جامعــة حمه لخضر بالـــوادي

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

قسم العلوم الإقتصادية

السنة الثالثة

تخصص: إقتصاد كمي

المقياس: بحوث العمليات 01

الموسم الجامعي 2021/2020.

السلسلـــة رقـــم (01)

التمرين 01: تمتلك منشأة لصناعة الطحين (3) معامل في الجزائر العاصمة ووهران وعنابة، وأن الطاقة الإنتاجية لهذه المعامل (350)، (300)، (300) طن من الطحين يوميا على الترتيب. حيث تقوم بتجهيز (4) أسواق في ولايات هي الوادي، قسنطينة، المسيلة، غرداية حيث يبلغ احتياجاتها من الطحين (350)، (225)، (100)، (125) طن يوميا، إن كلفة نقل الطحين من الجزائر العاصمة إلى الوادي ، قسنطينة، المسيلة، غرداية هي (10)، (8)، (12)، (14) ألف دينار للطن الواحد على الترتيب، وأن كلفة نقل الطحين من وهران إلى الوادي، قسنطينة، المسيلة، غرداية هي (6)، (7)، (13)، (11) ألف دينار للطن الواحد على الترتيب، وأن كلفة نقل الطحين من عنابــة إلى غرداية ، المسيلــة، قسنطينــة ، الــوادي هي: (5)، (10)، (9)، (4) ألف دينار للطن الواحد على الترتيب.

- كون جدول النقل لهذه المسألة.

- إيجاد الحل الأساسي الأولي بطريقة أقل التكاليف وأحسب التكاليف الكلية.

التمرين 02: تريد مؤسسة توزيع البضاعة (X) نقل هذه البضاعة من مخازنها الأربعة إلى مختلف نقاط التوزيع الستة بأقل تكلفة إجمالية، إذا علمت أن تكاليف نقل الوحدة الواحدة من كل مخزن إلى كل نقطة بالدينار هي:

		نقـــــاط التوزيـــــــع					
		1	2	3	4	5	6
المخـــازن	I	12	27	61	49	83	35
	II	23	39	78	28	65	42
	III	67	56	92	24	53	54
	IV	71	43	91	67	40	49

وأن الكميات المعروضة في كل مخزن بآلاف الوحدات هي على التوالي: 18 ، 32 ، 14 ، 9

وأن الكميات الممكن استقبالها في كل نقطة توزيع بآلاف الوحدات هي على التوالي: 9 ، 11 ، 28 ، 6 ، 14 ، 5

- إيجاد الحل الأساسي الأولي بكل الطرق التي تعرفها.

التمرين 03: لدينا جدول النقل التالي:

	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	العرض
S_1	5	2	4	3	11	1200
S_2	0	6	1	0	2	1400
S_3	9	5	0	10	2	700
S_4	8	5	6	0	3	800
S_5	12	6	5	7	1	900
الطلب	1500	600	1100	1400	400	

أوجد : 1- تكلفة النقل الأولية بطريقة فوجل.

2- الحل الأمثل باستخدام طريقة المسار المتعرج.

التمرين 04: لدينا جدول النقل التالي:

	D_1	D_2	D_3	D_4	العرض
S_1	5	1	0	4	100
S_2	7	5	2	3	50
S_3	6	10	9	0	75
S_4	2	4	1	6	25
الطلب	20	100	30	100	

1- أوجد الحل الأولي بإستخدام طريقة أقل التكاليف.

2- أوجد الحل الأمثل بإستخدام طريقة التوزيع المعدلة.

الأستاذ: قعيد إبراهيم

حل السلسلة رقم (01)

طلبة ثالثة اقتصاد كمي ل م د 2021/2020

* حل التمرين الأول:

. تكوين جدول النقل

	الوادي	قسنطينة	المسيلة	غرداية	العرض
الجزائر العاصمة	10	8	12	14	350
وهران	6	7	13	11	300
عنابة	4	9	10	5	300
الطلب	350	225	100	125	

- قبل الحل نجد أن العرض ≠ الطلب (العرض = 950 والطلب 800)

• بالتالي نضيف سوق وهمي بتكاليف صفرية و قيمة الطلب = 150 وحدة من أجل أن يصبح العرض = الطلب (وتحقيق شرط التوازن)

