصاء التطبيقي، وبذلك تكتمل الصورة لدى الطالب في مجال الإحصاء حيث يصبح قادرا على توظيف الأدوات الإحصائية في بحوثه الميدانية.

2- تعريف علم الإحصاء: كلمة إحصاء مصدر من أحصى يحصى إحصاءا أي عد الشيء، ضبطه وحصره.

فعلم الإحصاء "علم يبحث في جمع البيانات حول ظاهرة ما أو عدة ظواهر وتنظيمها وتلخيصها وعرضها ثم تحليل البيانات من اجل الوصول إلى نتائج وخلاصات تفيدنا في عملية اتخاذ القرارات أو إجراء توقعات و تقديرات."
ويمكن تقسيمه إلي قسمين رئيسين:

أ- ***إحصاء وصفي*** وهو الجزء الذي يتناول طرق تنظيم وتلخيص وعرض البيانات في جداول ورسوم و بيانات.

ب- ***إحصاء استدلالي*** الجزء الذي يتناول استخراج خلاصات حول المجتمع كاتخاذ القرارات وإصدار الأحكام أو التوقعات والاحتمالات بناءا على نتائج الإحصاء الوصفي ويكون ذلك عن طريق التقدير واختبار الفروض.

3- مراحل وخطوات المنهج الإحصائي

- تحديد المشكلة والظاهرة ووضع الفرضيات.
- جمع البيانات الإحصائية.
- تحديد وتبويب وعرض البيانات الإحصائية.
- تحليل البيانات الإحصائية.
- استخلاص وتفسير واستخدام النتائج الإحصائية.

4- مصادر جمع البيانات: يمكن الحصول على المعلومات من مصدرين:

أ- **المصادر غير المباشرة:التاريخية** هي بيانات معدة مسبقا عن ظاهرة ما وباستطاعة الباحث الرجوع إليها وأخذها من الجهات المختصة من البلدية أو الولاية أو المديريات أو الوزارات أو المؤسسات أو حتى الهيئات الدولية.

ب- **المصادر المباشرة:الميدانية** هو الحصول على معلومات من مصادرها الأصلية وذلك عن طريق الاتصال بمفردات المجتمع قيد البحث من خلال توجيه الأسئلة إما عن طريق المقابلة الشخصية أو التليفون أو المشاهدة أو المراسلة عن طريق إعداد استمارة إحصائية أو استبيان

5- طرق جمع البيانات(أساليب)

أ- **المسح الشامل**:وذلك بأخذ المعلومات عن جميع مفردات المجتمع قيد الدراسة وهي أفضل الطرق حيث تعطى نتائج دقيقة ومفصلة لكنها متعبة ومكلفة.

ب- **العينة**: وهي طريقة تعطي معلومات ونتائج أقل دقة من الأولى حيث أن هناك أخطاء يمكن الوقوع فيها وتؤثر على النتائج منها أخطاء الصدفة و التحيز، إلا أنها اقل تكلفة وجهد وتوفر كثيرا من الوقت.

ويوجد نوعان من العينات : العينة العمدية أو غير العشوائية

- العينة العشوائية: وتوجد البسيطة- المنتظمة- الطبقية- العنقودية

6- مصطلحات إحصائية:

الفرد (المفردة): تطلق كلمة فرد في الإحصاء على المعني بالدراسة الإحصائية سواء كان إنسانا أو حيوانا أو شيئا ساكنا أو متحركا و الفرد هو الوحدة الأساسية المكونة للمجتمع الإحصائي.

المجتمع: جميع مفردات موضع الدراسة والتي نريد معرفة حقائق عنها المشتركة في الصفة المعنية بالدراسة الإحصائية هذا المجتمع يمكن أن يكون محدود أو غير محدود.

العينة: هي جزء من المجتمع الظاهرة قيد الدراسة تؤخذ بطريقة معينة بحيث تكون ممثلة تمثيلا صحيحا لتعميم النتائج عليها.

المتغير: هو الصفة تحت الدراسة (الأجر.الطول.الوزن.علامات الامتحان....الخ)وتنقسم المتغيرات إلي نوعين:

❖المتغيرات النوعية(كيفية): هي صفات ليست عددية وصفية وهي نوعان خاضعة للترتيب.وغير خاضعة للترتيب.

❖المتغيرات الكمية (عديدية) هي بيانات التي يعبر عنها في صورة عددية وبالأرقام وهي نوعان:

- متغير متقطع(منفصل): هو متغير الذي يأخذ أعداد صحيحة.
- متغير متصل(مستمر): هو المتغير يمكن أن يأخذ جميع القيم الواقعة بين قيمتين صحيحتين.

الفصل الأول:

عرض البيانات

الفصل الأول: عرض البيانات

بعدما يقوم الباحث بعملية جمع البيانات تأتي الخطوة التالية وهي عملية تبويب وتنظيم وعرض البيانات في صورة جداول و رسوم لتسهيل عملية القرأة والتحليل وفهم الظاهرة، وهناك طريقتين لعرض البيانات وهما :

عرض البيانات جدوليا - عرض البيانات بيانيا

أولا : العرض الجدولي للبيانات: عند تمثيل البيانات في جداول يجب التمييز بين انواع المتغيرات ،لما يكون لدينا :

1- المتغير النوعي(كيفي): اذا كان لدينا متغير كيفي فانه يمكن عرض بياناته في شكل جدول تكراري بسيط،يتكون من سطرين أو عمودين، السطر أو العمود الأول يمثل المتغير، أما السطر أو العمود الثاني يمثل عدد المفردات (التكرارات)لكل مستوى أو مجموعة.

مثال: لدينا بيانات حول الالوان المفضلة لمستعملي الهواتف النقالة oppo

أسود ،أبيض،أحمر،أبيض،ازرق،أسود ،رمادي،أبيض،أزرق،أحمر،أسود ،أبيض،أحمر،أبيض

أبيض،ازرق،أسود ،رمادي،أبيض أسود ،أبيض،أحمر،أبيض،أزرق،رمادي.

تمثيل هذه البيانات في جدول مناسب ؟

الألوان	أبيض	أسود	رمادي	أزرق	أحمر
العدد(تكرار)	9	5	3	4	4

كما يمكن تمثيل البيانات النوعية في جداول مزدوجة تعرض فيه صفتين، وجداول مركبة تعرض فيه اكثر من صفتين.

مثال: تصنيف الطلبة حسب الكليات و الجنس

جدول مزوجج

الكليات/الجنس	**ذكور**	**اناث**
كلية الأآداب	**85**	**105**
كلية التاريخ	**38**	**161**
كلية الرياضيات	**75**	**34**

مثال: تصنيف الطلبة حسب الكليات، الاقسام، السنوات، الجنس

جدول مركب

الكليات/ الاقسام/السنوات/ الجنس		السنة الاولى		السنة الثانية		السنة الثالثة	
		ذكور	اناث	ذكور	اناث	ذكور	اناث
كلية ع الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير	قسم لاقتصاد	52	15	45	14	35	12
	قسم التسيير	63	26	53	21	44	18
	قسم التجارة	45	36	38	29	33	25
كلية الاداب واللغات	قسم اللغة العربية	98	36	60	31	52	27
	قسم اللغة الانكليزية	25	10	21	8	17	7
كلية العلوم الدقيقة	قسم الرياضيات	22	11	16	9	13	8
	قسم الاعلام الآلي	18	9	12	9	10	9

2- المتغير الكمي(العددي): بنفس الطريقة السابقة لتكوين الجدول التكراري للمتغير النوعي يمكن أيضا عرض البيانات للمتغير الكمي (العددي) في جدول تكراري، وهنا نميز بين حالتين:

أ- حالة المدى صغير: المدى = أكبر قيمة – أصغر قيمة

اذا كان المدى صغير يترواح بين 3 الى 10 هنا نمثل البيانات في جدول تكراري بسيط به عمودين او سطرين.

مثال: لتكن لدينا بيانات حول عدد الاطفال لعدة أسر في حي الرمال ببلدية الوادي.

1.4.3.1.2.3.5.4.1.2.2.3.5.4.4.5.5.3.3.3.2.1.1.0.0.1.2.3.5.5.4.0

مثل هذه البيانات في جدول مناسب ؟

المدى = 5 - 0 = 5 نلاحظ ان المدى صغير

عدد الاطفال	0	1	2	3	4	5
عدد الاسر(تكرار)	3	6	5	7	5	6

ب- حالة المدي كبير: أما في حالة المدى كبير ويكون عادة أكبر من 10 يمكن عرض البيانات العددية في جدول توزيع تكراري بفئات (مجالات) ويتكون الجدول من عمودين، الاول يحتوي على فئات تصاعدية لقيم المتغير والثاني يمثل التكرارات أو عدد المفردات التي تنتمي للفئة المناسبة.

ملاحظة: لا نعتمد على المدى فقط في تحديد طبيعة ونوعية التوزيع من بسيط أو بفئات بل نعتمد على عدد القيم التي يأخذها المتغير، فيمكن أن يكون المدى كبير ويمثل في جدول تكراري بسيط كما يمكن أن يكون المدى صغير ويمثل في جدول تكراري بفئات.

خطوات تكوين جدول توزيع تكراري بفئات:

1- **حساب المدى:** المدى = أكبر قيمة – أصغر قيمة

$$R = MAX - MIN$$

2- **تحديد عدد الفئات:** تتروح عدد الفئات عادة بين 5 الى 15 فئة وهناك طريقتين لحساب عدد الفئات:

- معادلة ستارج sturge

$$\boxed{C = 1 + 3.322 \log N}$$

C: عدد الفئات

N: عدد البيانات أو مجموع التكرارات

- معادلة يول yule

$$\boxed{C = 2.5\sqrt[4]{N}}$$

3- **حساب طول الفئة:** هو حاصل قسمة المدى على عدد الفئات

$$\text{طول الفئة} = \frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}}$$

ويجب أن يتحقق: المدى ≥ عدد الفئات x طول الفئة

ملاحظات:

- عند تفريغ البيانات فانه يجب ان تنتمي كل مفردة الى فئة واحدة فقط.
- اذا كان المتغير العددي متقطع فعند كتابة الفئات تكون فئات مغلقة من الجهتين اي مغلوقة من جهة الحد الادنى و الأعلى .ويجب تعيين الحدود الفعلية بحيث:

يتم تعيين الحد الأدنى الفعلي للفئة الأولى=الحد الأدنى للفئة الأولى - $\frac{1}{2}$ وحدة الدقة

يتم تعيين الحد الأعلى الفعلي للفئة الأولى=الحد الأعلى للفئة الأولى + $\frac{1}{2}$ وحدة الدقة

- اما اذا كان المتغير العددي مستمر (متصل) فتكون مغلقة من جهة الحد الادنى ومفتوحة جهة الحد الاعلى.
- نحدد مراكز الفئات x_{ci}

$$\text{مركز الفئة} = \frac{\text{الحد الاعلى للفئة}+\text{الحد الادنى للفئة}}{2}$$

$$= \frac{\text{الحد الاعلى الفعلي للفئة}+\text{الحد الادنى الفعلي للفئة}}{2}$$

- يفضل استخدام الفئات المتساوية في طول الفئة الا انه يمكن ان يستخدم الفئات غير المتساوية(توزيع تكراري غير منتظم).

- اذا كان التكرار لبعض الفئات صغير جدا مقارنة بباقي الفئات يمكن دمج الفئات معا.
- كما يجب توفر معلومات في الجدول التكراري :رقم الجدول، عنوان الجدول، عنوان لكل سطر أو عمود، كتابة مصدر البيانات، الوحدة المستخدمة.

مثال: ليكن لدينا بيانات حول عدد السيارات التي دخلت المرآب في 50 يوم

57؛43؛46؛24؛44؛38؛19؛54؛49؛57؛29؛53؛45؛47؛41؛37؛49؛56؛47؛29؛31؛32؛51؛52؛42؛45؛
28؛43؛49؛34؛24؛42؛28؛39؛21؛18؛37؛34؛29؛23؛35؛43؛39؛41؛26؛27؛32؛37؛28؛30.

المطلوب: إنشاء توزيع تكراري

المدى= 57- 18 =39

عدد الفئات: $2.5\sqrt[4]{50} = 6.64$

طول الفئة: $=\frac{39}{6.64}= 5.87 \approx 6$

الفئات	الحدود الفعلية	مركز الفئة	تفريغ البيانات	التكرار
18- 23	17.5- 23.5	20.5	////	4
24- 29	23.5- 29.5	26.5	//////////	10
30- 35	29.5- 35.5	32.5	///////	7
36- 41	35.5- 41.5	38.5	////////	8
42- 47	41.5- 47.5	44.5	///////////	11
48- 53	47.5- 53.5	50.5	//////	6
54- 59	53.5- 59.5	65.5	//////	4
المجموع				50

التكرارات المتجمعة: في بعض الحالات نرغب في معرفة التكرارات او عدد البيانات التي تزيد عن قيمة معينة أو تقل عن قيمة معينة فنكون لهذا الغرض ما يسمى بالتكرار المتجمع الصاعد والنازل بحيث:

- التكرار المتجمع الصاعد لأي فئة هو تكرار هذه الفئة مضافا اليه مجموع التكرارات الفئات السابقة، هو التكرار على أساس الأقل من الحد الاعلى لكل فئة.
- التكرار المتجمع النازل لأي فئة هو عبارة عن مجموع التكرارات الفئات مطروحا منه التكرارات الفئات السابقة، هو التكرار على أساس الاكثر من الحد الادنى لكل فئة.

الفئات	التكرار	تكرارمتجمع.صاعد	تكرار متجمع نازل
[ ]	n1	n1	N
[ ]	n2	n1+n2	N-n1
[ ]	n3	n1+n2+n3	N-(n1+n2)
[ ]	n4	n1+n2+n3+n4	N-(n1+n2-n3)
[ ]	n5	n1+n2+n3+n4+n5	N-(n1+n2-n3-n4)
المجموع	N		N-(n1+n2-n3-n4-n5)

مثال:

الفئات	تكرار	ت.م.صاعد	ت.م.نازل
[ ]	5	5	25
[ ]	6	11	20
[ ]	7	18	14
[ ]	3	21	7
[ ]	4	25	4
المجموع	25		0

التكرار النسبي: يحسب التكرار النسبي بقسمة تكرار المجموعة أو الفئة على مجموع التكرارات ،ويرمز له بالرمز ***fi*** بحيث:

$$fi=\frac{ni}{\sum ni}$$

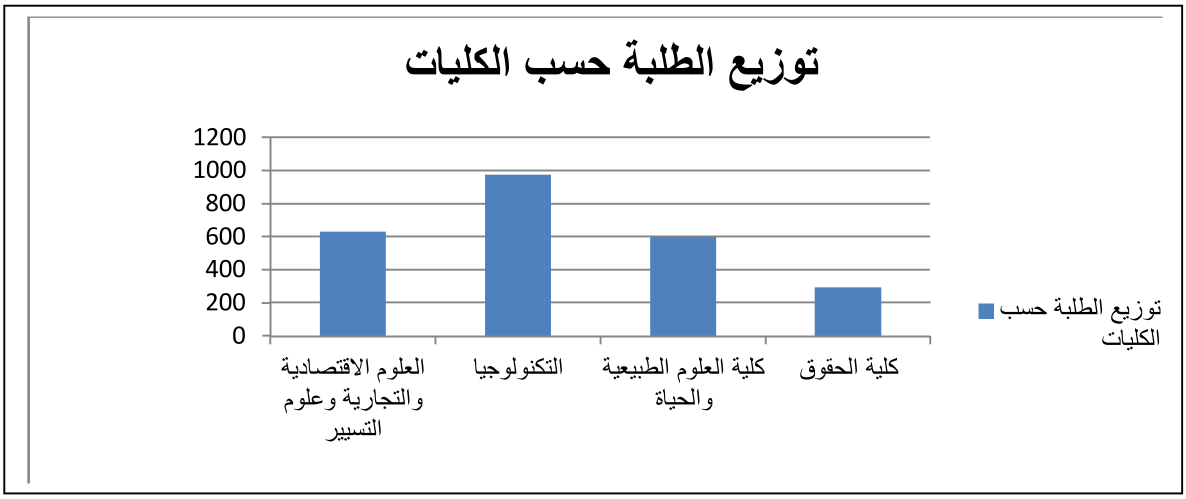
$$fi=\frac{ni}{N}$$

ثانيا:العرض البياني للبيانات: هناك طريقة أخرى لتوضيخ وتلخيص البيانات وهي طريقة العرض البياني وهذه الطريقة أسهل وأبسط لكن يجب المرور على التمثيل الجدولى أولا. كما تمكن الباحث الاحصائي من تحليل سريع للظاهرة المدروسة وتستخدم عدة أنواع للأشكال و الرسوم لعرض البيانات حسب نوعية المتغير.

1- المتغير الكيفي: وله عدة اشكال وهي:الاعمدة المستطيلة البسيطة،الاعمدة المستطيلة المتلاصقة،والأعمدة المستطيلة المجزأة والتمثيل الدائري.

