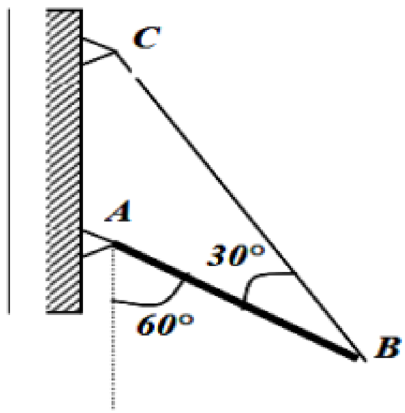
Université Hama Lakhdar el oued **2021/2022**

Faculté Sciences et de la Technologie 2ème année (GC, TP, Hydro)

TD3: LA STATIQUE

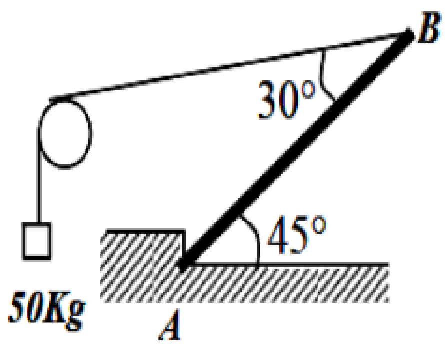
EX:01

Une barre homogène pesant **80 N** est liée par une articulation cylindrique en son extrémité **A** à un mur. Elle est retenue sous un angle de **60°** avec la verticale par un câble inextensible de masse négligeable à l'autre extrémité **B**. Le câble fait un angle de **30°** avec la barre. Déterminer la tension dans le câble et la réaction au point **A**



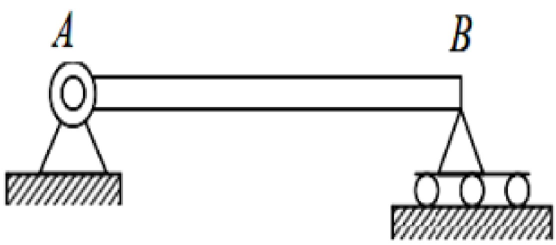
EX:02

On maintient une poutre en équilibre statique à l'aide d'une charge **P** suspendue à un câble inextensible de masse négligeable, passant par une poulie comme indiqué sur la figure. a poutre a une longueur de **8m** et une masse de **50 Kg** et fait un angle de ***45°*** avec l'horizontale et **30°** avec le câble. Déterminer la tension dans le câble ainsi que la grandeur de la réaction en **A** ainsi que sa direction par rapport à l'horizontale.



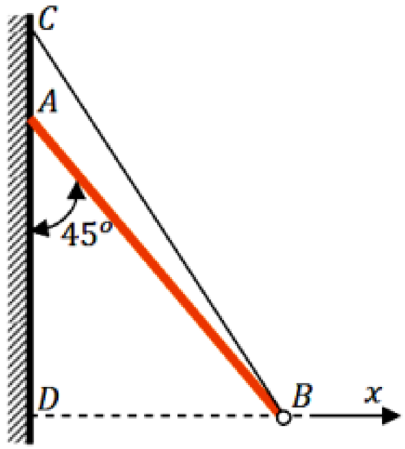
EX:03

La barre **AB=L** est liée en **A** par une articulation cylindrique et à son extrémité **B**, elle repose sur un appui rouleau. Une force de **200 N** agit en son milieu sous un angle de **45°** dans le plan vertical. La barre a un poids de **50 N**. Déterminer les réactions aux extrémités **A** et **B**.



EX:04

L'extrémité supérieure **A** d'une barre homogène pesant **5 da N** et longue de **2 m** s'appuie sur un mur vertical lisse. Un filin **BC** est attaché à son extrémité inferieur **B**.