	الوادي	قسنطينة	المسيلة	غرداية	سوق وهمي (X)	العرض
الجزائر العاصمة	10	8	12 (100)	14 (100)	0 (150)	~~350~~ ~~200~~ ~~100~~ 0
وهران	6 (50)	7 (225)	13	11 (25)	0	~~300~~ ~~250~~ ~~25~~ 0
عنابة	4 (300)	9	10	5	0	~~300~~ 0
الطلب	~~350~~ ~~300~~ 0	~~225~~ 0	~~100~~ 0	~~125~~ ~~100~~ 0	~~150~~ 0	950

الشرط محقق

- طريقة أقل التكاليف: ونختار أقل تكلفة في الجدول ونشغل الخلية وفي حالة أكثر من خلية لديها تكلفة صغيرة ومتساوية نختار عشوائيا

التكلفة الكلية $TC = (12\times100)+(14\times100)+(\cancel{0\times150})+(6\times50)+(7\times225)+(11\times25)$
$+(4\times300) = 5950$ ألف دينار

* حل التمرين الثاني: ايجاد الحل بطريقة الزاوية الشمالية الغربية

	1	2	3	4	5	6	العرض
I	12 (9)	27 (9)	61	49	83	35	0 ~~9~~ ~~18~~
II	23	39 (2)	78 (28)	28 (2)	65	42	~~30~~ ~~2~~ ~~32~~
III	67	56	92	24 (4)	53 (10)	54	~~10~~ ~~14~~
IV	71	43	91	67	40 (4)	49 (5)	~~5~~ ~~9~~
الطلب	0 ~~9~~	~~11~~ ~~2~~	~~28~~ 0	~~2~~ ~~4~~ ~~6~~	~~14~~ ~~4~~ 0	~~5~~ 0	73

شرط التوازن محقق

$TC = (12\times9)+(27\times9)+(39\times2)+(78\times28)+(28\times2)+(24\times4)+(53\times10)+(40\times4)$
$+(49\times5) = 3808$ ألف دينار ⇐ (لأن الكمية بالآلاف والتكلفة بالدينار)

- الحل بطريقة أقل التكاليف

	1	2	3	4	5	6	العرض
I	12 (9)	27 (9)	61	49	83	35	0 ~~9~~ ~~18~~
II	23	39 (2)	78 (25)	28	65	42 (5)	~~30~~ ~~3~~ ~~2~~ ~~27~~ ~~25~~
III	67	56	92 (3)	24 (6)	53 (5)	54	~~8~~ ~~14~~ ~~3~~
IV	71	43	91	67	40 (9)	49	0 ~~9~~
الطلب	~~9~~ 0	~~11~~ ~~2~~	0 ~~3~~ ~~28~~	~~6~~ 0	~~14~~ ~~5~~	~~5~~ 0	73

محقق

$TC = (12\times9)+(27\times9)+(39\times2)+(78\times25)+(42\times5)+(92\times3)+(24\times6)$
$+(53\times5)+(40\times9) = 3634$ ألف دينار

- الحل بطريقة فوقل

	1	2	3	4	5	6	العرض							
I	12	27	61 (18)	49	83	35	~~18~~ 0	15	15	x	x	x	x	x
II	23 (9)	39 (11)	78 (7)	28	65	42 (5)	~~32~~ ~~23~~ ~~12~~ ~~7~~	5	16	16	3	3	23	13
III	67	56	92 (3)	24 (6)	53 (5)	54	~~14~~ 8 3 0	29	1	1	1	1	1	39
IV	71	43	91	67	40 (9)	49	~~9~~ 0	3	3	3	3	x	x	x
الطلب	~~9~~ 0	~~11~~ 0	~~28~~ 3 10	~~6~~ 0	~~14~~ 8 0	~~5~~ 0	73							

11	12	17	4	13	7
11	12	17	x	13	7
44	4	13	x	13	7
x	4	13	x	13	7
x	17	14	x	12	12
x	x	14	x	12	12
x	x	14	x	12	x

$$TC = (61\times18)+(23\times9)+(39\times11)+(78\times7)+(42\times5)+(92\times3)+(24\times6)$$

$$+(53\times5)+(40\times9)=$$

* التمرين الثالث : شرط التوازن محقق العرض = الطلب = 5000

	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	العرض							
S_1	5 (100)	2 (500)	4	3 (600)	11	~~1200~~ ~~1100~~ 500	1	1	1	1	1	1	2
S_2	0 (1400)	6	1	0	2	~~1400~~ 0	0	x	x	x	x	x	x
S_3	9	5	0 (700)	10	2	~~700~~ 0	2	2	x	x	x	x	x
S_4	8	5	6	0 (800)	3	~~800~~ 0	3	3	3	5	x	x	x
S_5	12	6 (100)	5 (400)	7	1 (400)	~~1000~~ ~~500~~ 100	4	4-1-1	4	1	1	1	1
الطلب	~~1500~~ 100 0	~~1000~~ 100	~~1100~~ 400 0	~~1400~~ 600 0	~~400~~ 0	500							