أ- الاعمدة المستطيلة البسيطة: يمثل الجدول التالي عدد الطلبة الجدد بجامعة الوادي حسب الكليات سنة 2018

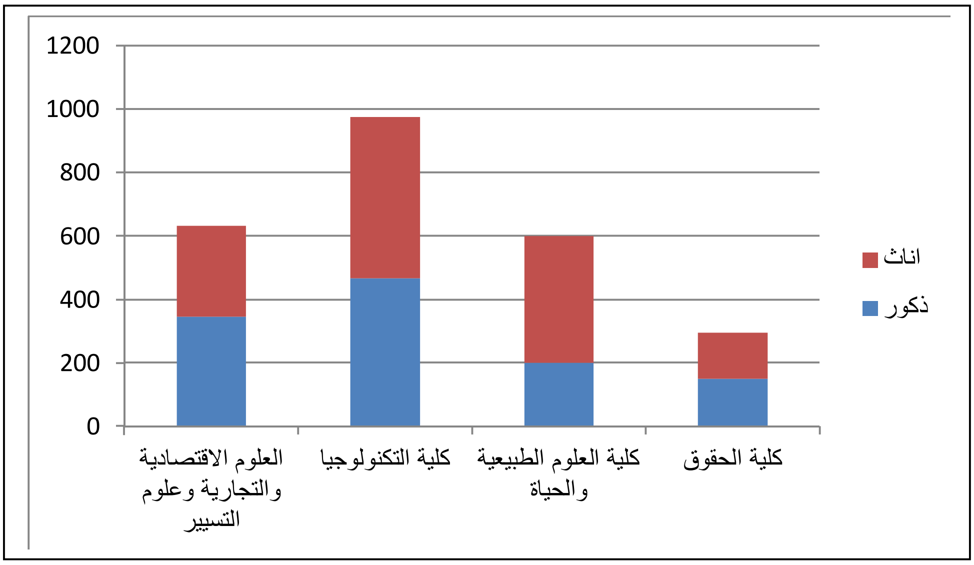
الكليات	عدد الطلبة
العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير	632
كلية التكنولوجيا	974
كلية العلوم الطبيعية والحياة	600
كلية الحقوق	295



ب- الاعمدة المستطيلة المجزأة يمثل الجدول التالي عدد الطلبة الجدد بجامعة الوادي حسب الكليات سنة 2018

الكليات	عدد الطلبة	
	ذكور	اناث
العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير	345	287
كلية التكنولوجيا	466	508
كلية العلوم الطبيعية والحياة	200	400
كلية الحقوق	150	145

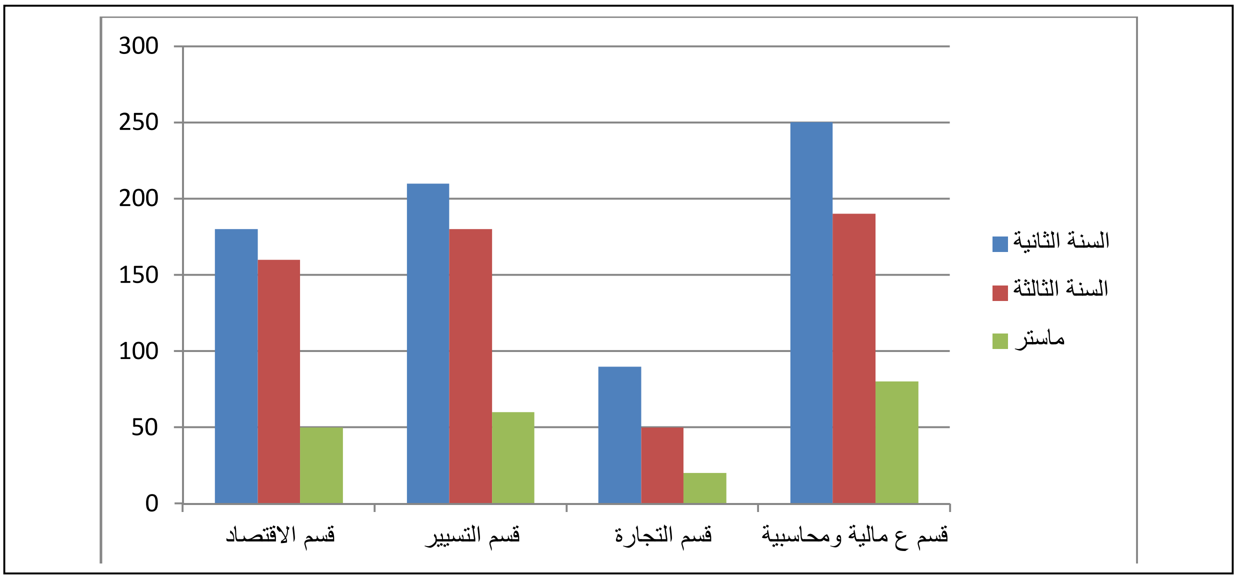
توزيع الطلبة حسب التخصص و الجنس جامعة الوادي سنة 2018



ج- **الاعمدة المستطيلة المتلاصقة:** يمثل الجدول التالي عدد الطلبة حسب الاقسام في كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير.

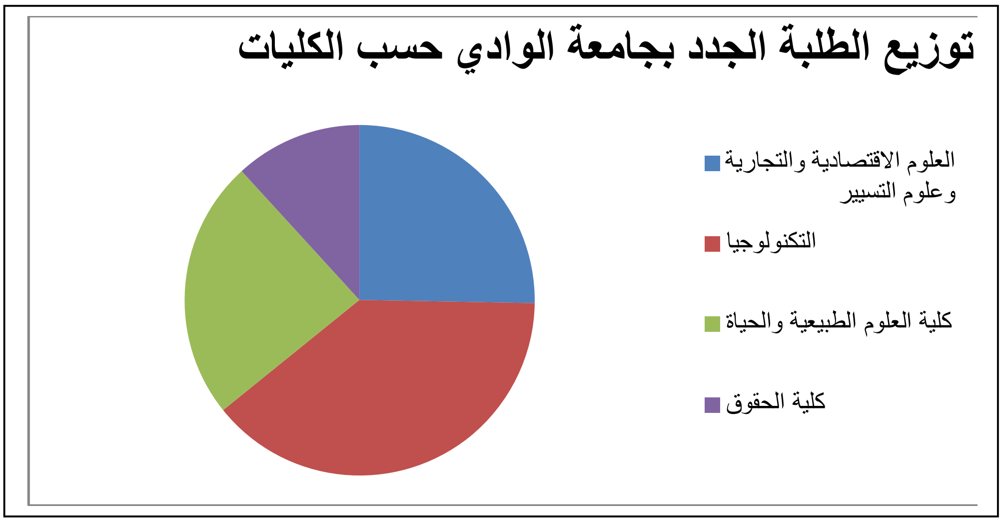
السنوات/الاقسام	قسم الاقتصاد	قسم التسيير	قسم التجارة	قسم ع مالية ومحاسبية
السنة الثانية	**180**	**210**	**90**	**250**
السنة الثالثة	**160**	**180**	**50**	**190**
ماستر	**50**	**60**	**20**	**80**

توزيع طلبة كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير حسب الاقسام والسنوات



ج- **التمثيل الدائري:** يمثل الجدول التالي عدد الطلبة الجدد بجامعة الوادي حسب الكليات سنة **2018**

الكليات	عدد الطلبة
العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير	632
كلية التكنولوجيا	974
كلية العلوم الطبيعية والحياة	600
كلية الحقوق	295

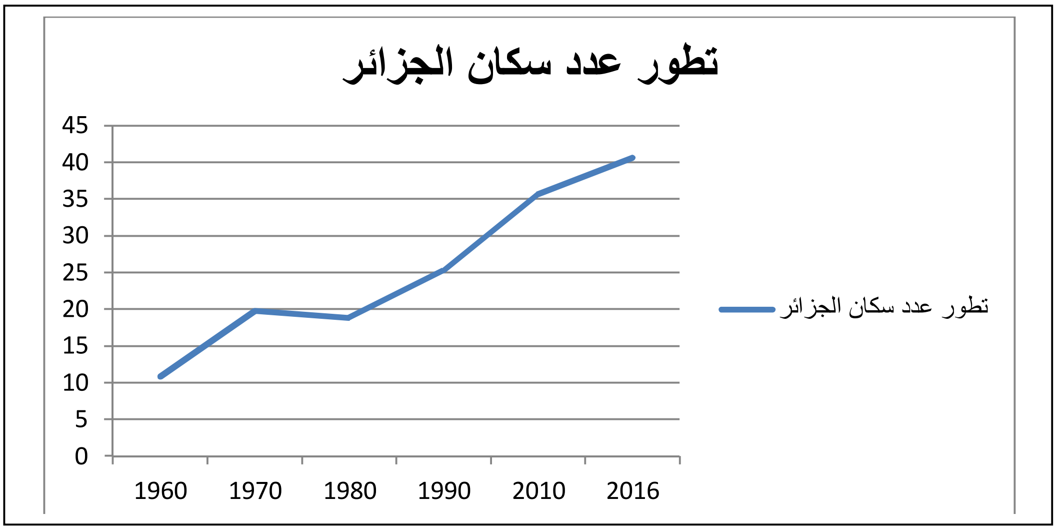


2- المتغير الكمي: يمكن تمثيل المتغيرات العددية بعدة اشكال

أ- **الخط البياني:** لما يكون لدينا ظاهرة كمية تتطور عبر الزمن يمكن تمثيلها بخط بياني

مثال: ليكن لدينا عدد السكان الجزائر للفترة (1980- 2010) **الوحدة:مليون نسمة**

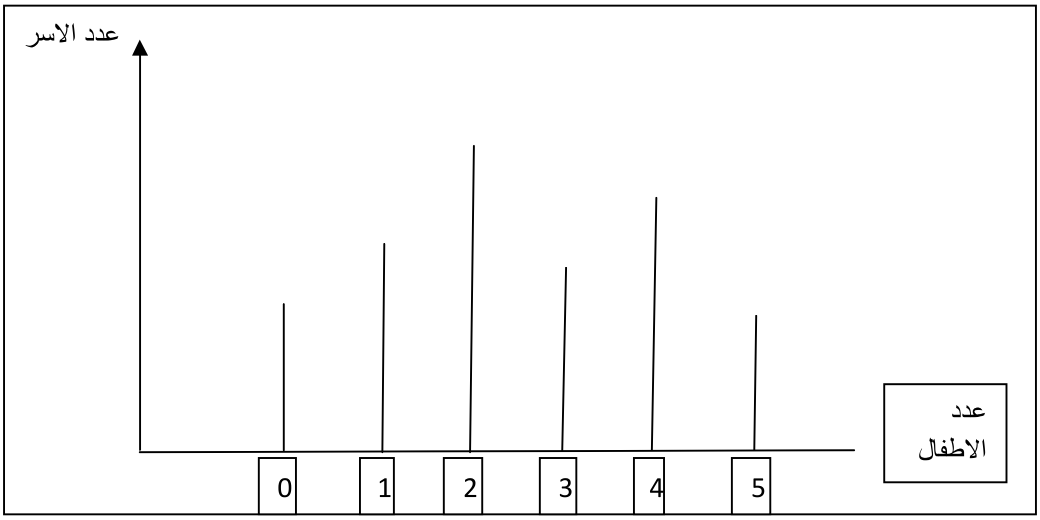
السنوات	1960	1970	1980	1990	2000	2010	2016
عدد السكان	10.8	19.75	18.81	25.3	30.53	35.6	40.61



ب- الاعمدة البسيطة: اذا كان لدينا متغير كمي وممثل في جدول تكراري بسيط فيمكن تمثيله بالاعمدة البسيطة.

مثال: ليكن لدينا جدول يمثل بيانات لعدد الاطفال في حي معين.

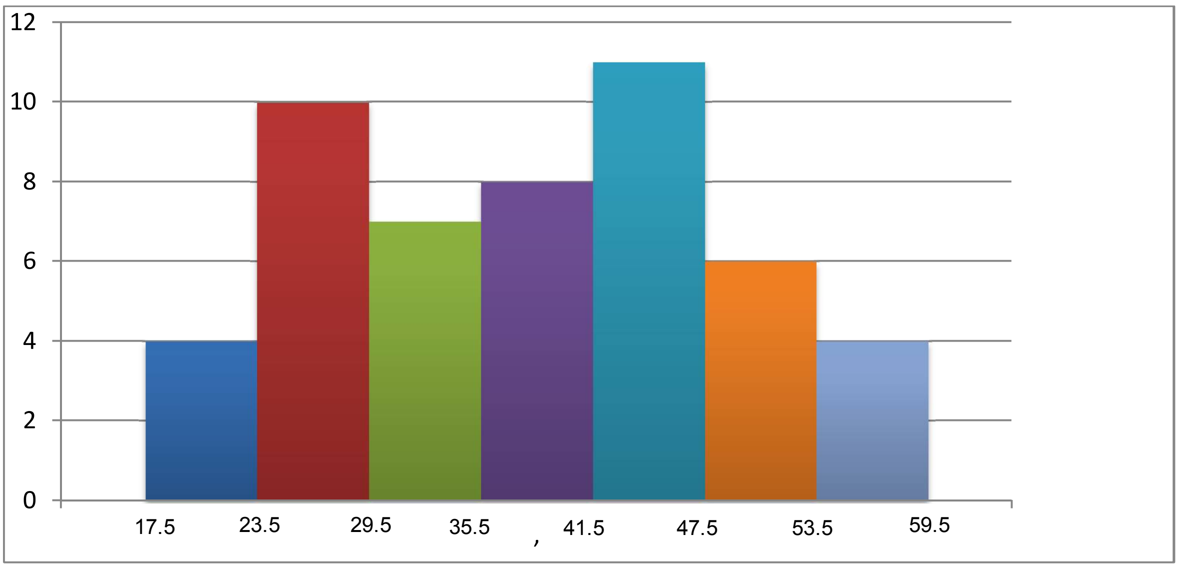
عدد الاطفال	0	1	2	3	4	5
عدد الاسر	10	17	25	13	20	12



ثالثا: التمثيل البياني للتوزيعات التكرارية بفئات :

أ- **المدرج التكراري:** هو عبارة أعمدة متلاصقة تتناسب أطوال كل منها مع تكرار كل فئة

1- حالة التوزيع التكراري المنتظم: يكون فيه أطوال الفئات متساوية، حسب المثال السابق



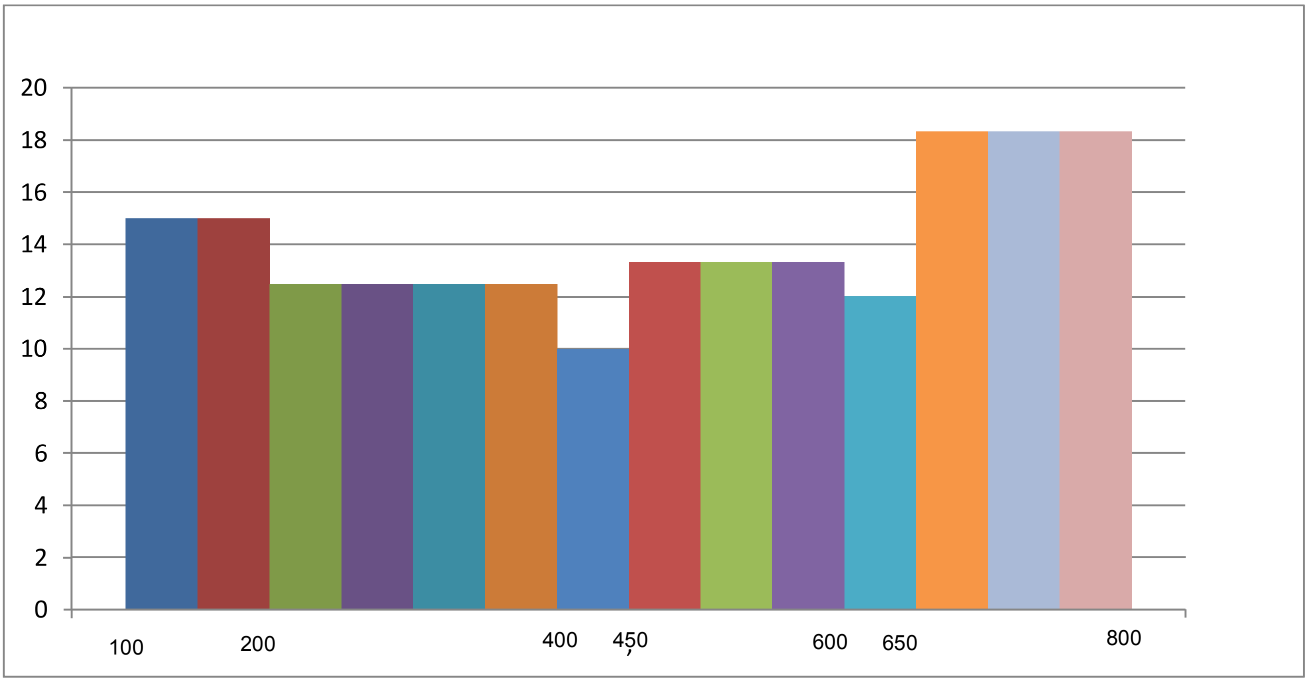
2- حالة التوزيع التكراري غير المنتظم: يكون فيه أطوال الفئات غير متساوية هنا يجب تعديل التكرارات

بحيث : **التكرار المعدل = $\frac{\text{تكرار الفئة}}{\text{طول الفئة}}$ x طول الفئة المختارة**

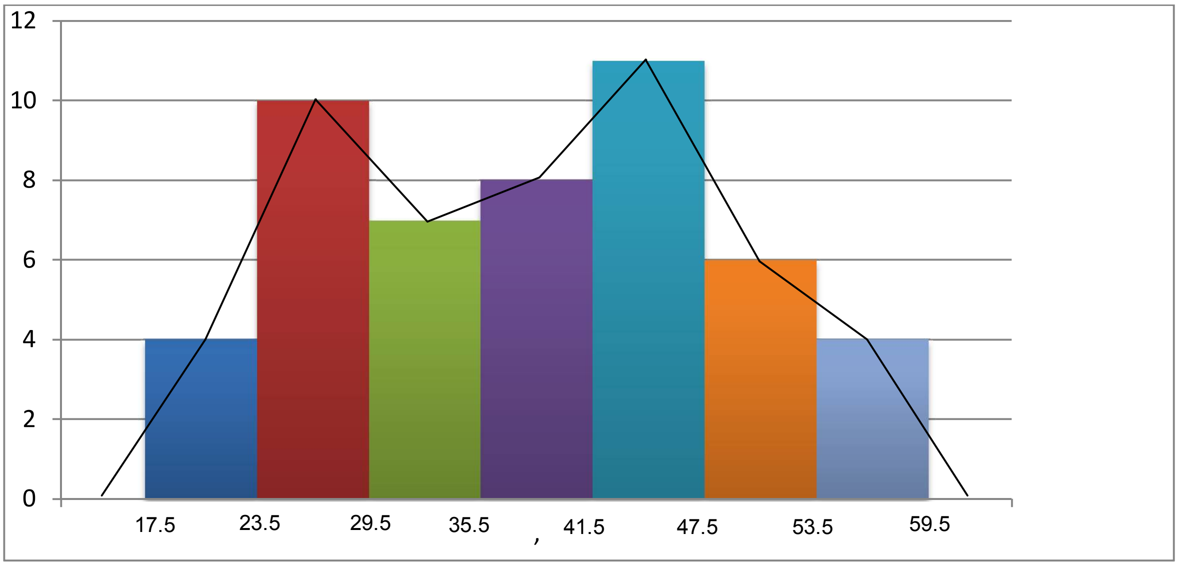
مثال: طول الفئة المختارة هي 50

الفئات	التكرار	طول الفئة	تكرار المعدل
100- 200	30	**100**	$\frac{30}{100}$x50=15
200- 400	50	**200**	$\frac{50}{200}$x50=12.5
400- 450	10	**50**	$\frac{10}{50}$x50=10
450- 600	40	**150**	$\frac{40}{150}$x50=13.33
600- 650	12	**50**	$\frac{12}{50}$x50=12
650- 800	55	**150**	$\frac{55}{150}$x50=18.33
المجموع	197		

التمثيل البياني للتوزيع التكراري يكون بالشكل التالي:

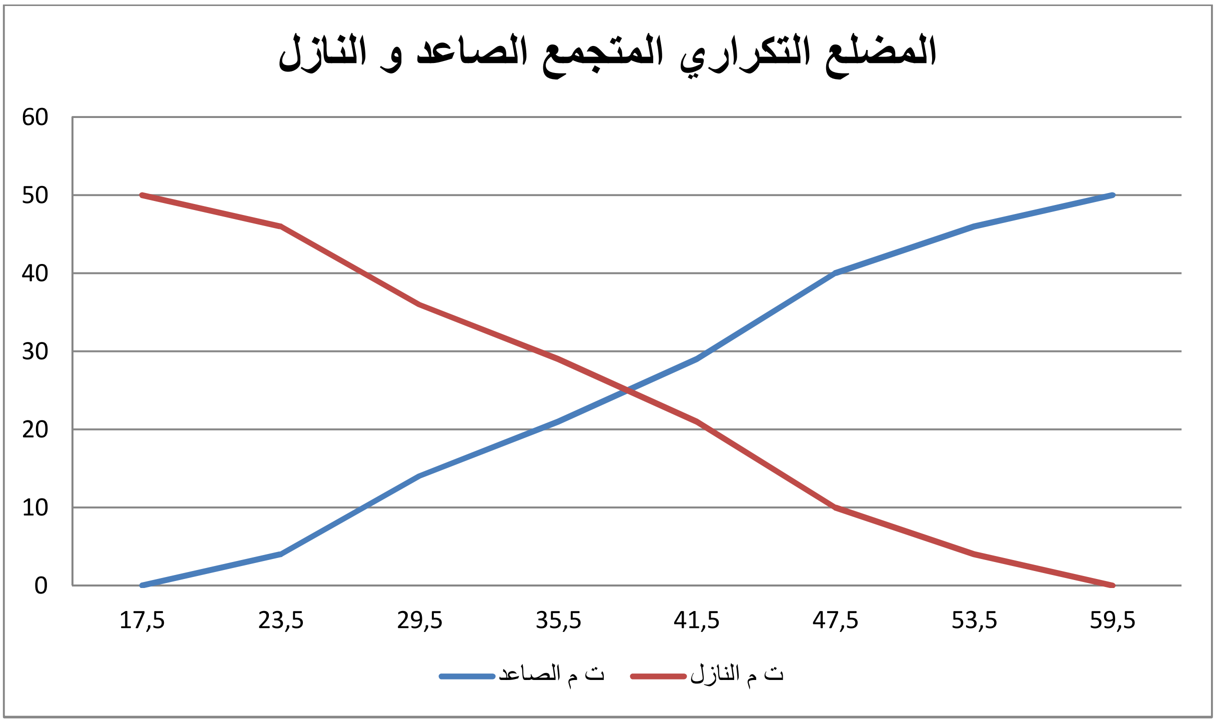


ب- **المضلع التكراري**: هو عبارة عن خط منكسر يصل بين مراكز الفئات العليا للمدرج التكراري

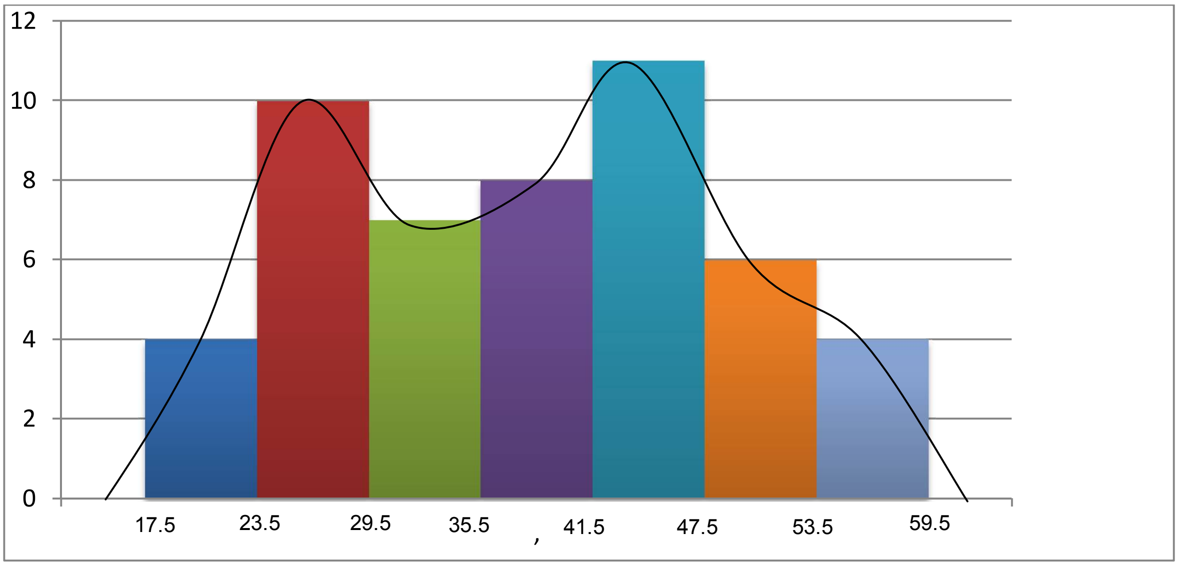


ج- **المضلع التكراري المتجمع الصاعد والنازل:**

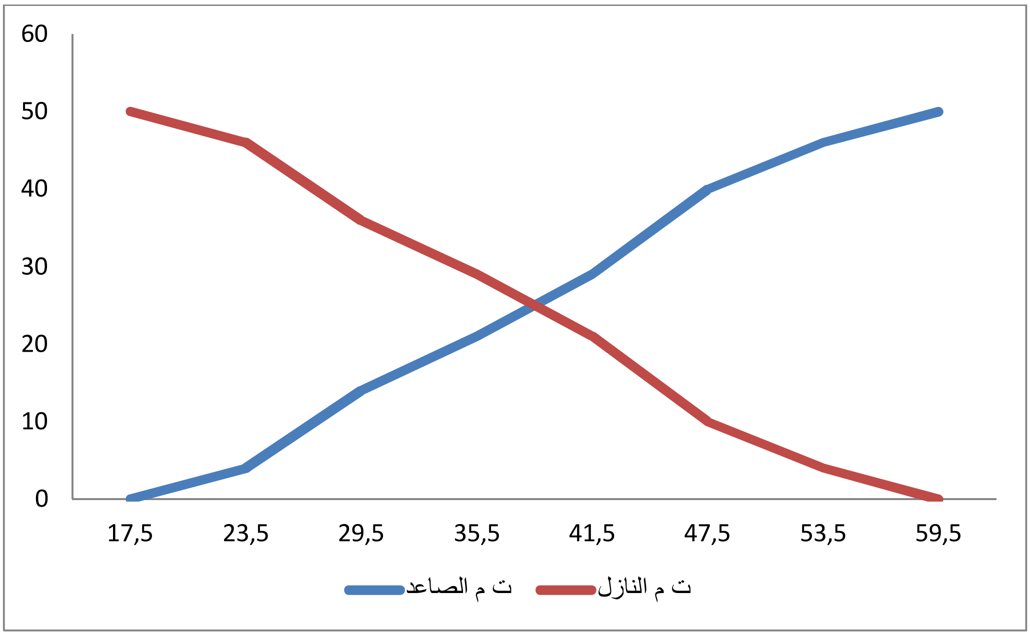
الفئات	الحدود الفعلية	تكرار	ت.م الصاعد	ت.م النازل
18- 23	**17.5- 23.5**	**4**	**4**	**50**
24- 29	**23.5- 29.5**	**10**	**14**	**46**
30- 35	**29.5- 35.5**	**7**	**21**	**36**
36- 41	**35.5- 41.5**	**8**	**29**	**29**
42- 47	**41.5- 47.5**	**11**	**40**	**21**
48- 53	**47.5- 53.5**	**6**	**46**	**10**
54- 59	**53.5- 59.5**	**4**	**50**	**4**
المجموع		**50**		**0**



د- **المنحنى التكراري:** هو منحنى غير منكسر يمر على مراكز الفئات العليا للمدرج التكراري



المنحنى التكراري المتجمع الصاعد والنازل



الفصل الثاني:

مقاييس النزعة المركزية

الفصل الثالث: مقاييس النزعة المركزية

تعني النزعة المركزية ميل ونزوع البيانات للتمركز والتراكم حول نقطة معينة واهم هذه المقاييس:

المتوسط الحسابي الوسيط المنوال الوسط الهندسي الوسط التوافقي

1- الوسط الحسابي

يعتبر المتوسط الحسابي من أسهل وأكثر المقاييس النزعة المركزية استخداما في الإحصاء الوصفي.وهو عبارة عن مجموع القيم مقسوما على عددها.

فإذا كانت لدينا القيم $x_1,x_2,x_3,\dots\dots x_n$ فان متوسطها الحسابي

$$\overline{X} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots\dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Xi}{n}$$

$\overline{X}$: المتوسط الحسابي

X_i : قيم الظاهرة

N : عدد البيانات

مثال:إذا كانت أوزان 10 طلبة :60.70.63.64.67.69.65.66.61.62

فان متوسطها $\frac{647}{10}$ =64.7كلغ

المتوسط الحسابي في حالة بيانات متكررة

إذا كانت لدينا القيم $x_1,x_2,x_3,\dots\dots\dots\dots x_n$

ولها تكرارات $n_1,n_2,n_3,\dots\dots\dots\dots n_n$

فإن المتوسط الحسابي لها يعطي بالعلاقة:

$$\overline{X} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + n_3x_3 + \dots\dots\dots\dots n_nx_n}{n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + \dots\dots\dots\dots n_n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_ix_i}{\sum n_i}$$

X_i : قيم الظاهرة.

n_i : التكرارات

مثال:نقاط امتحان المحاسبة

النقطة	8	9	11	13	14
عدد الطلبة	4	6	5	4	2

$$\overline{X} = \frac{8.4+9.6+11.5+13.4+14.2}{2+4+5+6+4} = \frac{221}{21} = 10.52$$

المتوسط الحسابي في توزيع تكراري: يعتمد المتوسط الحسابي في بيانات مبوبة على مراكز الفئات

$$\overline{X} = \frac{\sum xcini}{\sum ni}$$

خصائص الوسط الحسابي:

- يأخذ في الاعتبار جميع مفردات الظاهرة أو المتغير مما يجعله مقياسا قويا وشائع الاستخدام في البحوث الإحصائية.
- مجموع الانحرافات القيم في الظاهرة عن وسطها الحسابي يساوي الصفر. $\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{X}) = 0$
- مجموع مربعات الانحرافات القيم عن وسطها اقل من مجموع مربعات انحرافات القيم عن أي قيمة أخرى.
- يتأثر الوسط الحسابي بالقيم المتطرفة سواءا كانت صغيرة جدا أو كبيرة جدا.
- لا يمكن حساب الوسط الحسابي لبيانات غير كمية.
- لا يمكن استخراجه بالأساليب البيانية.
- يتعذر حسابه من الفئات المفتوحة.

المتوسط الحسابي المرجع: في بعض الأحيان القيم المراد حساب متوسطها الحسابي لا يكون لها نفس الأهمية بل تختلف باختلاف عامل الترجيح الخاص بها.

المتوسط الحسابي المرجح = $\frac{\text{مجموع حاصل ضرب كل قيمة في معاملها}}{\text{مجموع المعاملات}}$ = $\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} x_i}$

مثال: نقاط طالب ثلاث مقاييس

المقياس	إحصاء	رياضيات	اقتصاد جزئي
المعامل	3	3	4
النقطة	10	12	8

2- الوسيط

تعريف:الوسيط هو عبارة عن القيمة الأوسطية لمجموعة القيم رتبت تصاعديا أو تنازليا ويرمز له بالرمز M_e

كيفية إيجاد الوسيط:

أ- البيانات غير المبوبة:

إذا كانت فردية $x_1,x_2,x_3,\ldots\ldots\ldots\ldots x_n$

نرتب البيانات ترتيبا تصاعديا أو تنازليا

$\frac{n+1}{2}$ هو ترتيب الوسيط

وإذا كانت زوجية نرتب البيانات ترتيبا تصاعديا أو تنازليا

فإن الوسيط هو متوسط القيمتين اللتين ترتيبهما $\boxed{\frac{n}{2} \text{ و } \frac{n}{2}+1}$

ب- الوسيط في حالة بيانات متكررة

لإيجاد الوسيط لهذه البيانات نتبع الخطوات التالية :

- نحسب التكرار المتجمع الصاعد لقيم الظاهرة.
- نحدد ترتيب الوسيط وهي $\frac{N}{2}$
- نبحث عن القيمة التي تكرارها المتجمع الصاعد أكبر أو تساوي ترتيب الوسيط وهي القيمة التي تمثل الوسيط.

مثال: 10، 10، 10، 12، 12، 15، 15، 17، 19، 19، 22، 22، 22، ، 23، 23

أو الوسيط لهذه البيانات؟

N/2=15/2=7.5

قيم الظاهرة	10	12	15	**17**	19	22	23
التكرار	3	2	2	**1**	2	3	2
ت م الصاعد	3	5	7	**8**	10	13	15

ج- الوسيط لبيانات مبوبة في توزيع تكراري:

لتحديد الوسيط لبيانات مبوبة نتبع الخطوات التالية:

- نحسب التكرار المتجمع الصاعد.
- نحد ترتيب الوسيط وهو عبارة عن نصف مجموع التكرارات.
- نحدد الفئة الوسيطية أي الفئة التي يقع فيها الوسيط وهي الفئة التي تقابل التكرار المتجمع الصاعد الذي يساوي ترتيب الوسيط أو أكبر منه مباشرة.
- نطبق العلاقة التالية على الفئة الوسيطية:

$$Me = L_0 + \frac{N/_2 - N_0}{N_1 - N_0} \times k$$

= M_e: الوسيط

= L_0 الحد الأدنى للفئة الوسيطية

=N مجموع التكرارات أو عدد البيانات

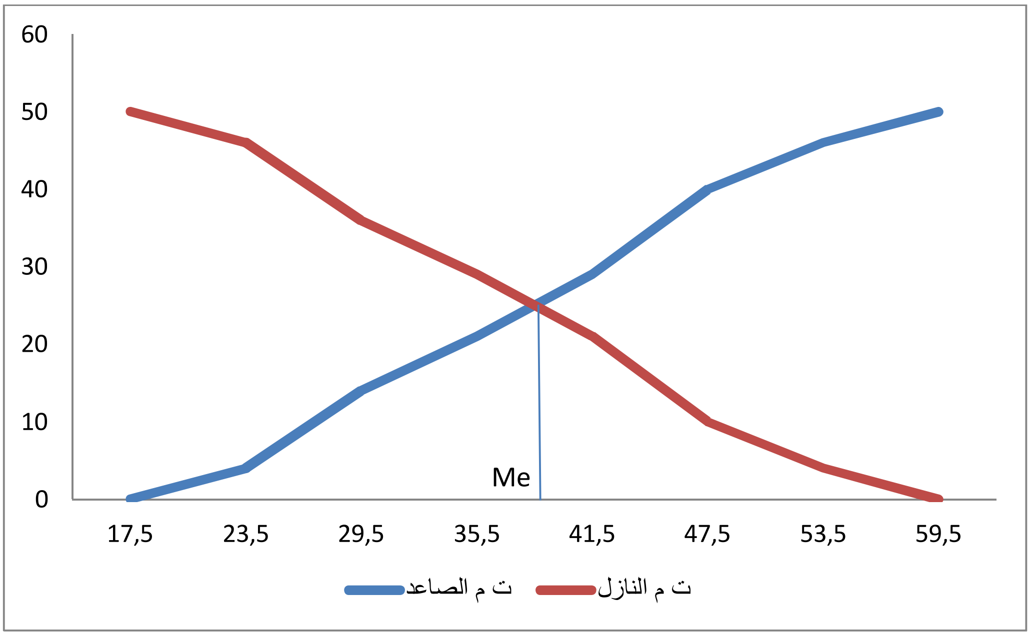
=N_1 تكرار المتجمع الصاعد للفئة قبل الفئة الوسيطية

= N_0 تكرار المتجمع الصاعد للفئة الوسيطية

__استخراج الوسيط بيانيا:__

- رسم المضلع التكراري المتجمع الصاعد أو النازل.
- تحديد رتبة الوسيط ويساوي نصف عدد البيانات وتعينها على محور التراتيب.
- رسم مستقيم موازي لمحور الفواصل ينطلق من النقطة ويقطع المضلع من النقطة.
- إسقاط النقطة على محور الفواصل فنحصل على قيمة الوسيط.

❖ ويمكن كذلك استخراج الوسيط برسم المضلعين الصاعد والنازل وإسقاط نقطة تقاطعهما على محور الفواصل فنحصل على قيمة الوسيط.



خصائص الوسيط:

- الوسيط لا يتأثر بالقيم المتطرفة كما هو الحال في الوسط الحسابي.
- يأخذ بعين الاعتبار موقع القيم ويتأثر بعدد المشاهدات.
- يمكن إيجاده من الجداول المفتوحة.
- يمكن إيجاده بيانيا.
- إمكانية إيجاد الوسيط للبيانات النوعية القابلة للترتيب.

أشباه الوسيط:

الوسيط هو القيمة التي تقسم مجموع البيانات إلى قسمين متساويين، بحيث نصف عدد البيانات أقل منه ونصف البيانات أكبر منه، ويمكن تقسيم بيانات أي ظاهرة إلى عدة أقسام متساوية وليس إلى قسمين فقط

فإذا تم تقسيم البيانات إلى أربعة أقسام فإن المقياس يسمى **بالربيع**.

وإذا تم تقسيم البيانات إلى عشرة أقسام فإن المقياس يسمى **بالعشير**.

أما إذا تم تقسيم البيانات إلى 100 قسم فإن المقياس يسمى **بالمئين**.

أ- الربيعات: هي القيم التي تقسم مجموع البيانات إلى أربع أجزاء متساوية ويوجد ثلاث ربيعات

الربيع الأول: ويسمى كذلك بالربيع الأدنى وهو القيمة التي تقسم مجموع البيانات إلى قسمين بحيث ربع عدد البيانات أقل منه وثلاثة أرباع البيانات أكبر منه.

$$Q_1 = L_0 + \frac{N/4 - N_0}{N_1 - N_0} \times k$$

الربيع الثاني: وهو القيمة التي تقسم مجموع البيانات إلى قسمين بحيث نصف عدد البيانات أقل منه ونصف البيانات أكبر منه وهو يساوي الوسيط

$$Me = Q_2 = L_0 + \frac{2N/4 - N_0}{N_1 - N_0} \times k$$

الربيع الثالث: ويسمى كذلك الربيع الأعلى وهو القيمة التي تقسم مجموع البيانات إلى قسمين بحيث ثلاثة أرباع عدد البيانات أقل منه وربع عدد البيانات أكبر منه.

$$Q_3 = L_0 + \frac{3N/4 - N_0}{N_1 - N_0} \times k$$

ب- العشيرات:أي تقسيم البيانات إلي عشرة أقسام متساوية يسمى كل منها عشير

العشير الأول: هو القيمة التي تقسم مجموع عدد البيانات إلى قسمين بحيث عشر عدد البيانات اقل منه وتسعة أعشار عدد البيانات أكبر منه وترتيبه هو ونحسب بالتالي:

$$Di = L_0 + \frac{iN/10 - N_0}{N_1 - N_0} \times k$$

i=1,2,3,.....,9.

ج- المئينات: إذا قسمت البيانات إلى مائة قسم متساوية فإن نقاط التقسيم هذه تسمى المئينات

فالمئين الأول هو القيمة التي يسبقها 1%من البيانات أقل منه ويليها 99 % من البيانات أكبر منه.

$$Ci = L_0 + \frac{iN/100 - N_0}{N_1 - N_0} \times k$$

i=1,2,3,.....,99.

3- **المنوال:** المنوال هو القيمة الأكثر تكرارا أو شيوعا بين قيم المشاهدات والبيانات.

طرق إيجاد المنوال:

المنوال في بيانات غير مبوبة:

مثال: 7.9.11.12.17.20 لا يوجد منوال.

4.5.6.9.2.5.3.5.8.7 المنوال هو 5

6.3.5.6.8.9.6.10.3.4.3 المنوال 6.3

المنوال في بيانات مبوبة: الطريقة الجبرية والهندسية

طريقة الفروق لبيرسون: نتبع الخطوات التالية

1- نجد الفئة المنوالية والتي تقابل الأكثر تكرارا من بين الفئات.