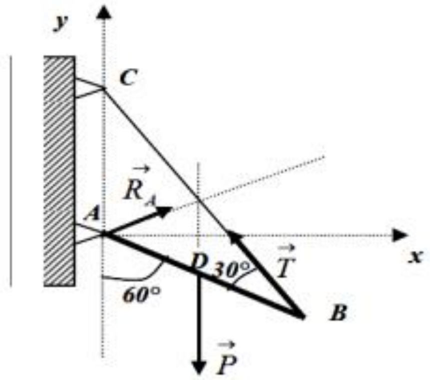


1) Trouver la distance **AC** a laquelle il faut fixer le filin au mur pour que la barre soit en équilibre en formant un angle de $\mathbf{45^0}$ avec la verticale.

2) Trouver la tension **T** du filin et la réaction **R** .

La solution

EX:01



Le système est en équilibre statique dans le plan (xoy), nous avons alors :

$\sum_i \vec{F}_i = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{R}_A + \vec{T} + \vec{P}$ ....(1)

$\vec{M}_{i/A} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \wedge \vec{T} + \overrightarrow{AD} \wedge \vec{P} = \vec{0}$ ... ... (2)

$\overrightarrow{AB} \begin{cases} L\cos 30^0 \\ L\sin 30^0 \end{cases}, \quad \overrightarrow{AD} \begin{cases} L/2\cos 30^0 \\ L/2\sin 30^0 \end{cases}, \vec{P} \begin{cases} 0 \\ -P \end{cases}, \quad \vec{T} \begin{cases} -T\cos 60^0 \\ T\sin 60^0 \end{cases}$

L'équation ***(1)*** projetée sur les axes donne :

OX: $R_{Ax} - T\cos 60^0 = 0$ ... ... (3)

Oy: $R_{Ay} + T\sin 60^0 - P = 0$ ... ... (4)

L'équation (2) s'écrira :

$$\begin{pmatrix} L\cos 30^0 \\ L\sin 30^0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} -T\cos 60^0 \\ T\ \ \sin 60^0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} L/2\cos 30^0 \\ L/2\sin 30^0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ -P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$LT\cos 30^0 \sin 60^0 + LT\cos 60^0 \sin 30^0 - \frac{PL}{2}\cos 30^0 = 0$ ... ... (5)

$(5) \Rightarrow T = \frac{P}{2}\cos 30^0 = 34.64\text{ N}$

$(3) \Rightarrow R_{Ax} = T\cos 60^0 = 17.32\text{ N}$

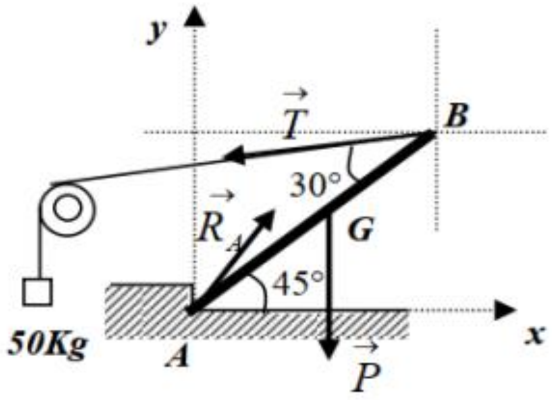
$(4) \Rightarrow R_{Ay} = P - T\sin 60^0 = 30\text{N}$

d'où : $R_A = \sqrt{{R_{Ax}}^2 + {R_{Ay}}^2} = 24.27\ N$ et l'angle que fait la réaction avec l'axe ***ox*** est donné par : $\cos\theta = \frac{R_{Ax}}{R_A} = 0.5 \Rightarrow \theta = 60^0$

EX:02

Toutes les forces agissant sur la poutre sont dans le plan (xoy) . Le système est en équilibre statique d'où: $\sum_i \vec{F}_i = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{R}_A + \vec{T} + \vec{P}$ ....(1)

$\vec{M}_{i/A} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}\wedge\vec{T} + \overrightarrow{AG}\wedge\vec{P} = \vec{0}$ ... ... (2)



Nous avons T = P ,

et $\overrightarrow{AB}\begin{cases}L\cos 45^0\\ L\sin 45^0\end{cases}$, $\overrightarrow{AG}\begin{cases}L/2\cos 45^0\\ L/2\sin 45^0\end{cases}$, $\vec{P}\begin{cases}0\\ -P\end{cases}$, $\vec{T}\begin{cases}-T\cos 15^0\\ T\sin 15^0\end{cases}$, $\vec{R}_A\begin{cases}R_{Ax}\\ R_{Ay}\end{cases}$,