5	3	1	0	1
		6←1←4	3	1
3	3	1	3	2
3	3	1	3	x
3	3	1	3	x
3	4	1	4	x
x	4-6	1	4-7	x
x	(4)	1	x	x

$TC = (5\times100) + (2\times500) + (3\times600) + (\cancel{0\times1400}) + (\cancel{0\times700}) + (\cancel{0\times800}) + (6\times100)$
$+ (5\times400) + (1\times400) = 6300$ وحدة نقدية

2 - إيجاد الحل الأمثل بطريقة المسار المتعرج:

نتحقق أولا من شرط عدم التفكك

$9 = (1 - n + m)$
عدد الخلايا المشغولة $= 9$
محقق

الآن نختبر الخلايا الفارغة من خلال المسار المغلق لكل خلية فارغة وحساب التكلفة الغير مباشرة.

الخلية الفارغة	التكلفة غير المباشرة	الخلية الفارغة	التكلفة غير المباشرة
$(S_1 - D_3)$	$4-5+6-2=3$	$(S_3 - D_4)$	$10-3+2-6+5-0=8$
$(S_1 - D_5)$	$11-1+6-2$	$(S_3 - D_5)$	$2-0+5-1=6$
$(S_2 - D_2)$	$6-0+5-2=9$	$(S_4 - D_1)$	$8-5+3-0=6$
$(S_2 - D_3)$	لا يوجد لها مسار مغلق	$(S_4 - D_2)$	$5-2+3-0=6$
$(S_2 - D_4)$	$0-0+5-3=2$	$(S_4 - D_3)$	$6-5+6-2+3-0=8$
$(S_2 - D_5)$	لا يوجد لها مسار مغلق	$(S_4 - D_5)$	$3-1+6-2+3-0=9$
$(S_3 - D_1)$	لا يوجد لها مسار مغلق	$(S_5 - D_1)$	$12-5+2-6=3$
$(S_3 - D_2)$	$5-0+5-6=4$	$(S_5 - D_4)$	$7-6+2-3=0$

بما أن جميع الخلايا الفارغة تكلفتها الغير مباشرة موجبة وبالتالي فنحن أمام الحل الأمثل والتكلفة الإجمالية تقدر بـ $TC = 6300$ وحدة نقدية

* حل التمرين الرابع: 1- إيجاد الحل الأولي باستخدام طريقة أقل التكاليف

أولا نتحقق من شرط العرض = الطلب

العرض = 250 وحدة

الطلب = 250 وحدة

وبالتالي العرض = الطلب (محقق)

	D_1	D_2	D_3	D_4	العرض
S_1	5 //	1 70	0 30	4 //	~~70~~ ~~100~~ ×
S_2	7 //	5 25	2 //	3 25	~~25~~ ~~50~~
S_3	6 //	10 //	9 //	0 75	0 ~~75~~ ×
S_4	2 20	4 5	1 //	6 //	~~50~~ ~~25~~
الطلب	~~20~~ 0 ×	~~30~~ ~~25~~ ~~100~~ 0	0 ~~30~~ ×	~~100~~ 0 ~~25~~ ×	250

- في البداية نبدأ بالخلية التي لديها أقل تكلفة، ونجد أن الخلية $(S_1 . D_3)$ تكلفتها (0) والخلية $(S_3 . D_4)$ تكلفتها (0) وبالتالي نختار عشوائيا أي خلية منهم، وبالتالي سنختار $(S_3 . D_4)$ ونبدأ بها.

$TC = (2\times20) + (1\times70) + (5\times25) + (4\times5) + (0\times30) + (3\times25) + (0\times75) = 330$ و.ن

ملاحظة: بالنسبة للذين بدؤوا بالخلية $(S_1 . P_3)$ يمكن أن يتحصلوا على تكلفة مختلفة لكن لا يهم لأنها تكلفة حل أولي.