2- نجد الحد الادنى للفئة المنوالية L_0

3- نجد الفرق بين تكرار الفئة المنوالية والفئة السابقة لها d_1

4- نجد الفرق بين تكرار الفئة المنوالية والفئة اللاحقة لها d_2

5- نجد المنوال من العلاقة التالية:

$$M_0 = L_0 + \frac{d1}{d1+d2}.k$$

خواص المنوال:

1 – لا يأخذ بعين الاعتبار جميع البيانات المعطاة وبالتالي فهو لا يتأثر بالقيم المتطرفة.

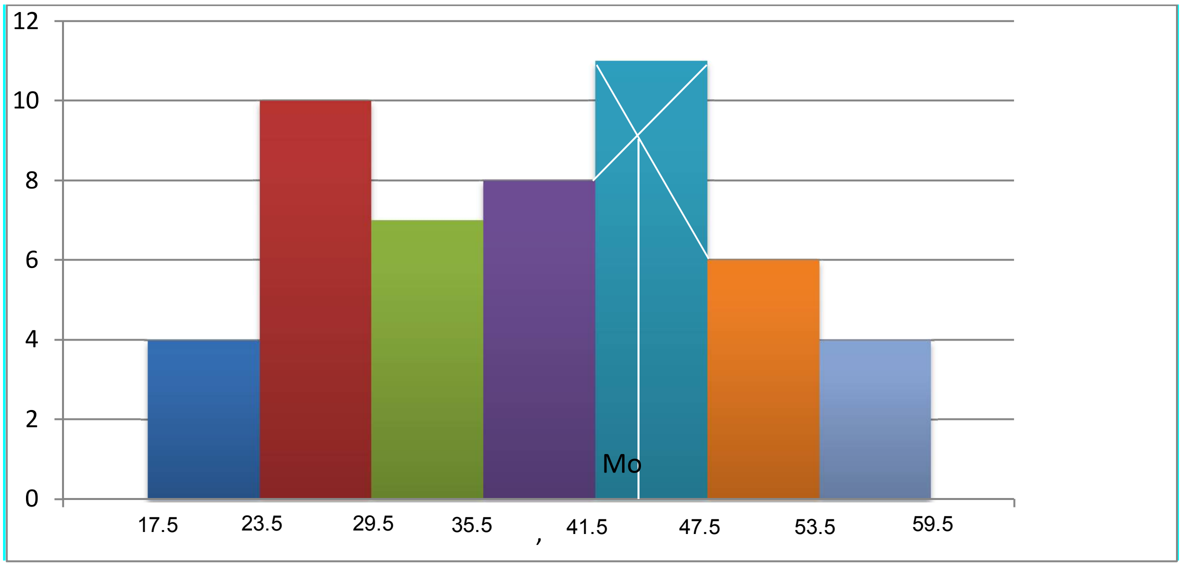
2 – يمكن ايجاده بيانيا.

3 – يمكن أن يوجد أكثر من منوال لتوزيع واحد.

4 – يمكن حسابه من الجداول الإحصائية المفتوحة.

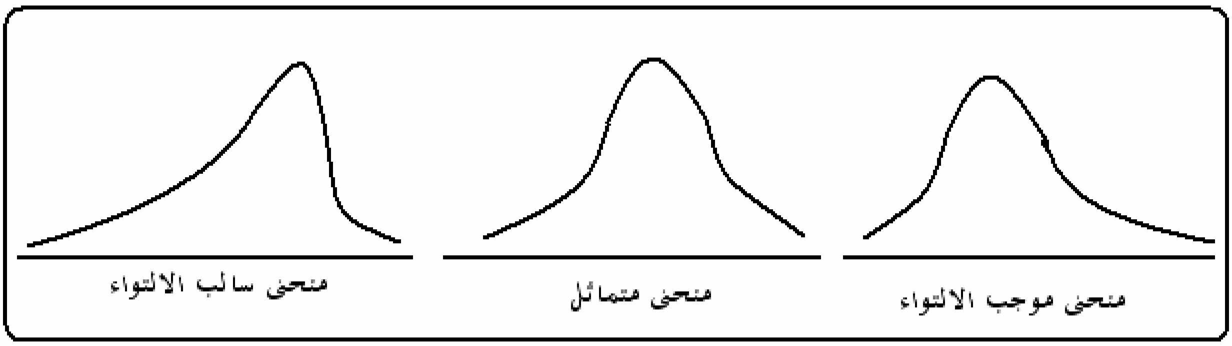
5 – يعتبر أفضل المتوسطات لوصف الظواهر النوعية.

استخراج المنوال بيانيا:



العلاقة بين الوسط الحسابي والوسيط والمنوال:

- في التوزيعات وحيدة المنوال والملتوية التواءا بسيطا والي الجهة اليمنى التواء موجب فان ترتيب المقاييس المنوال<الوسيط<الوسط الحسابي.
- في التوزيعات وحيدة المنوال والملتوية التواءا بسيطا والي الجهة اليسرى التواء سالب فان ترتيب المقاييس الوسط الحسابي<الوسيط<المنوال.
- في توزيعات وحيدة المنوال و المتماثلة فان الوسط الحسابي=الوسيط=المنوال



4- المتوسط الهندسي:

في بعض الحالات تكون قيم الظاهرة المدروسة عبارة عن نسب ومعدلات وبالتالي المتوسط الحسابي لن يصف الظاهرة وصفا صحيحا.والمتوسط الهندسي واسع الاستخدام في الحياة الاقتصادية مثل تطور الأجور،تطور السكان،معدل الفائدة.....بشرط أن تكون فيها القيم موجبة.ويرمز له بالرمز G

حسابه:

بالنسبة لبيانات غير مبوبة

إذا كانت لدينا القيم $x_1, x_2, x_3, x_4, ...x_n$

فإن متوسطها الهندسي يساوي الجذر النوني لحاصل ضرب هذه القيم

$$G = \sqrt[n]{x_1.x_2x_3......x_n}$$

وإذا كانت هذه القيم متكررة فإن:

$$G = \sqrt[N]{x_1^{n_1}.x_2^{n_2}.x_3^{n_3}......x_3^{n_4}}$$

إذا كانت هذه القيم مبوبة في توزيع تكراري فإن:

$$G = \sqrt[N]{x_{c_1}^{n_1}.x_{c_2}^{n_2}.x_{c_3}^{n_3}.\dots.x_{c_n}^{n_n}}$$

x_{ci} : مراكز الفئات

<u>استخدام المتوسط الهندسي في المجال الاقتصادي:</u>

مثال:عدد السكان الجزائر 2013- 2016

السنوات	2013	2014	2015	2016
السكان	20	30	35	42
نسبة الزيادة	-	0.5	0.166	0.20

المطلوب:أوجد متوسط نسبة الزيادة السكانية خلال الفترة 2013- 2016

نفرض ان متوسط نسب الزيادة هو t

P2013=20

P2014=20 t+20=20(t+1)

P2015=20(t+1)t+20(t+1)= 20(t+1) (t+1) P2015=20(t+1)^2

P2016=20(t+1)^2 t+20(t+1)^2=20(t+1)^2 (t+1)

P2016=20(t+1)^3=42…….(1)

نبحث عن t:

$$(t+1)^3=\frac{42}{20}$$

$$t+1=\sqrt[3]{\frac{42}{20}}$$

$$t=\sqrt[3]{\frac{42}{20}}-1=0.2805$$

نفرض ان نسب الزيادة t1 ;t2 ;t3 السنة الاولى و الثانية و الثالثة على التوالي:

P2013=20

P2014=20 t_1+20=20(t_1+1)

P2015=20(t_1+1)t_2+20(t_1+1)

P2015= 20(t_1+1) (t_2+1)

P2016=20(t_1+1) (t_2+1)t_3 +20(t_1+1) (t_2+1)

P2016=20(t_1+1) (t_2+1) (t_3+1)=42………(2)

من المعادلتين نستنتج(2)و (1) :

$$(t+1)^3=(t_1+1)(t_2+1)(t_3+1)$$

$$t+1=\sqrt[3]{(t1+1)(t2+1)(t3+1)}$$

$$t=\sqrt[3]{(t1+1)(t2+1)(t3+1)}-1$$

$$t=t=\sqrt[3]{(0.5+1)(0.166+1)(0.20+1)}-1=0.2805$$

خواص المتوسط الهندسي:

- يدخل في حساب جميع القيم ولكنه أقل تأثر بالقيم المتطرفة من المتوسط الحسابي.
- لا يمكن حاسبه من الجداول المفتوحة.
- لا يمكن حسابه بوجود قيم سالبة أو معدومة.
- يستخدم بأكثر واقعية عند وصف الظواهر النسبية.
- قيمة المتوسط الهندسي لأي ظاهرة أصغر دائما من قيمة المتوسط الحسابي.

5- المتوسط التوافقي:هو مقياس آخر من مقاييس النزعة المركزية يفضل استخدامه في حالات خاصة عندما يعبر عن متغيرات في صورة معدلات زمنية وأيضا متوسطات الأسعار. ويرمز له بالرمز **H**

فالمتوسط التوافقي لمجموعة من القيم هو مقلوب المتوسط لمقاليب القيم.

فإذا كانت لدينا القيم $x_1,x_2,x_3,x_4..........x_n$:

فإن مقاليب هذه القيم هو

$$\frac{1}{x_1},\frac{1}{x_2},\frac{1}{x_3},\frac{1}{x_4},...........\frac{1}{x_n}$$

والمتوسط الحسابي لمقاليب هذه القيم هو

$$H=\frac{\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}+........\frac{1}{x_n}}{n}$$

ومقلوب المتوسط الحسابي لمقاليب هذه القيم هو المتوسط التوافقي.

$$H=\frac{n}{\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}+........\frac{1}{x_n}}$$

$$H=\frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{x_i}}$$

أما إذا كانت البيانات متكررة

$$H=\frac{\sum_{i=1}^{n}k_i}{\sum_{i=1}^{n}\frac{ki}{x_i}}$$

مبوبة في توزيع تكراري فإن:

$$H = \frac{\sum ni}{\sum \frac{ni}{xci}}$$

مثال: قطع سائق مسافة بين مدينتين في مراحل متساوية طول كل منها 100 كلم.المرحلة الأولى.:100كلم/سا ، المرحلة الثانية :120 كلم/سا ، المرحلة الثالثة :150كلم/سا ، المرحلة الرابعة :80 كلم/سا .

أوجد متوسط سرعة السائق خلال اربعة مراحل؟

<u>خواص المتوسط التوافقي:</u>

1 – يأخذ بعين الاعتبار جميع القيم وتأثره بالقيم الشاذة أقل من تأثر المتوسط الحسابي.

2 – يعطي نتائج أكثر واقعية في حالة حساب متوسطات الأسعار والسرعة.

3 – قيمته دائما أقل من قيمة المتوسط الهندسي. مما سبق فإن:

$$\overline{X} > G > H$$

الفصل ثالث:

مقاييس التشتت

الفصل الثالث: مقاييس التشتت

عرفنا في الفصل السابق مقاييس النزعة المركزية تسمح لنا بالحصول على القيم المتوسطة للبيانات، غير أن هذه المقاييس لا تكفي لوحدها لوصف الظواهر.لذا فان الوصف الكامل للظاهرة يحتم علينا دراسة قيم التركز(مقاييس النزعة المركزية) ودرجة التركز(مقاييس التشتت)واتجاهات التركز (مقاييس الالتواء والتفرطح).

التشتت أو التركز من أهم خصائص البيانات فإذا كانت البيانات متجانسة وغير متباعدة عن بعضها يقال عنها أنها غير مشتتة أي مركزة حول بعضها البعض وحول وسطها أما إذا كانت قيم البيانات متباعدة ومتباينة عن بعضها وغير متجانسة فيقال أنها بيانات متشتتة وغير مركزة.

أهمية قياس التشتت في بعض المجموعات تكون متوسطات متساوية وتكون مختلفة كثيرا في ما بينها من حيث التجانس فمن الخطورة القول بأن هذه المجموعات متشابهة.

أولا: مقاييس التشتت المطلقة

1- المدى: هو أبسط مقاييس التشتت وهو الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة من الظاهرة و يرمز له بالرمز **R** بالنسبة لبيانات غير مبوبة

المدى = أكبر قيمة - أصغر قيمة

أما البيانات المبوبة

المدى= الحد الأعلى الفعلي للفئة الأخيرة – الحد الأدنى الفعلي الأولى

أو **المدى= مركز الفئة الأخيرة - مركز الفئة الأولى .**

ومن خواصه بأنه سهل وبسيط الحساب ويتأثر بالقيم المتطرفة وهو مقياس تقريبي سريع غير دقيق يعطينا فكرة عن مدى تشتت المفردات. مثال قياس جودة المنتوج وتغيرات درجة الحرارة اليومية ، لا يمكن حساب المدى بدقة في توزيعات تكرارية خاصة في التوزيعات تكرارية مفتوحة

2- **المدى الربيعي:**

المدى الربيعي هو الفرق بين الربيع الأعلى والربيع الأدنى ونلجأ إليه للتخلص من تأثير القيم المتطرفة.

المدى الربيعي = $Q_1 - Q_3$

ومن خواصه سهل الحساب ولا يتأثر بالقيم المتطرفة ويكمن حسابه من التوزيعات التكرارية المفتوحة و لكن هو مقياس غير دقيق يستعمل لإعطاء فكرة سريعة عن التشتت ويعتمد على قيمتين فقط و يهمل 50٪ من البيانات.

3- نصف المدى الربيعي:(الانحراف الربيعي)

$$\text{نصف المدى الربيع} = \frac{\text{الربيع الاعلى} - \text{الربيع الادنى}}{2}$$

ويمكن استنتاج مقاييس أخرى:

المدى العشيري = العشير التاسع- العشير الاول

المدى المئيني = المئين التاسع وتسعون- المئين الأول

ونظرا لاعتماد المقاييس السابقة على مفردتين وإهمال باقي المفردات فتعتبر مقاييس غير جيدة لقياس التشتت لذا وجب ايجاد مقاييس أخرى.

4- الانحراف المتوسط:

يقصد بالانحراف المتوسط بأنه متوسط انحرافات القيم عن متوسطها بغض النظر عن إشارتها

$$E_X = \frac{|X_1 - \overline{X}| + |X_2 - \overline{X}| + |X_3 - \overline{X}| + \ldots\ldots + |X_n - \overline{X}|}{N}$$

$$E_X = \frac{\sum_{i=1}^{n} |X_i - \overline{X}|}{N}$$

أما إذا كانت البيانات متكررة :

$$E_X = \frac{\sum_{i=1}^{n} ni|X_i - \overline{X}|}{\sum_{i=1}^{n} ni}$$

أو مبوبة في جداول توزيع تكرار فإن الانحراف المتوسط

$$E_X = \frac{\sum_{i=1}^{n} ni|Xc_i - \overline{X}|}{\sum_{i=1}^{n} ni}$$

خواص الانحراف المتوسط:

- يعتمد في حسابه على جميع القيم وليس على القيمة الكبرى والصغرى فقط.
- لا يمكن حسابه في حالة التوزيعات التكرارية المفتوحة.
- يتأثر بالقيم المتطرفة ،لأن انحرافها عن المتوسط الحسابي يكون كبيرا.

5- التباين والانحراف المعياري:

أ- التباين: وهو عبارة عن المتوسط الحسابي لمربعات الفروق بين قيم المتغير الإحصائي ومتوسطها الحسابي، ونستخدم مربعات الفروق هنا تفاديا لاستخدام القيم المطلقة كما هو الشأن في الانحراف المتوسط.

يرمز له بالرمز **V_x** ويحسب كمايلي:

$$V_X = \frac{(X_1-\overline{X})^2+(X_2-\overline{X})^2+(X_3-\overline{X})^2+.......+(X_n-\overline{X})^2}{N}$$

بيانات مبوبة

$$V_X = \frac{\sum_{i=1}^{n} ni(Xc_i-\overline{X})^2}{\sum ni}$$

طريقة مختصرة لحساب التباين:

بيانات غير مبوبة

$$V_x = \frac{\sum X_i^2}{N} - \overline{X}^2$$

بيانات مبوبة

$$V_x = \frac{\sum n_i Xc_i^2}{\sum ni} - \overline{X}^2$$

ب- الانحراف المعياري: ويعتبر الانحراف المعياري من أهم المقاييس الإحصائية لقياس التشتت،وهو أكثر استخداما في النظريات والقوانين الإحصائية،لأنه يعطي فكرة سليمة ومنطقية عن ظاهرة التشتت،ويعرف الانحراف المعياري بأنه الجذر التربيعي لمتوسط مجموع مربع انحراف القيم عن متوسطها،أي أنه الجذر التربيعي للتباين. يرمز له بالرمز **S_X**

$$Sx = \sqrt{\frac{\sum X_i^2}{n} - \overline{X}^2}$$

$$Sx = \sqrt{\frac{\sum (X_i-\overline{X})^2}{N}}$$

$$Sx = \sqrt{\frac{\sum niXc_i^2}{\sum ni} - \overline{X}^2}$$

$$Sx = \sqrt{\frac{\sum ni(X_i-\overline{X})^2}{\sum ni}}$$

خصائص الانحراف المعياري:

- فإنه إذا أضيفت أو طرحت قيمة ثابتة (a) إلى أو من جميع القيم فإن الانحراف المعياري لا يتغير.
- إذا ضربت كل قيمة بالمقدار a (أو قسمت كل قيمة على المقدار a) فإن الانحراف المعياري يتأثر بالمقدار نفسه

– بالنسبة للتوزيع الطبيعي فإن:

- 68.27% من البيانات تقع في المجال $\overline{X} \pm Sx$
- 95.45% من البيانات تقع في المجال $\overline{X} \pm 2Sx$
- 99.73% من البيانات تقع في المجال $\overline{X} \pm 3Sx$

– إذا كانت لدينا مجموعة **1** ذات N_1 عنصرا وسطها الحسابي $\overline{X}_1$ وانحرافها المعياري S_{X1} ولدينا مجموعة **2** ذات N_2عنصرا ووسطها الحسابي $\overline{X}_2$ و تباينها S_{X2} فان الانحراف المعياري المجموعتين معا يساوي:

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{n}[n_1 S_{x1}^2 + n_2 S_{x2}^2] + \frac{1}{n}[n_1(\overline{x}_1 - \overline{x})^2 + n_2(\overline{x}_2 - \overline{x})^2]}$$

– يأخذ الانحراف المعياري نفس وحدة القياس للمتغير الأصلي (كلغ، متر، لتر ....) لذلك لا يمكن استخدامه كأساس للمقارنة بين تشتت توزيعين لهما وحدات قياس مختلفة.

- بما أن الانحراف المعياري يتأثر بالمتوسط الحسابي لبيانات الظاهرة فإنه لا يمكن استخدامه للمقارنة بين تشتت بيانات توزيعين لهما متوسط حسابي مختلف ولو كان هذين التوزيعين من نفس النوعية.
- يتأثر بالقيم المتطرفة و لا يمكن إيجاده بالنسبة للتوزيعات التكرارية المفتوحة.

العلاقة بين الانحراف المعياري و الانحراف المتوسط و الانحراف الربيعي

الانحراف المتوسط=5/4 الانحراف المعياري

الانحراف الربيعي = 3/2 الانحراف المعياري

كلما كان التوزيع الطبيعي قريب للتماثل كلما كانت العلاقة صحيحة.