$\overrightarrow{AB}\begin{cases}4\sqrt{2}\\ 4\sqrt{2}\end{cases}$, $\overrightarrow{AG}\begin{cases}2\sqrt{2}\\ 2\sqrt{2}\end{cases}$, $\vec{P}\begin{cases}0\\ -P\end{cases}$, $\vec{T}\begin{cases}-T\cos 15^0\\ T\sin 15^0\end{cases}$, $\vec{R}_A\begin{cases}R_{Ax}\\ R_{Ay}\end{cases}$,

$\overrightarrow{AB}\begin{cases}4\sqrt{2}\\4\sqrt{2}\end{cases}$, $\overrightarrow{AG}\begin{cases}2\sqrt{2}\\2\sqrt{2}\end{cases}$, $\vec{P}\begin{cases}0\\-P\end{cases}$, $\vec{T}\begin{cases}-T\cos 15^0\\T\sin 15^0\end{cases}$, $\vec{R}_A\begin{cases}R_{Ax}\\R_{Ay}\end{cases}$,

L'équation **(1)** projetée sur les axes donne :

$$OX:\ R_{Ax} - T\cos 15^0 = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

$$Oy:\ R_{Ay} + T\sin 15^0 - P = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(4)$$

L'équation ***(2)*** s'écrira :

$$\begin{pmatrix}4\sqrt{2}\\4\sqrt{2}\end{pmatrix}\Lambda\begin{pmatrix}-T\ \cos15^0\\T\quad \sin15^0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2\sqrt{2}\\2\sqrt{2}\end{pmatrix}\Lambda\begin{pmatrix}0\\-P\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow -4T\sqrt{2}\sin 15 + 4T\sqrt{2}\cos 15^0 - 2P\sqrt{2} = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(5)$$

$$(5) \Rightarrow T = \frac{2P\sqrt{2}}{4\sqrt{2}\,(\cos 15^0 - \sin 15^0)} = 353.55\ N$$

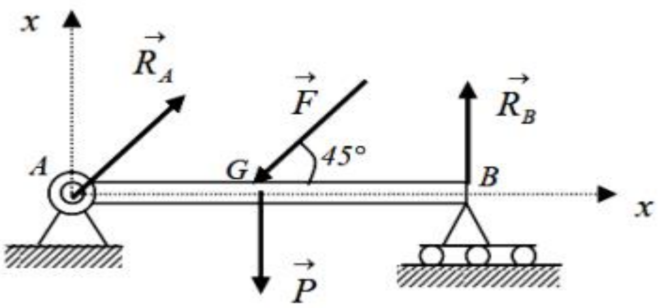
$$(3) \Rightarrow R_{Ax} = T\cos 15^0 = 341.5\ N$$

$$(4) \Rightarrow R_{Ay} = P - T\sin 15^0 = 591.5\ N$$

d'où : $R_A = \sqrt{{R_{Ax}}^2 + {R_{Ay}}^2} = 683\ N$ et l'angle que fait la réaction avec l'axe ***ox*** est donné par : $\cos\theta = \frac{R_{Ax}}{R_A} = 0.577 \Rightarrow \theta = 54.76^0$

EX:03

Toutes les forces agissant sur la poutre sont situées dans le plan *(xoy)* . Le système est en équilibre statique, nous avons alors :



$$\sum_i \vec{F}_i = \vec{0} \iff \vec{R}_A + \vec{R}_B + \vec{F} + \vec{P} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

$$\vec{M}_{i/A} = \vec{0} \iff \overrightarrow{AB}\,\Lambda\vec{R}_B + \overrightarrow{AG}\,\Lambda\,\vec{F} + \overrightarrow{AG}\,\Lambda\,\vec{P} = 0 \ldots\ldots\ldots(2)$$

$\sum_i \vec{F}_i = \vec{0} \iff \vec{R}_A + \vec{R}_B + \vec{F} + \vec{P}$ ....(1)