2- إيجاد الحل الأمثل بطريقة التوزيع المعدلة

نتحقق من شرط عدم التحلل

(عدد الأسطر + عدد الأعمدة - 1 = عدد الخلايا المشغولة)

$(7 = 1 - 4 + 4)$ محقق

• تشكل معادلات للخلايا المشغولة من الشكل: $C_{ij} = U_i + V_j$

$C_{12} = U_1 + V_2 = 1$ ... (1)

$C_{13} = U_1 + V_3 = 0$ ... (2)

$C_{22} = U_2 + V_2 = 5$ ... (3)

$C_{24} = U_2 + V_4 = 3$ ... (4)

$C_{34} = U_3 + V_4 = 0$ ... (5)

$C_{41} = U_4 + V_1 = 2$ ... (6)

$C_{42} = U_4 + V_2 = 4$ ... (7)

لدينا 07 معادلات و 08 مجاهيل وبالتالي نفرض أن $(U_1 = 0)$ ونجد ما يلي

المتغيرات بالتعويض في المعادلات نجد :

$u_1 = 0 \qquad v_1 = -1$

$u_2 = 4 \qquad v_2 = 1$

$u_3 = 1 \qquad v_3 = 0$

$u_4 = 3 \qquad v_4 = -1$

نختبر الخلايا الفارغة معطيات من الشكل : $C_{ij} - u_i - v_j$

$(S_1 \cdot D_1) : C_{11} - u_1 - v_1 = 5 - 0 - (-1) = 6$

$(S_1 \cdot D_4) : C_{14} - u_1 - v_4 = 4 - 0 - (-1) = 5$

$(S_2 \cdot D_1) : C_{21} - u_2 - v_1 = 7 - 4 - (-1) = 4$

$(S_2 \cdot D_3) : C_{23} - u_2 - v_3 = 2 - 4 - (0) = -2$

$(S_3 \cdot D_1) : C_{31} - u_3 - v_1 = 6 - 1 - (-1) = 6$

$(S_3 \cdot D_2) : C_{32} - u_3 - v_2 = 10 - 1 - 1 = 8$

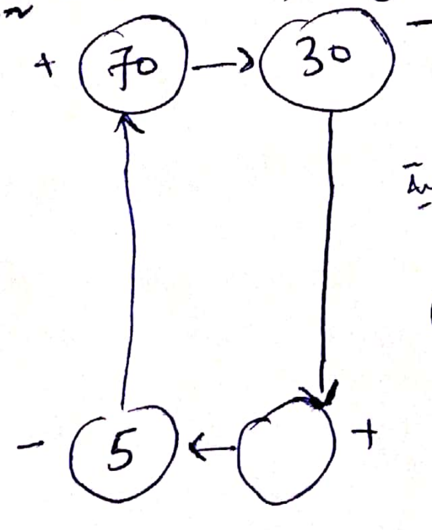
$(S_3 \cdot D_3) : C_{33} - u_3 - v_3 = 9 - 1 - 0 = 8$

$(S_4 \cdot D_3) : C_{43} - u_4 - v_3 = 1 - 3 - 0 = -2$

$(S_4 \cdot D_4) : C_{44} - u_4 - v_4 = 6 - 3 - (-1) = 4$

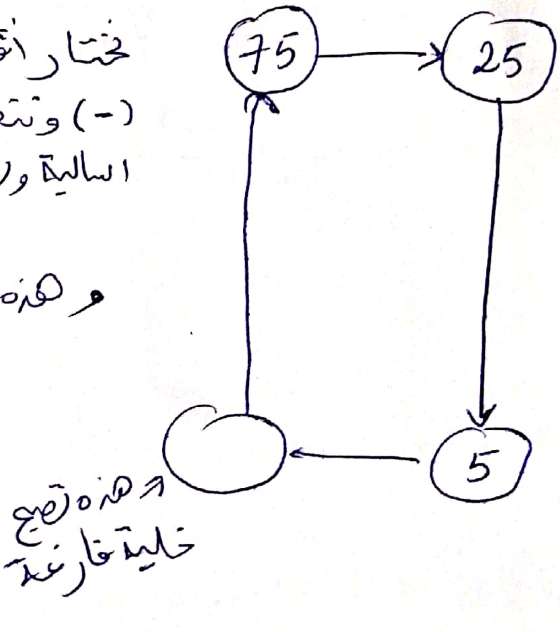
بما أن هناك خلايا فارغة تكلفتها القيم مباشرة سالبة فإننا لم نصل إلى الحل الأمثل ويجب إدخال الخلية التي تكلفتها الغير مباشرة سالبة في الحل بأكبر قيمة سالبة، فنجد أن $(S_2 \cdot D_3)$ و $(S_4 \cdot D_3)$ تكلفتهم الغير مباشرة (-2) ونبدأ وبالتالي نختار أحدهما عشوائيا :