ملاحظة:اذا كان حجم العينة صغيرا أي عدد مفرداتها أقل من 30 فان يمكن أن يستخدم صيغة أدق لحساب التباين أو الانحراف المعياري.

$$S_X = \sqrt{\frac{(xi - \overline{x})^2}{N-1}}$$

ثانيا : مقاييس التشتت النسبية:

اذا أردنا مقارنة تشتت مجموعتين أو أكثر، مختلفة في وحدة القياس فالمقارنة مستحيلة حتى مقارنة ظاهرتين لهما نفس الوحدة لكن مختلفتين في الوسط الحسابي تكون خاطئة .

لذا وجب علينا استعمال مقاييس التشتت النسبية بحيث:

$$\text{مقاييس التشتت النسبية} = \frac{\text{مقاييس التشتت المطلقة}}{\text{مقاييس النزعة المركزية}} \times 100$$

المدى النسبي:

$$ER = \frac{R}{X} \times 100$$

معامل الاختلاف الربيعي

$$CQV = \frac{Q3 - Q1}{2\,Me}$$

معامل الاختلاف أو التغير

$$CV = \frac{S_x}{\bar{X}} \times 100$$

الفصل الرابع:

مقاييس الشكل

الفصل الرابع: مقاييس الشكل

كما قلنا في الفصل السابق لوصف الظواهر وصفا كاملا لا بد من دراسة اتجاهات التركز بعد معرفة قيم التركز ودرجة التركز حيث انتشار البيانات على منحنى البياني الممثل لها من حيث التوائه وتفلطحه عن الوضع الطبيعي من أهم خصائص التوزيعات وهنا سنستخدم مقاييس الالتواء و التفلطح بعد التطرق لموضوع العزوم.

أولا: العزوم

العزم لأي قوة هو مقدار العمل الذي تحدثه هذه القوة،ويتوقف هذا العمل على عنصرين هما القوة والمسافة العمودية بين القوة ومحور الدوران.إذن فالعزوم مفهوم فيزيائي ميكانيكي أما في الإحصاء فالعزوم عبارة عن مقاييس وصفية تستخدم لاستخراج القوانين خاصة مقاييس الشكل.

حسابه:

$$M_R = \frac{\sum (xi - a)^R}{N}$$

أ- **العزوم الابتدائية:** العزم الابتدائي هو عزم مركز حول نقطة الأصل (0،0) أي a =0 ويرمز له بالرمز M_R

حالة البيانات غير المبوبة

$$M_R = \frac{\sum xi^R}{N}$$

حالة التوزيع التكراري

$$M_R = \frac{\sum ni\ xci^R}{\sum ni}$$

إذا كان:

$M_0 = 1 \qquad R = 0$

$M_0 = \bar{X} \qquad R = 1$

ب- **العزوم المركزية:** هذا النوع يكون ممركز حول المتوسط الحسابي بحيث: $a = \bar{X}$

ونرمز له بالرمز μ_R

حالة بيانات غير مبوبة

$$\mu_R = \frac{\sum (xi - \bar{X})^R}{N}$$

حالة بيانات مبوبة

$$\mu_R = \frac{\sum ni(xci-\bar{X})^R}{\sum ni}$$

ملاحظة:العزم المركزي الأول يساوي الصفر والعزم المركزي الثاني يساوي التباين

ثانيا : الالتواء: أو عدم التناظر من اليمين أو من اليسار مقارنة بالتوزيع المتناظر(التوزيع الطبيعي)الذي يكون فيه $\bar{X} = M_0 = M_e$ وهو نادر الوقوع وعادة تكون التوزيعات ملتوية أو قريبة الاعتدال وقد عرفنا العلاقة بين الوسط الحسابي و الوسيط والمنوال في كل حالة من حالات التوزيعات الإحصائية.

أما في هذا الفصل سنعتمد على الانحراف المعياري و العزوم لمعرفة درجة التناظر.

1- معامل فيشر للالتواء :

$$F_1 = \frac{u_3}{S_x^3}$$

ويكون لدينا ثلاث حالات هي:

لما $F_1=0$ توزيع إحصائي متناظر

$F_1>0$ منحنى التوزيع غير متناظر ملتوي ناحية اليمين

$F_1<0$ منحنى التوزيع غير متناظر ملتوي ناحية اليسار

2- معامل بيرسون للالتواء

$$P_1 = \frac{(u_3)^2}{(u_2)^3}$$

نلاحظ P_1موجب دوما موجب لذا وجب دراسة اشارة μ_3 ولدينا ثلاث حالات:

$\mu_3 = 0$ توزيع إحصائي متناظر

$\mu_3 > 0$ منحنى التوزيع غير متناظر موجب

$\mu_3 < 0$ منحنى التوزيع غير متناظر سالب

3- معامل يول وكندال للالتواء: ويستعمل هذا المعامل بالنسبة للجداول الإحصائية المفتوحة

$$Cyk = \frac{(Q_3 - Q_2) - (Q_2 - Q_1)}{Q_3 - Q_1}$$

أما الحالات الممكنة فهي:

$Cyk = 0$ توزيع إحصائي متناظر

$Cyk > 0$ منحنى التوزيع غير متناظر ملتوي ناحية اليمين

$Cyk < 0$ منحنى التوزيع غير متناظر ملتوي ناحية اليسار

ثالثا: التفلطح (تطاول أو تفلطح المنحنى مقارنة بالتوزيع الطبيعي)

ويقصد بالتفلطح مدى اتساع وضعف قمة منحنى التوزيع ولقد أصطلح على اعتبار منحنى التوزيع الطبيعي متوسط التفلطح. وتوجد كذلك عدة معاملات لقياس التفلطح أهمها:

1- معامل بيرسون للتفلطح:

$$P_2 = \frac{u_4}{(S_x)^4} = \frac{\mu_4}{(\mu_2)^2}$$

والحالات الممكنة هي:

توزيع معتدل التفلطح (توزيع طبيعي) لما $P_2 = 3$.

منحنى التوزيع متطاول (مدبب) لما $P_2 > 3$

منحنى التوزيع متفلطح لما $P_2 < 3$

2- معامل للتفلطح: وهو عبارة عن معامل بيرسون مطروحا منه 3.

$$F_2 = P_2 - 3 = \frac{\mu_4}{(\mu_2)^2} - 3$$

والحالات الممكنة هي:

منحنى التوزيع معتدل التفلطح لما $F_2 = 0$

منحنى التوزيع معتدل التفلطح لما $F_2 > 0$

منحنى التوزيع متفلطح لما $F_2 < 0$

3- معامل كيلي للتفلطح: ويستخدم عندما يكون جدول التوزيع التكراري مفتوح من البداية أو من النهاية، ويعطي هذا المعامل بالعلاقة التالية:

$$C_k = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q_3 - Q_1}{D_9 - D_1}$$

$C_K = 0.263$ يكون التوزيع معتدل التفلطح

الفصل الخامس:

الأرقام القياسية

الفصل الخامس:الأرقام القياسية

تعريف:

الرقم القياسي هو أداة احصائية يبين لنا التغير في قيمة الظاهرة أو مجموعة من الظواهر قيد الدراسة والتي لها علاقة بالنسبة لقيمتها في الزمان و المكان الجغرافي أو أي خاصية أخرى. فعندما نريد قياس التغير في قيمة الظاهرة فإننا ننسب قيمة الظاهرة في وقت معين الى قيمتها في وقت آخر أو قيمتها في مكان جغرافي معين الى قيمتها في مكان جغرافي آخر.وقد يكون هناك زيادة أو انخفاض قيمة الظاهرة موضوع الدراسة.

يمكن استخدام الارقام القياسية في الكثير في المجالات خاصة في المجال الاقتصادي مثل :مقارنة أسعار سلع مختلفة ،مقارنة تكاليف معيشة من مكان لآخر،مقارنة عدد عمال من سنة لأخرى،مقارنة عدد سكان في بلد ما في سنة معينة بسنة أخرى...الخ.

سنة الأساس هي سنة التي نقيس منها التغيير في الظاهرة.

سنة المقارنة: هي سنة التي حصل خلالها التغير في الظاهرة.

أنواع الارقام القياسية: هناك عدة انواع من الارقام القياسية نذكر منها :

1- الارقام القياسية البسيطة: هو الرقم المتمثل في نسبة متغير واحد في سنة مقارنة على نفس المتغير في سنة أخرى هي سنة الأساس.

أ- الرقم القياسي البسيط للسعر(منسوب السعر): هو النسبة المئوية لسعر سلعة معينة في سنة المقارنة والذي نرمز له بالرمز P_1 الى سعرها في سنة الاساس والذي نرمز له بالرمز P_0 وتكون العلاقة:

$$IP_{1/0} = \frac{P_1}{P_0} \quad X100$$

ب- الرقم القياسي البسيط للكميات (منسوب الكمية): النسبة المئوية لكمية سلعة معينة في سنة المقارنة والذي نرمز لها بالرمز q_1 الى كميتها في سنة الاساس والذي نرمز لها بالرمز q_0 وتكون العلاقة:

$$Iq_{1/0} = \frac{q_1}{q_0} \quad X100$$

ب- الرقم القياسي البسيط للقيمة (منسوب القيمة): النسبة المئوية لقيمة سلعة معينة في سنة المقارنة والذي نرمز لها بالرمز $V_1 = q_1.P_1$ الى قيمتها في سنة الاساس والذي نرمز لها بالرمز $V_0 = q_0.P_0$ وتكون العلاقة:

$$Iv_{1/0} = \frac{V_1}{V_0} \quad X100$$

مثال: بلغت مبيعات مؤسسة النور 1000 وحدة سنة 2018 في حين كانت مبيعاتها سنة 2010 ، 700 وحدة فقط،فاذا كان سعر البيع سنة 2010 هو 100دج و 120دج سنة 2018 ،أوجد الرقم القياسي للسعر و الكمية و القيمة بحيث سنة الاساس هي 2010؟

2- الارقام القياسية التجميعية البسيطة: هي الارقام القياسية التجميعية التي تتعامل مع أسعار وكميات القياسي أو قيم السلع فيكون الرقم القياسي عبارة عن مجموع أسعار أو كميات أو قيم السلع في سنة المقارنة مقسوما على مجموع أسعارها أو كمياتها أو قيمتها في سنة الاساس،ويعبر على النتيجة كنسبة مئوية كما هو الحال بالنسبة للأرقام القياسية البسيطة.

أ- الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار:

$$\sum I\, P_{1/0} = \frac{\sum P_{i1}}{\sum P_{i0}} X100$$

ب- الرقم القياسي التجميعي البسيط للكميات:

$$\sum I\, q_{1/0} = \frac{\sum q_{i1}}{\sum q_{i0}} X100$$

ج- الرقم القياسي التجميعي البسيط للقيم:

$$\sum I\, V_{1/0} = \frac{\sum V_{i1}}{\sum V_{i0}} X100$$

مثال: لتكن لدينا أسعار السلع في سنة 2010 و 2015

السلع	سكر 1 كلغ	زيت 5 ل	الغاز م^3	الخبز
أسعار 2010 (دج)	40	300	5	5
أسعار 2015 (دج)	60	400	10	8

احسب الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار وسنة الاساس 2010

$$\sum IP_{2015/2010} = \frac{8+10+400+600}{5+5+300+40} \text{x}100 = \frac{478}{350}\text{x}100 = 136\%$$

المتوسط العام للأسعار لمجموعة السلع الداخلة في تركيب الرقم القياسي قد ارتفع في سنة 2015 بنسبة 36 بالمئة لسنة 2010.

وأهم ما يلاحظ على الرقم القياسي التجميعي البسيط مايلي:

- انه بسيط وسهل الحساب.
- طريقة حساب هذا الرقم تعتمد على وحدات القياس التي يتم على أساسها التسعير يعني انه لو حدث تغيير في وحدات القياس التسعيرية لسعلة واحدة فقط
- ان الرقم القياسي التجميعي البسيط للاسعار يعامل كافة السلع الداخلة في التركيبة معاملة واحدة دون تمييز سواء كانت سلعة ضرورية أو كمالية.

- اختلاف في الوحدات القياسية المستعملة في تسعير السلع المختلفة الداخلة في التركيبة ،لذا وجب البحث عن رقم تجميعي آخر يقضي على بعض أو كل العيوب.

3- الأرقام القياسية التجميعية المرجحة: وهناك عدة صيغ للأرقام القياسية المرجحة وهنا ترجيح بعض السلع على أخرى من خلال سعرها أو كمياتها في سنة الاساس أو المقارنة

أ- الرقم القياسي لاسبيرس: indice de laspeyers

هو رقم قياسي تجميعي مرجح باستخدام سنة الاساس ،وقد أقترح هذا المؤشر سنة 1844.

- الرقم القياسي التجميعي للأسعار مرجع بكميات سنة الاساس:

$$L\ P_{1/0} = \frac{\sum P_{i1}\, q_{i0}}{\sum P_{i0} q_{i0}} X100$$

- الرقم القياسي التجميعي للكميات مرجع بأسعار سنة الاساس:

$$L\ q_{1/0} = \frac{\sum q_{i1}\, P_{i0}}{\sum q_{i0} P_{i0}} X100$$

ب- الرقم القياسي لباش: indice de pache

هو رقم قياسي تجميعي مرجح باستخدام سنة المقارنة

- الرقم القياسي التجميعي للأسعار مرجع بكميات سنة المقارنة:

$$P\ p_{\ 1/0} = \frac{\sum P_{i1}\, q_{i1}}{\sum P_{i0} q_{i1}}\ X100$$

- الرقم القياسي التجميعي للكميات مرجع بأسعار سنة المقارنة:

$$P\ q_{1/0} = \frac{\sum q_{i1}\, P_{i1}}{\sum q_{i0} P_{i1}} X100$$

مثال:

السلع	P_0	P_1	q_0	q_1
سكر 1كلغ	40	60	20	18
زيت 5 ل	300	400	12	10
غاز 1 $م^3$	5	10	25	20
الخبز	5	8	15	17

- أحسب الارقام القياسية لسبيرس وباش؟

السؤال المطروح هنا أيهما أفضل؟ يفضل الاحصائيون استخدام رقم لسبيرس في بعض الحالات و رقم باش في حالات أخرى،وهنا فتح باب الاحتمالات.

د- الرقم القياسي لفيشر : fisher

تبين أن رقم لاسبيرس متحيز ومبني على الترجيح بسنة الاساس أما رقم باش متحيز ومبني على ترجيح سنة المقارنة.لذا اقترح فيشر عدة صيغ لمعالجة التحيز وتأخذ هذه الصيغ بعين الاعتبار رقمي لاسبيرس وباش لتكوين رقما قياسا والذي يساوي المتوسط الهندسي للرقمين:

$$F_{1/0} = \sqrt{L_{1/0} P_{1/0}}$$

- الرقم القياسي التجميعي للأسعار لفيشر:

$$Fp_{1/0} = \sqrt{Lp_{1/0} Pp_{1/0}}$$

- - الرقم القياسي التجميعي للكميات لفيشر:

$$Fq_{1/0} = \sqrt{Lq_{1/0} Pq_{1/0}}$$

د- الرقم القياسي لمرشال: marshal

وله عدة صيغ:

1- الرقم القياسي للأسعار والمرجحة بكميات سنة الاساس و المقارنة كوسط حسابي:

$$M_X P_{1/0} = \frac{\sum pi1(qi1+qi0)}{\sum pi0(qi1+qi0)} \times 100$$

2- الرقم القياسي للأسعار والمرجحة بكميات سنة الاساس و المقارنة كوسط هندسي:

$$M_G P_{1/0} = \frac{\sum pi1\sqrt{qi1.qi0}}{\sum pi0\sqrt{qi1.qi0}} \times 100$$

3- الرقم القياسي للكميات والمرجحة بأسعار سنة الاساس والمقارنة كوسط حسابي:

$$M_X q_{1/0} = \frac{\sum qi1(pi1+pi0)}{\sum qi0(pi1+pi0)} \times 100$$

4- الرقم القياسي للكميات والمرجحة بأسعار سنة الاساس والمقارنة كوسط هندسي:

$$M_G q_{1/0} = \frac{\sum qi1\sqrt{pi1.pi0}}{\sum qi0\sqrt{pi1.pi0}} \times 100$$

تمارين محلولة

التمرين 01: حدد المجتمع الإحصائي، الوحدة الإحصائية ،المتغير الإحصائي ونوعه وأفضل أسلوب لجمع البيانات من العبارات التالية :

1- دراسة مدة حياة المصابيح الكهربائية المنتجة بالساعات في مصنع ما.
2- مؤسسة مختصة في صناعة الهواتف النقالة(نوكيا) تريد معرفة الألوان التي يفضلها المستهلكين.
3- قياس أوزان طلبة سنة أولى علوم اقتصادية في جامعة الوادي.
4- دراسة الغيابات الشهرية لعمال مؤسسة النور.
5- تصنيف عمال مصنع حسب المؤهل العلمي.
6- تعداد السيارات في بلدية ما حسب الصنف.

الحل:

المجتمع الاحصائي	الوحدة الاحصائية	المتغير الاحصائي	نوع المتغير	اسلوب الجمع
مصابيح الكهربائية	مصباح	مدة حياة	كمي مستمر	عينة
المستهلكين لهواتف النقال نوكيا	المستهلك	اللون المفضل	نوعي غير قابل للترتيب	عينة
طلبة سنة اولى علوم اقتصادية جامعة الوادي	الطالب	الوزن	كمي مستمر	مسح شامل
عمال مؤسسة النور	العامل	الغياب الشهري	كمي متقطع	مسح شامل
عمال المصنع	العامل	المؤهل العلمي	نوعي قابل للترتيب	مسح شامل
سيارات البلدية	سيارة	الصنف	نوعي غ ق للترتيب	مسح شامل

التمرين02: تمثل البيانات التالية عدد الزبائن الذين زاروا متحف المجاهد لمدة 60 يوم

32 48 26 29 32 41 28 31 45 36 45 35 40 30 31 40 27 33 28 30 30 41 39
38 33 35 31 36 37 32 47 45 37 39 38 36 33 35 42 38 34 49 37 43 50 32
35 30 46 36 27 32 40 26 34 35 44 42 36 50 .