$\vec{M}_{i/A} = \vec{0} \iff \vec{AB} \wedge \vec{R}_B + \vec{AG} \wedge \vec{F} + \vec{AG} \wedge \vec{P} = 0$ ... ... (2)

La projection de l'équation **(1)** sur les axes donne :

OX: $R_{Ax} - F\cos 45^0 = 0$ ... ... (3)

Oy: $R_{Ay} + R_B + F\sin 45^0 - P = 0$ ... ... (4)

En développant l'équation ***(2)*** on aboutit à :

$$\binom{L}{0} \wedge \binom{0}{R_B} + \binom{L/2}{0} \wedge \begin{pmatrix} -F\cos 45^0 \\ -F\sin 45^0 \end{pmatrix} + \binom{L/2}{0} \wedge \binom{0}{-P} = \binom{0}{0}$$

$\Longrightarrow L\,R_B - \dfrac{L}{2} F\cos 45^0 - \dfrac{LP}{2} = 0$ ... ... (5)

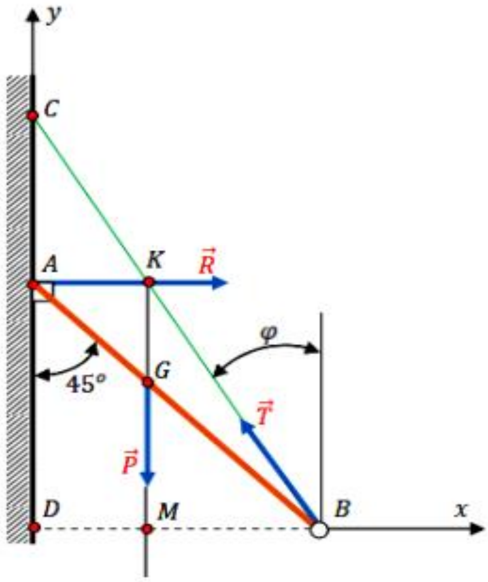
(5) $\Longrightarrow R_B = 95.71$ N

(3) $\Longrightarrow R_{Ax} = 141.42$

(4) $\Longrightarrow R_{Ay} = 95.71$ N

d'où $R_A = \sqrt{{R_{Ax}}^2 + {R_{Ay}}^2} = 170.76$ N

EX:04



$AD = AB\cos 45 = BD \Longrightarrow Tg\,\varphi = \dfrac{BD}{CD}$

$= \dfrac{AB\ \cos 45^0}{AC + AD}$

$Tg\,\varphi = \frac{MB}{KM}$ avec $MB = \frac{AB}{2}\cos 45^0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$m

$KM = AD = \sqrt{2}$ m $\Longrightarrow g\,\varphi = \dfrac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \dfrac{1}{2}$

$\Longrightarrow Tg\,\varphi = 26.56^0$

$AC = CD - AD = \frac{BD}{Tg\ \varphi} - AD = \frac{AB\cos 45^0}{Tg\ \varphi} - AD = \frac{2\cos 45^0}{\frac{1}{2}} - \sqrt{2} = \sqrt{2}$ m

A l'équilibre nous avons :

$\sum_i \vec{F}_i = \vec{0} \iff \vec{R} + \vec{T} + \vec{P}$ ....(1)

A l'équilibre nous avons :

$\sum_i \vec{F_i} = \vec{0} \iff \vec{R} + \vec{T} + \vec{P}$ ....(1)

La projection de l'équation **(1)** sur les axes donne :

OX: $R - F \sin \varphi = 0 \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots . \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots . (2)$

Oy: $T \cos \varphi - P = 0 \ldots \ldots \ldots . \ldots \ldots \ldots \ldots . \ldots \ldots (3)$

De (3) $\Longrightarrow T = \frac{P}{\cos \varphi}$

et de (2) $\Longrightarrow R = T \sin \varphi = p \operatorname{tg} \varphi$ Avec $\varphi = 26.65^0 \Longrightarrow \cos\varphi = 0.89$

$T = 5.61$ daN, $R = 2.5$ d aN