نختار الخلية $(S_4 \cdot D_3)$ وندخلها في الحل من خلال مسارها المغلق كما يلي :



نختار أقل قيمة بإشارة (-) وننقصها في الخلايا السالبة ونضيفها إلى الخلايا الموجبة ⟹

وهذه القيمة هي (5)



نتحصل على الجدول التالي

	D_1	D_2	D_3	D_4	العرض
S_1	(5)	(1) 75	(0) 25	(4)	100
S_2	(7)	(5) 25	(2)	(3) 25	50
S_3	(6)	(10)	(9)	(0) 75	75
S_4	(2) 20	(4)	(1) 5	(6)	25
الطلب	20	100	30	100	

ومنه $TC_2 = (1\times75) + (0\times25) + (5\times25) + (3\times25) + (0\times75) + (2\times20) + (1\times5) = 320$

نلاحظ أن التكلفة انخفضت، الآن نختبر أمثلية هذا الحل كما في الطريقة السابقة كالآتي:

- التحقق من شرط عدم التفكك (عدد الأسطر + عدد الأعمدة - 1 = عدد الخلايا المشغولة)
(7 = 7) محقق

نكون معادلات للخلايا المشغولة من الشكل $C_{ij} = U_i + V_j$

$C_{12} = U_1 + V_2 = 1$ ... (1)

$C_{13} = U_1 + V_3 = 0$ ... (2)

$C_{22} = U_2 + V_2 = 5$ ... (3)

$C_{24} = U_2 + V_4 = 3$ ... (4)

$C_{34} = U_3 + V_4 = 0$ ... (5)

$C_{41} = U_4 + V_1 = 2$ ... (6)

$C_{43} = U_4 + V_3 = 1$ ... (7)

بما أن المجاهيل أكثر من المعادلات نفرض أن $U_1 = 0$ ونحسب بقية المتغيرات

$U_1 = 0$ $V_1 = 1$

$U_2 = 4$ $V_2 = 1$

$U_3 = 1$ $V_3 = 0$

$U_4 = 1$ $V_4 = -1$

نختبر الخلايا الفارغة بمعادلات من الشكل $C_{ij} - U_i - V_j$

$(S_1 \cdot D_1) = C_{11} - U_1 - V_1 = 5 - 0 - 1 = 4$

$(S_1 \cdot D_4) = C_{14} - U_1 - V_4 = 4 - 0 - (-1) = 5$

$(S_2 \cdot D_1) = C_{21} - U_2 - V_1 = 7 - 4 - 1 = 2$

$(S_2 \cdot D_3) = C_{23} - U_2 - V_3 = 2 - 4 - 0 = \boxed{-2}$

$(S_3 \cdot D_1) = C_{31} - U_3 - V_1 = 6 - 1 - 1 = 4$

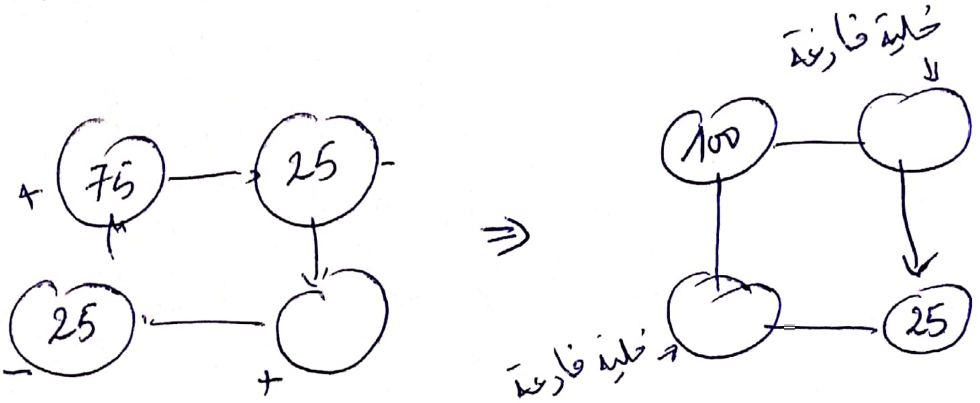
$(S_3 \cdot D_2) = C_{32} - U_3 - V_2 = 10 - 1 - 1 = 8$