المطلوب:

1- شكل توزيعا تكراريا بـ 5 فئات مع تعيين الحدود الفعلية و مراكز الفئات ؟
2- شكل توزيعا تكراريا مجمعا صاعدا ونازلا؟
3- شكل توزيع تكراري نسبي ثم مئوي؟

الحل:

المدى = $50 - 26 = 24$

طول الفئة = $\frac{24}{5} = 4.8$ بالتقريب 5

الفئات	الحدود الفعلية	مركز الفئة	تكرار	ت م صاعد	ت م نازل	تكرار نسبي
26- 30	25.5- 30.5	28	11	11	60	0.18
31- 35	30.5- 35.5	33	18	29	49	0.30
36- 40	35.5- 40.5	38	16	45	31	0.27
41- 45	40.5- 45.5	43	9	54	15	0.15
46- 50	45.5- 50.5	48	6	60	6	0.1
المجموع			60			1

التمرين 03: مثل البيانات التالية في شكل بياني مناسب

1- عدد الطلبة حسب التخصص في كلية الاقتصاد سنة 2015

عدد الطلبة	محاسبة	إدارة أعمال	مالية و بنوك	اقتصاد قياسي
التخصص	650	200	290	350

2- إيرادات ونفقات في الجزائر 1995- 2005

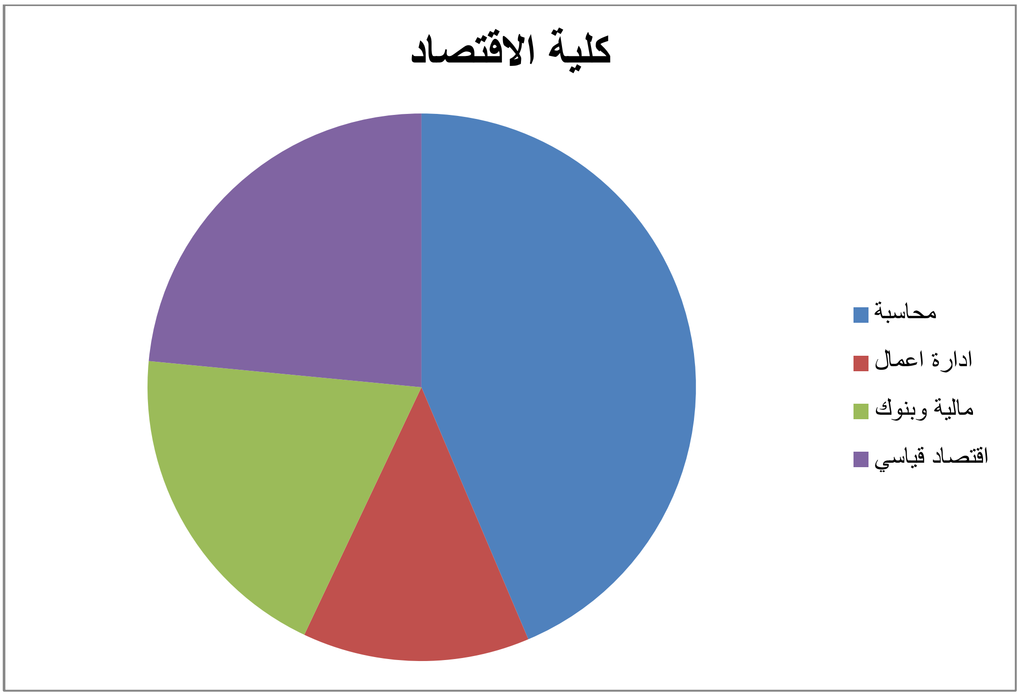
الوحدة :مليون دولار

السنوات	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
الإيرادات	12.6	15.0	14.8	13.1	14.2	20.9	19.4	20.1	25.5	30.9	42.0
النفقات	13.1	13.6	13.6	15.0	14.5	15.6	17.2	19.9	19.8	24.8	26.9

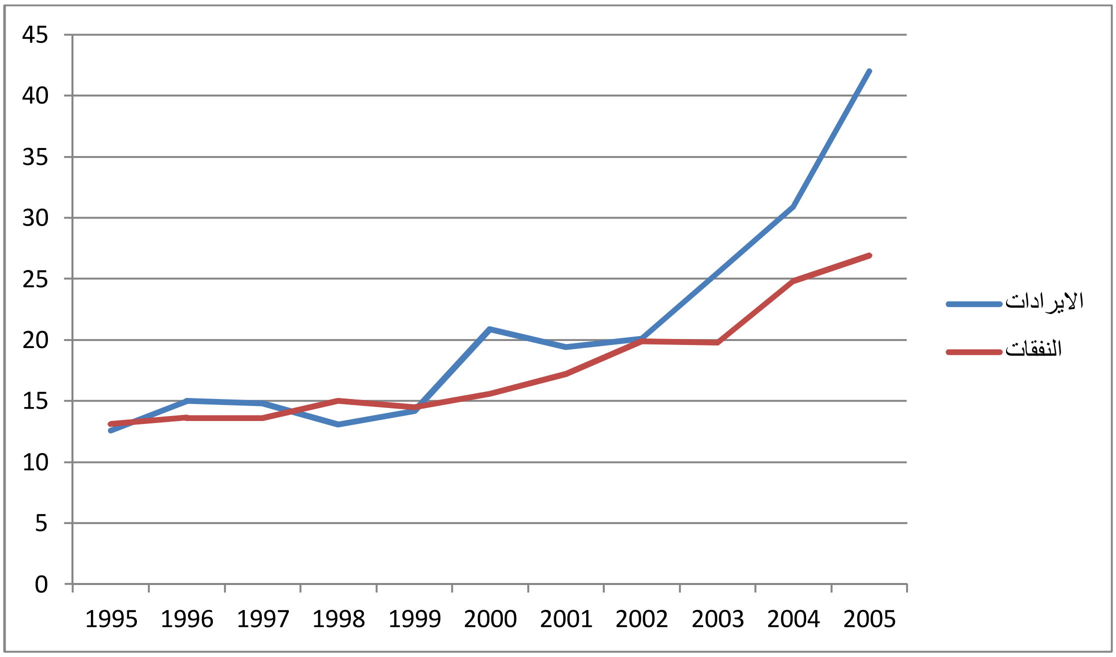
3- عدد الطلاب المسجلين في التعليم العالي في بعض الدول العربية سنة 1985

الدولة	الأردن	العراق	الجزائر	مصر	المغرب	تونس
عدد الطلبة	27000	95000	57000	85000	60000	38000
منهم إناث	10000	50000	13000	30000	39000	13000

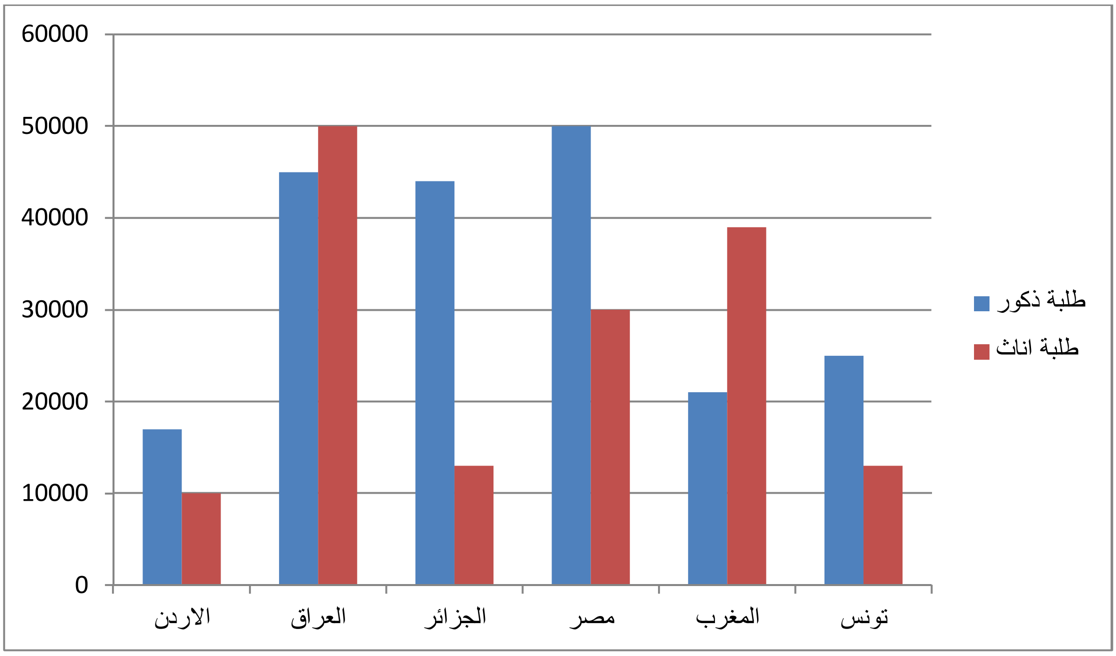
توزيع الطلبة حسب التخصص في كلية الاقتصاد سنة 2015



تطور إيرادات ونفقات في الجزائر 1995- 2005



الطلبة المسجلين في التعليم العالي في بعض الدول العربية سنة 1985



التمرين 04: يبين التوزيع التكراري تصنيف العمال حسب الاجر اليومي

الفئات	تكرار
155- 200	16
200- 245	29
245- 290	37
290- 335	51
335- 380	42
380- 425	48
425- 470	20
470- 515	7

المطلوب:

- أحسب المتوسط الحسابي، الوسيط، المنوال
- أحسب المقاييس التالية: الربيع الاول، العشير السابع، المئين 80 ؟

الحل:

الفئات	تكرار ni	مركز الفئة X_{ci}	$ni.X_{ci}$	ت م صاعد
155- 200	16	177.5	2840	16
200- 245	29	222.5	6452,5	45
245- 290	37	267.5	9897,5	82
290- 335	51	312.5	15937,5	133
335- 380	42	357.5	15015	175
380- 425	48	402.5	19320	223
425- 470	20	447.5	8950	243
470- 515	7	492.5	3447,5	250
المجموع	250		81860	

حساب المتوسط الحسابي:

$$\bar{X}=\frac{81860}{250}= 326.24$$

حساب الوسيط:

$$M_e= 290+\frac{125-82}{133-82}\ .45= 327.94$$

حساب المنوال:

$$M_0= 290+\frac{51-37}{(51-37)+(51-42)}\ .45= 317.39$$

حساب $Q_1 ;D_7 ;C_{80}$

$$Q_1= 245+\frac{62.5-45}{82-45}\ .45= 266.28$$

$$D_7= 335+\frac{175-133}{175-133}\ .45= 38$$

$$C_{80}= 380+\frac{200-175}{223-175}\ .45= 403.44$$

<u>التمرين 05:</u> يبين التوزيع التكراري أدناه تصنيف 190 طالب سنة أولى بكلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير بجامعة الوادي حسب الطول(سم)

الفئات(حسب الطول)	عدد الطلبة
156-150	16
162-156	19
168-162	25
174-168	α
180-174	32
186-180	28
192-186	β
198-192	7

المطلوب:

- حدد المجتمع الإحصائي؟حدد المتغير الإحصائي و نوعه؟
- أوجد قيمة α وβ؟ مع العلم أن:الوسيط يساوي 171.96سم .
- أحسب متوسط طول الطلبة؟
- أحسب المنوال بطريقة الفروق لبيرسون؟ما يعني هذا المقياس؟
- أحسب المقاييس التالية :الربيع الثالث، العشير الثالث، المئين80؟ ماذا يعني كل مقياس؟
- أوجد الوسيط والمنوال بيانيا؟

<u>الحل:</u>

المجتمع الإحصائي: طلبة سنة أولى بكلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير جامعة الوادي.

المغير الاحصائي: الطول نوعة : متغير كمي مستمر.

ايجاد قيمة α وβ:

الوسيط يساوي 171.96 نستنتج ان الوسيط يقع في الفئة الرابعة

الفئات	ni	ت م صاعد
150-156	**16**	**16**
156-162	**19**	**35**
162-168	**25**	**60**
168-174 الفئة الوسيطية	α	**60+** α
174-180	**32**	
180-186	**28**	
186-192	β	
192-198	**7**	
المجموع	**190**	

$$M_e = 168 + \frac{95-60}{\alpha} .6 = 171.96$$

$$171.96 - 168 = \frac{35.6}{\alpha}$$

$$3.96 .\alpha = 210$$

$$\mathbf{\alpha = 53}$$

ومنه $\beta = 190 - (7+28+32+53+25+19+16) = 10$

$$\mathbf{\beta = 10}$$

الفئات	تكرار ni	مركزالفئة X_{CI}	$X_{CI}.ni$	ت م صاعد
156-150	16	153	2448	16
162-156	19	159	3021	35
168-162	25	165	4125	60
174-168	53	171	9063	113
180-174	32	177	5664	145
186-180	28	183	5124	173
192-186	10	189	1890	183
198-192	7	195	1365	190
المجموع	190		32700	

حساب متوسط الطلبة:

$$\overline{X}=\frac{32700}{190}=172.105$$

حساب المنوال:

$$M_0=168+\frac{53-25}{(53-25)+(53-32)}.6=171.42$$

- المنوال يساوي 171.42 سم يعني أن معظم الطلبة طولهم يساوي هذا الطول

حساب الربيع الثالث:

$$Q_3=174+\frac{142.5-113}{145-113}.6=174.53$$

- ومعناه 25٪ من الطلبة طولهم اكبر من 174.53 سم و 75٪ من الطلبة طولهم اقل من 174.53 سم

حساب العشير الثالث:

$$D_3=162+\frac{57-35}{60-35}.6=167.28$$

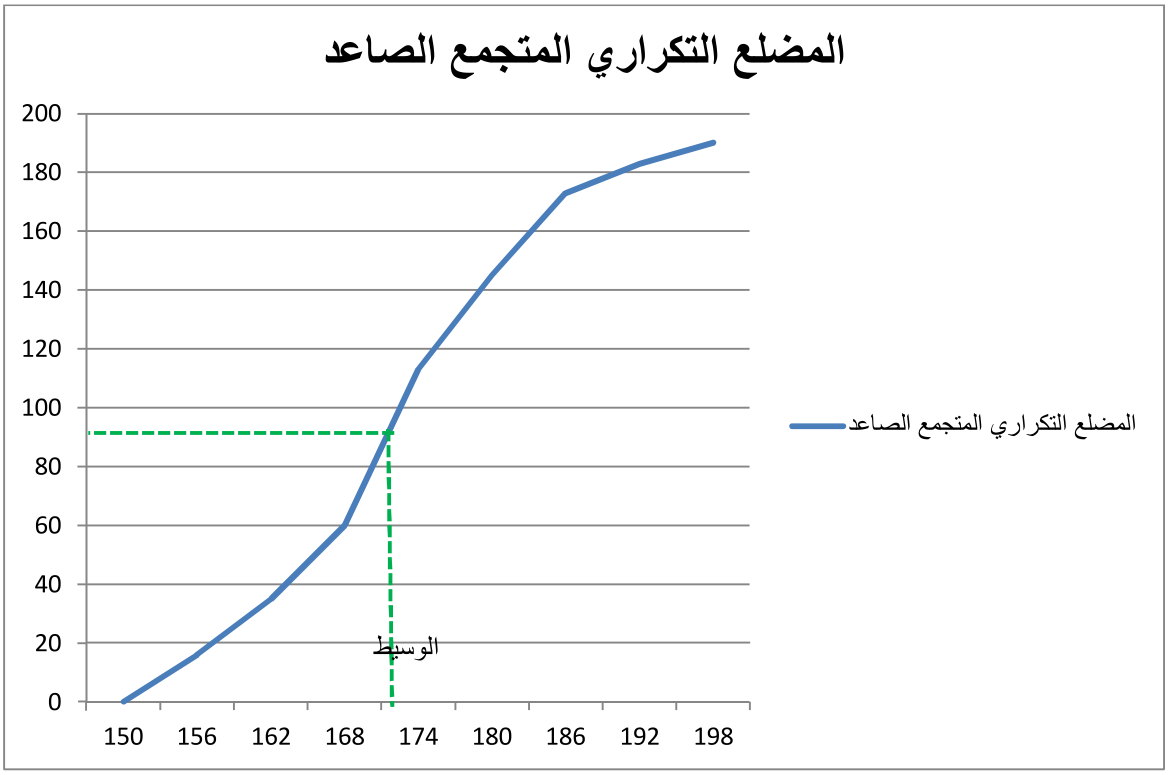
- ومعناه 30٪ من الطلبة طولهم اقل من 167.28 سم و 70٪ من الطلبة طولهم اكبر من 167.28 سم.

حساب المئين 80:

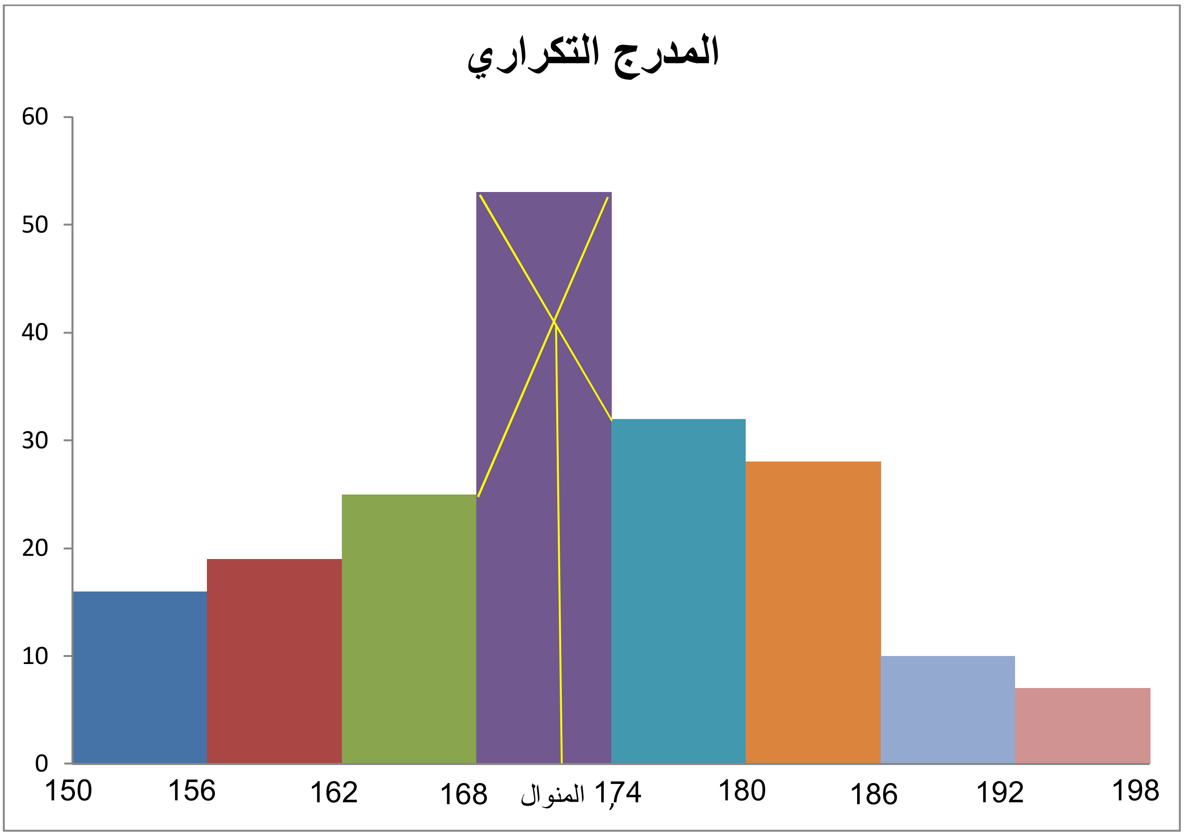
$$C_{80}=180+\frac{152-145}{173-145}.6=181.5$$

- ومعناه 20٪ من الطلبة طولهم اكبر من 181.5سم و 80٪ من الطلبة طولهم اصغر من 181.5 سم.

ايجاد الوسيط بيانيا :



ايجاد المنوال بيانيا :



<u>التمرين 06</u>: يمثل التوزيع التالي اجور عمال شركة كوسيدار (الوحدة:1000دج)

فئات الاجور	عدد العمال
38- 40	10
40- 42	20
42- 44	90
44- 46	240
46- 48	110
48- 50	30
المجموع	500

المطلوب:

- أحسب : المتوسط الحسابي ،الوسيط،المنوال.
- أحسب الربيع الثالث، العشير السادس.

استنتج المنوال و الوسيط بيانيا.

<u>الحل:</u>

الفئات	تكرار ni	مركز الفئة Xci	Xci.ni	ت م صاعد	ت م نازل
38- 40	**10**	**39**	**390**	**10**	**500**
40- 42	**20**	**41**	**820**	**30**	**490**
42- 44	**90**	**43**	**3870**	**120**	**470**
44- 46	**240**	**45**	**10800**	**360**	**380**
46- 48	**110**	**47**	**5170**	**470**	**140**
48- 50	**30**	**49**	**1470**	**500**	**30**
المجموع	**500**		**22520**		**0**

- حساب المتوسط:

$$\bar{X}=\frac{22520}{500}=45.04$$

- حساب الوسيط:

$$M_e=44+\frac{250-120}{360-120}.2=45.08$$

المنوال:

$$M_0=44+\frac{240-90}{(240-90)+(240-110)}.2=45.071$$

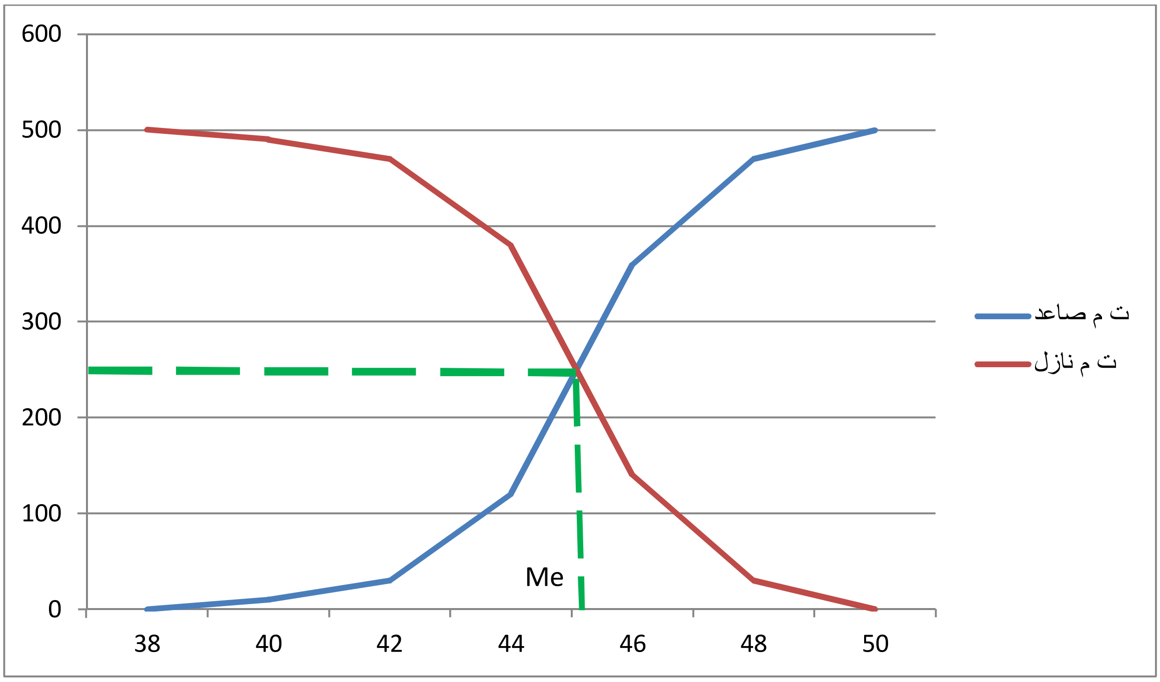
الربيع الثالث:

$$Q_3=46+\frac{375-360}{470-360}.2=46.272$$

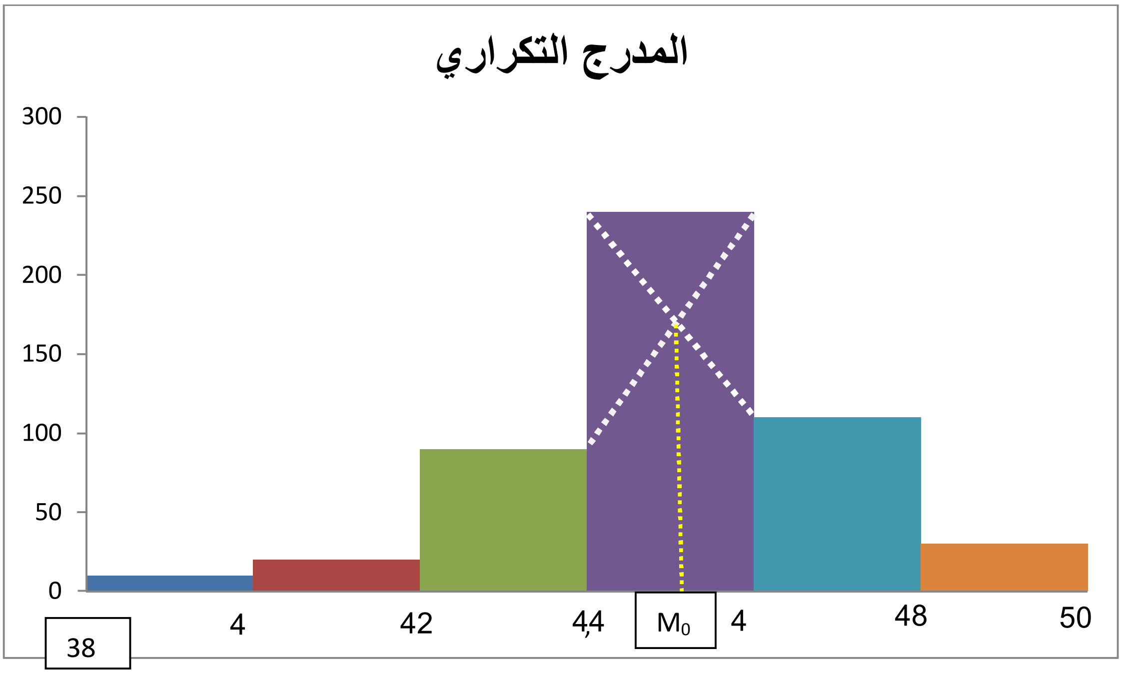
العشير السادس:

$$D_6=44+\frac{300-120}{360-120}.2=44.75$$

ايجاد الوسيط بيانيا:



ايجاد المنوال بيانيا



التمرين 07: لدينا الجدول التالي يوضح الدخل الوطني ونصيب الفرد من الدخل الوطني لعدة سنوات

السنوات	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
الدخل الوطني مليار دولار	120	135	140	140	146	150	158
نصيب الفرد من الدخل دولار/للفرد	4000	4350	4380	4240	4295	4280	4365

المطلوب:

- أحسب نسب الزيادة في الدخل الوطني؟
- أحسب متوسط نسب الزيادة في الدخل الوطني؟بطريقتين.
- حسب المتوسط السابق كم يكون الدخل الوطني سنة 2020؟
- أحسب متوسط نصيب الفرد من الدخل الوطني للفترة 2000- 2006؟

الحل:

حساب نسب الزيادة:

السنوات	2001	2002	2003	2004	2005	2006
نسب الزيادة	0.125	0.037	0	0.0425	0.0273	0.0533

حساب متوسط النسب: بطريقتين نستخدم المتوسط الهندسي

$$t=\sqrt[6]{\frac{158}{120}}-1=1.0469-1=0.0469$$

$$t=\sqrt[6]{(1+0.125)+(1+0.037)+(1+0)+(1+0.0425)+(1+0.0273)+(1+0.0533)}-1$$

$$=0.0468$$

حساب الدخل المتوقع لسنة 2020:

$$1.0469=\sqrt[20]{\frac{S}{120}}$$

$$(1.0469)^{20}=\frac{S}{120}$$

$$S=120(1.0469)^{20}$$

S=300.11 m/d

حساب متوسط نصيب الفرد من الدخل الوطني: نستخدم المتوسط التوافقي

$$H=\frac{120+135+140+140+146+150+152}{\frac{120}{400}+\frac{135}{4350}+\frac{140}{4380}+\frac{140}{4240}+\frac{146}{4295}+\frac{150}{4280}+\frac{158}{4365}}$$

$$H=\frac{989}{0.03+0.031+0.031+0.033+0.033+0.035+0.036}$$

$$=\frac{989}{0.229}\qquad=4318.77$$

H=4318.77d/p

<u>التمرين 08:</u> سنة 1960 كان عدد سكان الجزائر 10 مليون نسمة وبعد 55 سنة أي سنة 2015 أصبح عدد السكان 40 مليون نسمة.

- أوجد متوسط معدلات الزيادة السكانية؟
- حسب هذا المتوسط كم كان عدد سكان الجزائر سنة 2000؟
- حسب هذا المتوسط كم سيكون عدد سكان الجزائر سنة 2050؟

<u>الحل:</u>

حساب متوسط معدلات الزيادة السكانية

$$t=\sqrt[55]{\frac{40}{10}}-1=1.0273-1=0.0273$$

$$\mathbf{t=2.73\%}$$

كم كان سكان الجزائر سنة 2000

$$0.0273=\sqrt[40]{\frac{S}{10}}-1$$

$$S=10(1+0.0273)^{40}$$

$$\mathbf{S=29.36\ m\ h}$$

كم سيكون عدد سكان الجزائر سنة 2050 حسب هذا المتوسط:

هنا نحسب من بداية سنة 1960 اي بعد 90 سنة وتصبح العلاقة

$$0.0273=\sqrt[90]{\frac{S}{10}}\quad -1$$

او نحسب بداية سنة 2015 اي بعد 35 سنة وتصبح العلاقة

$$0.0273=\sqrt[35]{\frac{S}{40}}\quad -1$$

$$S=40(1+0.0273)^{35}$$

$$\mathbf{S=102.67m\ h}$$

<u>التمرين 09:</u> يوضح الجدول التالي تطور عدد الطلبة كلية الاقتصاد ونسب زيادتها

السنوات	2012	2013	2014	2015	2016	2017
عددالطلبة	4200	....	5500	....	6410	....
نسب الزيادة	....	0.120	....	0.086	....	0.100

المطلوب:

- أكمل بيانات الجدول؟
- أحسب متوسط نسب زيادة الطلابية بطريقتين؟
- حسب هذا المتوسط كم سيكون عدد الطلبة سنة 2020؟

<u>الحل:</u> اكمال بيانات الجدول

السنوات	2012	2013	2014	2015	2016	2017
عددالطلبة	4200	**4704**	5500	**5973**	6410	**7051**
نسب الزيادة	......	0.120	**0.169**	0.086	**0.073**	0.100

حساب متوسط النسب بطريقتين:

$$t=\sqrt[5]{\frac{7051}{4200}}\quad -1=0.1091$$

$$t= 10.91\%$$

$$t=\sqrt[5]{(1.12)(1.169)(1.086)1.073)(1.1)}-1=0.1091$$

$$t= 10.91\%$$

عدد الطلبة المتوقع لسنة 2020 أي بعد 8 سنوات

$$0.0273= \sqrt[8]{\frac{S}{4200}}\ -1$$

$$S= 4200(1+0.1091)^{8}$$

S=9616

التمرين 10:

أراد رجل أعمال استثمار 1000000 دج في شراء أسهم، فقسم المبلغ على خمسة أجزاء،كل جزء اشترى به أسهم من شركة، بحيث كان سعر السهم الواحد لكل شركة هو: 200دج، 100دج، 250دج، 50دج، 500 دج.

المطلوب:

1- أحسب متوسط سعر السهم بطريقة المتوسط الحسابي؟

2- أحسب متوسط سعر السهم بطريقة المتوسط التوافقي؟

الحل:

$$\frac{1000000}{5}=200000$$

عدد الاسهم:

$$\frac{200000}{500}=400\ ,\ \frac{200000}{100}=2000\ ,\ \frac{200000}{50}=4000\ ,\ \frac{200000}{200}=1000\ ,\ \frac{200000}{250}=800$$

عدد الاسهم = 400+2000+4000+1000+800 =8200

حساب متوسط سعر السهم بطريقة المتوسط الحسابي

$$\bar{X}=\frac{1000000}{8200}=121.95$$

حساب متوسط سعر السهم بطريقة المتوسط التوافقي

$$H=\frac{200000+200000+200000+200000+20000}{\frac{200000}{250}+\frac{200000}{200}+\frac{200000}{50}+\frac{200000}{100}+\frac{200000}{500}}=121.95$$

التمرين 11:

اشترى شخص ثلاث آلات بسعر 45000دج للوحدة و خمس آلات بسعر 60000دج للوحدة و سبع آلات بسعر 35000دج للوحدة.

أحسب متوسط سعر الآلة الواحدة بطريقتين؟

الحل:

طريقة1 $\bar{X}=\frac{45000.3+60000.5+35000.7}{3+5+7}=\frac{680000}{15}=45333.33$

طريقة 2 $H=\frac{135000+300000+245000}{\frac{135000}{45000}+\frac{300000}{60000}+\frac{245000}{35000}}=\frac{680000}{15}=45333.33$

<u>التمرين 12:</u> الجدول التالي يوضح نصيب الفرد من المياه لخمس دول عربية :

الدول العربية	السعودية	اليمن	مصر	السودان	الجزائر
حجم المياه مليار متر مكعب	18	15	25	13	20
نصيب الفرد (م^3/للفرد)	720	750	250	200	500

المطلوب:

- أوجد عدد سكان كل دولة عربية؟
- احسب متوسط نصيب الفرد من المياه لهذة الدول العربية؟

<u>الحل:</u>

$$\text{نصيب الفرد من المياه} = \frac{\text{حجم المياه}}{\text{عدد السكان}}$$

$$\text{عدد السكان} = \frac{\text{حجم المياه}}{\text{نصيب الفرد من المياه}}$$

عدد سكان السعودية = $\frac{18}{720}$ =25 مليون نسمة

عدد سكان اليمن = $\frac{15}{750}$ =20 مليون نسمة

عدد سكان السودان = $\frac{13}{200}$ =65 مليون نسمة

عدد سكان مصر = $\frac{25}{250}$ =100 مليون نسمة

عدد سكان الجزائر = $\frac{20}{500}$ =40 مليون نسمة

متوسط نصيب الفرد من المياه:

$$H=\frac{18+15+25+13+20}{\frac{18}{720}+\frac{15}{750}+\frac{13}{200}+\frac{25}{250}+\frac{20}{500}}=364$$

متوسط نصيب الفرد من المياه في هذه الدول العربية هي 364 م^3 /للفرد

التمرين 13:

لدينا مجموعة"أ"تتكون من 100 طالب ،متوسط وزن الطلبة 72.5 كغ،بانحراف معياري 12.5كغ

ولدينا مجوعة "ب" تتكون من 150 طالب، متوسط وزن الطلبة 58 كغ وبانحراف معياري 10.5 كغ.

- أي المجموعتين أكثر تشتت؟
- أحسب متوسط وزن الطلبة للمجوعة "أ و ب" ثم أحسب تباين المجموعة "أ و ب"؟

بعد شهر رمضان تم إعادة وزن الطلبة فوجدنا :-

بالنسبة للمجموعة"أ" أن كل طالب فقد 2 كغ من وزنه.

بالنسبة للمجموعة"ب" أن كل طالب زاد بنسبة 5 ٪ من وزنه.

- أوجد متوسط وزن الطلبة والانحراف المعياري للمجموعة "أ" بعد شهر رمضان؟
- أوجد متوسط وزن الطلبة والانحراف المعياري للمجموعة "ب" بعد شهر رمضان؟

الحل:

$$Cv_1=\frac{12.5}{72.5} .100=17.24\%$$

$$Cv_2=\frac{10.5}{58} .100=18.10\%$$

المجموعة الثانية **ب** أكثر تشتت من المجموعة الاولى **أ**.

متوسط المجموعتين أ ،ب

$$\bar{X}=\frac{72.5.100+58.150}{100+150}=63.8 \text{ kg}$$

تباين المجموعتين أ ،ب

$$V_x=\frac{100.12.5^2+150.10.5^2+100(72.5-63.8)^2+150(58-63.8)^2}{150+100}=179.11 \text{ kg}$$

ومنه الانحراف المعياري يساوي 13.38 كلغ

أوجد متوسط وزن الطلبة والانحراف المعياري للمجموعة "أ" بعد شهر رمضان:

$$Y_i=xi-2$$

$$\bar{y}=\bar{x}-2$$

$$\bar{y}=72.5-2=70.5 \text{ kg}$$

الانحراف المعياري لا يتغير و يبقى 12.5

متوسط وزن الطلبة والانحراف المعياري للمجموعة "ب" بعد شهر رمضان:

المتوسط:

$$Y_i = xi + 0.05\ xi = 1.05xi$$

$$\bar{y} = 1.05\bar{x}$$

$$\bar{y} = 1.05 \times 58 = 60.9\ kg$$

الانحراف المعياري:

$$S_Y = a.S_x$$

$$S_Y = 1.05 \times 10.5$$

$$S_Y = 11.025\ kg$$

التمرين 13:

الجدول التالي يوضح نقاط الطلبة في الرياضيات

العلامة xi	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
العدد ni	15	22	13	18	14	25	27	21	29	12	4

المطلوب:

- أحسب متوسط العلامات،أوجد المنوال و الوسيط.
- أوجد الربيع الاول و الثالث ؟ العشير الرابع والثامن ؟ المئين 45 و المئين 90؟
- أحسب الانحراف المعياري؟

الحل:

العلامة xi	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
العدد ni	15	22	13	18	14	25	27	21	29	12	4
ni.xi	0	22	26	54	56	125	162	147	232	108	40
Xi^2	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
$ni.xi^2$	0	22	52	162	224	625	972	1029	1856	972	400
صاعد	15	37	50	68	82	107	134	155	184	196	200

- حساب المتوسط:

$$\bar{X}=\frac{972}{200}=4.86$$

- المنوال هو 8 ومعناه أكثر الطلبة تحصلوا على علامة 8
- الوسيط رتبته $\frac{N}{2}$ معناه $\frac{200}{2}$ أي 100

وبالتالي بالرجوع الى التكرار المتجمع الصاعد فالوسيط هو 5 ومعناه أن 50٪ من الطلبة تحصلوا على نقاط اقل من 5 و 50٪ من الطلبة تحصلوا على نقاط اكثر من 5.

- الربيع الأول: رتبته $\frac{200}{4}=50$ أي يساوي 2.

ومعناه أن 25٪ من الطلبة تحصلوا على نقاط اقل من 2 و 75٪ من الطلبة تحصلوا على نقاط اكثر من 2.

- الربيع الثالث: رتبته $\frac{200.3}{4}=150$ أي يساوي 7.

ومعناه أن 75٪ من الطلبة تحصلوا على نقاط اقل من 7 و 25٪ من الطلبة تحصلوا على نقاط اكثر من 7.

- العشير الرابع: رتبته $\frac{200.4}{10}=80$ أي يساوي 4.

ومعناه أن 40٪ من الطلبة تحصلوا على نقاط اقل من 4 و 60٪ من الطلبة تحصلوا على نقاط اكثر من 4.