$(S_3 \cdot D_3) = C_{33} - U_3 - V_3 = 9 - 1 - 0 = 8$

$(S_4 \cdot D_2) = C_{42} - U_4 - V_2 = 4 - 1 - 1 = 2$

$(S_4 \cdot D_4) = C_{44} - U_4 - V_4 = 6 - 1 - (-1) = 6$

من خلال التكاليف الغير مباشرة للخلايا الفارغة نلاحظ أن الخلية $(S_2 \cdot D_3)$ خلية سالبة، وبالتالي ندخلها في الحل (نشغلها) من خلال مسارها المغلق كما يلي:



فيصبح الجدول كما يلي:

	D_1	D_2	D_3	D_4	العرض
S_1	(5)	(1) 100	(0) 0	(4)	100
S_2	(7)	(5)	(2) 25	(3) 25	50
S_3	(6)	(10)	(9)	(0) 75	75
S_4	(2) 20	(4)	(1) 5	(6)	25
الطلب	20	100	30	100	

$TC_3 = (1\times100) + (2\times25) + (3\times25) + (0\times75) + (2\times20) + (5\times1) = 270$ و.ن

نلاحظ أن التكلفة انخفضت، الآن نتحقق من أمثلية هذا الحل.

1. نتحقق من شرط عدم التفكك:

عدد الأسطر + عدد الأعمدة − 1 = 7

عدد الخلايا المشغولة = 6

$7 \neq 6$

الشرط غير محقق وبالتالي نضيف خلية مشغولة لكي يتحقق وذلك باعتبار الخلية الفارغة والتي فيها أقل تكلفة (وهي $(S_1 \cdot D_3)$) نعتبرها مشغولة وعدد الوحدات فيها هو (0) وحدة.

• تكوين معادلات الخلايا المشغولة من الشكل $C_{ij} = U_i + V_j$

$C_{12} = U_1 + V_2 = 1 \quad \dots (1)$

$C_{13} = U_1 + V_3 = 0 \quad \dots (2)$

$C_{23} = U_2 + V_3 = 2 \quad \dots (3)$

$C_{24} = U_2 + V_4 = 3 \quad \dots (4)$

$C_{34} = U_3 + V_4 = 0 \quad \dots (5)$

$C_{41} = U_4 + V_1 = 2 \quad \dots (6)$

$C_{43} = U_4 + V_3 = 1 \quad \dots (7)$

بما أن المجاهيل أكثر من المعادلات نفرض أن ($U_1 = 0$) ونجد بقية قيم المتغيرات :

$U_1 = 0 \qquad V_1 = 1$

$U_2 = 2 \qquad V_2 = 1$

$U_3 = -1 \qquad V_3 = 0$

$U_4 = 1 \qquad V_4 = 1$

نختبر الخلايا الفارغة بمعادلات من الشكل $C_{ij} - U_i - V_j$

$(S_1 \cdot D_1) : C_{11} - U_1 - V_1 = 5 - 0 - 1 = 4$

$(S_1 \cdot D_4) : C_{14} - U_1 - V_4 = 4 - 0 - 1 = 3$

$(S_2 \cdot D_1) : C_{21} - U_2 - V_1 = 7 - 2 - 1 = 4$

$(S_2 \cdot D_2) : C_{22} - U_2 - V_2 = 5 - 2 - 1 = 2$

$(S_3 \cdot D_1) : C_{32} - U_3 - V_2 = 6 - (-1) - 1 = 6$

$(S_3 \cdot D_2) : C_{32} - U_3 - V_2 = 10 - (-1) - 1 = 10$

$(S_3 \cdot D_3) : C_{33} - U_3 - V_3 = 9 - (-1) - 0 = 10$

$(S_4 \cdot D_2) : C_{42} - U_4 - V_2 = 4 - 1 - 1 = 2$

$(S_4 \cdot D_4) : C_{44} - U_4 - V_4 = 6 - 1 - 1 = 4$

بما أن جميع الخلايا الفارغة تكاليفها إيجابية وبالتالي فقد وصلنا إلى الحل الأمثل والتكلفة المثلى تقدر بـ

$\boxed{TC = 270}$ وحدة نقدية