- العشير الثامن: رتبته $\frac{200.8}{10}=160$ أي يساوي 8.

ومعناه أن 80٪ من الطلبة تحصلوا على نقاط اقل من 8 و 20٪ من الطلبة تحصلوا على نقاط اكثر من 8.

- المئين 45: رتبته $\frac{200.45}{100}=90$ أي يساوي 5.

ومعناه أن 45٪ من الطلبة تحصلوا على نقاط اقل من 5 و 55٪ من الطلبة تحصلوا على نقاط اكثر من 5.

- المئين 90: رتبته $\frac{200.90}{100}=180$ أي يساوي 8.

ومعناه أن 90٪ من الطلبة تحصلوا على نقاط اقل من 8 و 10٪ من الطلبة تحصلوا على نقاط اكثر من 8.

حساب الانحراف المعياري:

$$V_x=\frac{6314}{200} - (4.86)^2=7.95$$

$$S_x=\sqrt{Vx}$$

$$S_X=2.82$$

التمرين 14:

البيانات التالية تمثل توزيع المستخدمين بالآلاف حسب فئات الأجور (الساعة/ دينار) وذلك في إحدى الشركات الوطنية"

الفئات	5- 10	10- 15	15- 20	20- 25	25- 30	30- 35	35- 40	40- 45
تكرار	39	82	95	44	33	22	5	3

أحسب كل من المقاييس التالية:

المدى العام، المدى الربيعي، الانحراف المتوسط والانحراف المعياري ؟

الحل:

المدي = 45- 5= 40

الفئات	تكرار	مركز الفئة	$X_{ci}.Xi$	ت م صاعد
5- 10	39	7.5	292.5	39
10- 15	82	12.5	1025	121
15- 20	95	17.5	1662.5	216
20- 25	44	22.5	990	260
25- 30	33	27.5	990	293
30- 35	22	32.5	907,5	315
35- 40	10	37.5	715	375
40- 45	5	42.5	127.5	330
	330		6180	

المدى الربيعي:

$$Q_3 - Q_1$$

$$Q_1= 10+\frac{82.5-39}{121-39} .5= 12.65$$

$$Q_3= 20+\frac{247.5-216}{260-216} .5= 23.57$$

المدى الربيعي= 23.57 -12.65= 10.92

حساب الانحراف المتوسط:

$$\bar{X}=\frac{6180}{330}=18.72$$

ni/X_{CI} -$\bar{X}$ /	/X_{CI} -$\bar{X}$ /
437,58	**11,22**
510,04	**6,22**
115,9	**1,22**
166,32	**3,78**
289,74	**8,78**
303,16	**13,78**
187,8	**18,78**
118,9	**23,78**
2129.44	

$$Ex= \frac{2129.44}{330}=6.45$$

حساب الانحراف المعياري:

ni.Xci^2			
2193,75	**56,25**	**4909,6476**	**125,8884**
12812,5	**156,25**	**3172,4488**	**38,6884**
29093,8	**306,25**	**141,398**	**1,4884**
22275	**506,25**	**628,6896**	**14,2884**
24956,3	**756,25**	**2543,9172**	**77,0884**
23237,5	**1056,25**	**4177,5448**	**189,8884**
14062,5	**1406,25**	**3526,884**	**352,6884**
9031,25	**1806,25**	**2827,442**	**565,4884**
137663		**21927.972**	

$$Vx=\frac{21927.972}{330}=66.44$$

$$Vx=\frac{137663}{330}-(18.72)^2=417.16-350.43=66.73$$

$$S_x=\sqrt{Vx}= \sqrt{66.73}=8.16$$

$$\mathbf{S_x=8.16}$$

التمرين 15:

ليكن لدينا التوزيع التكراري التالي

الفئات	29-25	34-30	39-35	44-40	49-45	54-50
التكرار	5	8	10	13	8	6

المطلوب:أدرس شكل التوزيع باستعمال:

- معامل بيرسون للالتواء؟ معامل فيشر للتفلطح؟ مع العلم أن:

$$\sum ni(\text{Xci} - \overline{X})^2 = 2754.5$$

$$\sum ni(\text{Xci} - \overline{X})^3 = -1308.6$$

$$\sum ni(\text{Xci} - \overline{X})^4 = 319526.285$$

الحل:

معامل بيرسون للالتواء:

$$P_1 = \frac{U3^2}{U2^3} = \frac{\frac{-1308.6^2}{50}}{\frac{2754.5^3}{50}} = \frac{684.97}{167193.08} = 0.004$$

معنى ذلك ملتوي التواء سالب لان اشارة U_3 سالبة

معامل فيشر للتفلطح:

$$F_2 = P_2 - 3$$

$$F_2 = \frac{\frac{319526.285}{50}}{\frac{2454.5^2}{50}} - 3 = \frac{6390.52}{3034.90} - 3 = -0.90$$

$0 > F_2$ التوزيع متفلطح

اذا التوزيع ملتوي ناحية اليسار و متفلطح.

التمرين 16:

الجدول التالي يوضح أسعار و كميات مواد استهلاكية سنة 1990 و2010

المواد	1990		2010	
	أسعار(دج)	كميات	أسعار(دج)	كميات
سكر(كلغ)	35	50	60	50
زيت (ل)	80	60	90	50
سميد (كلغ)	40	75	25	115
قهوة(كلغ)	250	35	450	30

المطلوب:باعتبار سنة 1990 هي سنة الأساس أحسب و حلل:

- الرقم القياسي البسيط لسعر السميد؟ - الرقم القياسي البسيط لكمية السكر؟
- الرقم القياسي التجميعي البسيط للقيم ؟ - رقم لاسبير للأسعار وكميات المواد؟
- رقم باش للأسعار و كميات المواد؟ - رقم فيشر للأسعار و كميات المواد؟

ما هو أحسن و أفضل رقم قياسي: لاسبير أو باش أو فيشر؟ ولماذا ؟

الحل:

الرقم القياسي البسيط لسعر السميد:

$$IP_{1/0}=\frac{25}{40}.100=62.5\%$$

انخفاض سعر السميد بنسبة 37.5٪ سنة 2010 مقارنة بـ 1990

الرقم القياسي البسيط لكمية السكر:

$$Iq_{1/0}=\frac{50}{50}.100=100\%$$

ثبات في كمية السكر سنة 2010 مقارنة بسنة 1995

الرقم القياسي التجميعي البسيط للقيم:

$$IV_{1/0}=\frac{60.50+90.50+25.115+450.30}{35.50+80.60+40.75+35.250}.100=130.46\%$$

زيادة في قيم السلع بنسبة 130.46%

رقم لاسبير للأسعار:

$$LP_{1/0}=\frac{60.50+90.60+25.75+450.35}{35.50+80.60+40.75+35.250}.100=142.21\%$$

زيادة في اسعار السلع بنسبة 42.21٪

رقم لاسبير كميات:

$$Lq_{1/0}=\frac{50.35+50.80+40.115+250.30}{35.50+80.60+40.75+35.250}.100=97.54\%$$

انخفاض في كميات السلع بنسبة 2.46٪

رقم باش للأسعار:

$$Pp_{1/0}=\frac{60.50+90.50+25.115+450.30}{35.50+80.50+40.115+30.250}.100=133.75\%$$

زيادة في اسعار السلع بنسبة 33.75٪

رقم باش للكميات:

$$Pq_{1/0}=\frac{60.50+90.50+25.115+450.30}{50.60+60.90+75.25+35.450}.100=91.73\%$$

انخفاض في كميات السلع بنسبة 8.27٪

رقم فيشر للأسعار:

$$Fp_{1/0}=\sqrt{142.21 * 133.75}=137.91\%$$

زيادة في أسعار السلع بنسبة 37.91٪

رقم فيشر للكميات:

$$Fq_{1/0}=\sqrt{97.54 * 91.73}=94.59\%$$

انخفاض في كميات السلع بنسبة 5.41٪

أحسن وأفضل رقم هو فيشر لانه غير متحيز لسنة الاساس أو المقارنة

تمارين غير محلولة

التمرين01:

بيانات حول كمية الإنتاج اليومي لـ 20 مصنع (الوحدة:طن):

40 35 36 29 33 45 44 39 35 37 38 42 35 30 32 31 35 36 37

بيانات حول أوزان مواليد جدد(الوحدة كلغ):

2.1 2.9 2.6 2.5 2.3 2.7 2.9 2.8 2.2 2.3 2.4 2.1 2.0 2.8 2.4 2.7 2.6 2.1 المطلوب:

- أوجد الوسط الحسابي ؟
- أوجد الوسط الحسابي بطريقة الانحرافات؟
- أوجد الوسيط ؟
- أحسب كلا من: - الربيع الأدنى والربيع الأعلى. - العشير الثالث و العشير السابع.
  - المئين 35 والمئين 80. - ماذا تعني هذه المقاييس المحسوبة؟

التمرين02:

لدينا توزيع تكراري لعدد الأحذية المباعة في محل تجاري حسب القياس

الفئة	24-22	27-25	30-28	33-31	36-34	39-37	42-40	45-43	48-46	51-49	المجموع
التكرار	2	2	7	10	9	9	5	4	1	1	50

- أوجد الوسط الحسابي ؟
- أرسم المدرج التكراري؟المضلع التكراري؟
- أرسم المضلع التكراري المتجمع الصاعد والنازل؟
- أوجد الوسيط ؟ أوجد الوسيط بيانيا؟
- أحسب الربيع الأول و الثالث ثم أوجدهما بيانيا؟
- أحسب العشير الثاني و السادس ثم أوجدهما بيانيا؟
- أحسب المئين 90 ثم أوجده بيانيا؟
- أحسب المنوال ثم أوجده بيانيا؟
- أرسم المنحنى التكراري؟منحنى تكراري متجمع صاعد ونازل؟

التمرين03:

الجدول التالي يبين إنتاج مؤسسة من سنة 2000 إلى 2005

السنة	2000	2001	2002	2003	2004	2005
الإنتاج	1000	1100	1250	1500	1850	2350

المطلوب:

1- أحسب نسبة الزيادة في الإنتاج من 2001 إلى غاية2005.

2- أحسب متوسط نسبة الزيادة الإنتاجية للفترة 2001- 2005.

التمرين04:

لدينا مزرعة لتربية الدواجن بها 10000 دجاجة و بعد التكاثر أصبح عددها 50000 دجاجة في مدة 60 يوم.

المطلوب: حساب متوسط نسب التكاثر اليومية؟

التمرين 05:

إذا كانت نسبة زيادة سعر سلعة ما خلال أربع سنوات هي 200 ٪، ما هو متوسط نسبة الزيادة السنوية لسعر هذه السلعة؟

التمرين 06:

مؤسسة سيرت بثلاث فرق إدارية لمدة 6 سنوات بحيث:

- الفريق الأول عمل لثلاث سنوات وحقق زيادة الأرباح بنسبة 8.2٪ سنويا.
- الفريق الثاني عمل سنة واحدة وحقق زيادة الأرباح بنسبة 6.8٪.
- الفريق الثالث عمل لسنتين وحقق زيادة الأرباح بنسبة 12 ٪ سنويا.

المطلوب :أحسب متوسط نسب الزيادة في الأرباح خلال ست سنوات ؟

التمرين 07: ليكن لدينا الجدول التالي يوضح الكثافة السكانية لخمس ولايات في الوطن:

عدد السكان (نسمة)	600000	500000	800000	700000	400000
الكثافة السكانية (نسمة/كم^2)	28.57	33.33	44.44	28	14.28

أحسب متوسط الكثافة السكانية لهذه الولايات؟-

التمرين 08: اشترى شخص مادة من السوق بالكميات و بالأسعار التالية:

4 كغ بقيمة 100 دينار ثم 5 كغ بقيمة 100 دينار أيضا ثم 8 كغ بقيمة 120 دينار.

المطلوب: إيجاد متوسط سعر هذه المادة ؟.

التمرين 09:أدرس شكل التوزيع التكراري التالي باستخدام معاملات بيرسون وفيشر للالتواء والتفلطح

الفئات	4- 8	13-9	18-14	23-19	28-24	33-29	38-34
التكرار	1	4	6	10	6	4	1

التمرين 10:

الأجور	50- 60	60- 70	70- 80	80- 90	90- 100	100- 110
العمال	8	10	16	14	10	7

- أحسب متوسط الأجور، و أوجد الوسيط؟
- ما هو الأجر الذي تحصل عليه أكبر عدد من العمال؟
- أدرس شكل التوزيع؟

التمرين 11:

فيمايلي بيان أسعار وكميات بعض السلع الهامة لسنة 2005 و 2010

السلع	كميات (طن)		أسعار (دج)	
	2005	2010	2005	2010
A	120	180	100	725
B	16	110	52	440
C	40	79	108	1150

المطلوب:باعتبار سنة 2005 سنة الأساس أحسب:

- الرقم القياسي البسيط للسعر والكمية و القيمة للسلع
- الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار و الكميات والقيم؟
- الرقم القياسي لاسبير للأسعار و الكميات؟
- الرقم القياسي لباش للأسعار و الكميات؟
- الرقم القياسي لفيشر للأسعار و الكميات؟
- أحسب الأرقام القياسية لمارشال؟

التمرين 12:

يوضح الجدول التالي متوسط الأجور الشهرية وعدد العمال لثلاث مناطق أ ،ب ،جـ لسنة 2000 و 2005

المنطقة	متوسط الأجور (دج)		عدد العمال	
	2000	2005	2000	2005
أ	250	450	9000	1400
ب	300	550	1000	1500
ج	400	700	4100	4500

المطلوب:باعتبار سنة 2000 سنة الأساس أحسب:

1- الرقم القياسي لاسبير للأجور و العمالة؟
2- الرقم القياسي لباش للأجور و العمالة؟
3- الرقم القياسي لفيشر للأجور و العمالة؟

نماذج امتحانات

امتحان السداسي الأول لمقياس احصاء-1-

التمرين الاول(4 نقاط): ليكن لدينا الجدول التالي يوضح الكثافة السكانية لخمس ولايات في الجزائر:

الولاية	ورقلة	الاغواط	غليزان	الوادي	غرداية
عدد السكان (نسمة)	600000	500000	800000	700000	400000
الكثافة السكانية (نسمة/كم^2)	2.84	19.96	164.27	12.83	4.65

المطلوب:

-أحسب مساحة كل ولاية ؟

-أحسب متوسط الكثافة السكانية لهذه الولايات ؟

التمرين الثاني(5نقاط): الجدول التالي يوضح تطور عدد طلبة جامعة الوادي من سنة 2010 الى غاية 2015

السنوات	2010	2011	2012	2013	2014	2015
عدد الطلبة	3046	3626	4761	5900	7838	9660

المطلوب:

-أحسب متوسط نسب الزيادة الطلابية السنوية t ؟

-حسب هذا المتوسط t .كم سيكون عدد الطلبة سنة 2020؟

التمرين الثالث(11 نقطة): ليكن لدينا الجدول التالي يوضح أجور عمال شركة كوسيدار بولاية الوادي

الوحدة:1000 دج

الفئات	30-50	50-70	70-90	90-110	110-130	130-150
عدد العمال	20	80	115	70	50	10

المطلوب:

- حدد كلا من: المجتمع الإحصائي ؟ المتغير الاحصائي ؟ نوعة ؟
-أحسب كلا من: متوسط اجور العمال؟ الوسيط ؟ المنوال ؟
- قارن بين المتوسط الحسابي و الوسيط و منوال؟ ما تستنتج ؟
- أوجد الوسيط و المنوال بيانيا ؟
- أحسب : الربيع الثالث؟ العشير الثاني؟ المئين 85؟ ما يعني كل مقياس ؟
- أحسب التباين و الانحراف المعياري ؟

امتحان السداسي الأول لمقياس احصاء-1-

التمرين الاول:5نقاط

يبين الجدول التالي تطور عدد الطلبة بجامعة الوادي

السنوات	2005	2006	2007	2008	2009	2010
عدد الطلبة	4200	....	5500	....	6410	......
نسب الزيادة	....	0.120	....	0.086	....	0.100

المطلوب:

-أكمل بيانات الجدول؟

-أوجد متوسط نسب الزيادة الطلابية t ؟بطريقتين

- حسب هذا المتوسط t كم سيكون عدد الطلاب سنة 2020؟

ملاحظة:استخدم ثلاث أرقام وراء الفاصلة(وحدة الدقة 0.001)

التمرين الثاني:8 نقاط

لدينا عينة من 180 شخص مصنفين حسب السن

السن	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	المجموع
العدد	16	19	27	a	26	28	b	8	180

-أوجد a و b ؟علما أن الوسيط يساوي 47 سنة؟

-أحسب المتوسط الحسابي؟ أحسب المنوال ؟

-أحسب الربيع الأعلى ، العشير السادس ، المئين 95 ؟ ماذا يعني كل مقياس ؟

التمرين الثالث: 7 نقاط

درسنا عينتان مختلفتين فأعطت النتائج التالية:

العينة الاولى	العينة الثانية
$\sum_{i=1}^{30} x_i = 450$	$\sum_{i=1}^{20} y_i = 100$
$\sum_{i=1}^{30} x_i^2 = 6900$	$\sum_{i=1}^{20} y_i^2 = 3500$

المطلوب:

1) أحسب المتوسط الحسابي و الإنحراف المعياري لكل عينة ؟

2) دمجت العينتان،أحسب كل من المتوسط الحسابي و الانحراف المعياري الناتج عن دمج العينتين؟

3) أحسب معامل الاختلاف لكل عينة،أي العينتان أكثر تشتتا ؟

امتحان السداسي الأول لمقياس احصاء-1-

التمرين الأول:(6نقاط)

البيانات التالية تبين عدد الغيابات التي سجلها عمال مؤسسة ما خلال الثلاثي الأول من السنة:

3	5	2	2	2	3	2	5	3	4
0	5	2	1	5	0	0	4	5	5
4	1	2	3	2	0	3	5	1	1

المطلوب:

- حدد المجتمع الإحصائي والمتغير الإحصائي ونوعه؟
- لخص هذه البيانات في جدول إحصائي؟ ثم أنشئ التمثيل البياني المناسب للجدول؟
- أحسب عدد ونسبة العمال الذين لديهم أقل من 3 غيابات ؟

التمرين الثاني :(4نقاط)

قطع مسافر المسافة الكلية بين مدينتين على ثلاث مر احل كما هو مبين في الجدول أدناه:

المرحلة	المسافة (كلم)	السرعة (كلم /سا)
الأولى	40	120
الثانية	35	100
الثالثة	25	80

المطلوب : أوجد متوسط سرعة هذا المسافر على طول المسافة؟

التمرين الثالث:(10 نقاط)

الجدول التالي يبين توزيع العمال حسب عدد ساعات العمل الأسبوعية.

الفئات	38-40	40-42	42-44	44-46	46-48	48-50
التكرارات	10	20	90	240	110	30

المطلوب:

- أرسم المدرج التكراري لهذا التوزيع واستنتج قيمة المنوال بيانيا ؟
- أرسم المضلع المتجمع الصاعد والنازل ثم استنتج قيمة الوسيط بيانيا ؟
- أحسب المتوسط الحسابي، الوسيط والمنوال ؟ ماذا تلاحظ ؟
- احسب الربيع الثالث و العشير السادس؟