الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

République Algérienne démocratique et Populaire

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

Ministère de l'Enseignement Supérieure et de la Recherche Scientifique

جامعة الشهيد حمه لخضر – الوادي –

Université Echahid Hamma Lakhdar El Oued

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

Faculte des Sciences Economiques Et Commerciales et Sciences de

ملخصات دروس مع تمارين بالحلول

الاقتصاد الجزئي 1 للسداسي الأول

د. صالحي ناجية

أستاذة محاضرة صنف أ

الموسم الجامعي:– 2021 / 2022

تقديم

أن دراسة النظرية الاقتصادية يمكن أن تقسم إلى مجالين واسعين هما الاقتصاد الجزئي. و يسمى بنظرية السعر فهو يهتم مثلا بمسائل الوحدات الجزئية المستهلك المنتج السلعة السوق. والمشكلة الأساس التي يعالجها هي تحديد الأسعار والكميات من خلال قوى العرض والطلب لذا فان نظريته هي نظرية الطلب ونظرية العرض ونظرية السعر في الأسواق المختلفة .أما الاقتصاد الكلي يتعامل الاقتصاد الكلي مع الاقتصاد القومي في مجموعه ويتجاهل الوحدات الفردية و لذا فهو يهتم بكليات التحليل الاقتصادي فهو يعالج مشاكل الاقتصاد الوطني ككل ويهتم به.

ومن خلال تجربتنا البسيطة من خلال تدريس هذا المقياس لمدة 10 سنوات سنوات، وهو أحد مقاييس برنامج سنة الأولى جذع مشترك علوم اقتصادية وعلوم تجارية وعلوم التسيير. وهذه عبارة على ملخصات دروس وبعض التمارين مع الحلول للتبسيط وفهم الاقتصاد الجزئي أكثر.

الفصل الأول:- نظرية سلوك المستهلك

أولا- نظرية المنفعة القياسية:-

إن المنفعة هي أداة التي تفسر طلب المستهلك على السلعة وتفسير العلاقة العكسية بين السعر والكمية المطلوبة منها، وتحليل سلوك المستهلك باستخدام النظرية المنفعة التقليدية يلزم في البداية أن تتعرف على:-

1. مفهوم المنفعة:-

هي إشباع الذي يحصل عليه الفرد من استهلاكه لسلعة أو الخدمة، وتختلف من الشخص إلى آخر نظرا لاختلاف الأذواق.

2. مفهوم المنفعة الكلية (TU):-

وهي عبارة عن إجمالي الإشباع أو المنفعة التي يحصل عليها المستهلك من استهلاكه بالكميات معينة من سلعة ما خلال فترة زمنية محددة.

3. مفهوم المنفعة الحدية (MU):-

فهي مقدار الزيادة في المنفعة الكلية الناتجة عن الزيادة في الكمية المستهلكة بوحدة واحدة، أو هي منفعة الوحدة الإضافية التي يستهلكها المستهلك من هذه السلعة بمعنى أنها مقدار التغير في المنفعة الكلية نتيجة لتغير عدد الوحدات المستهلكة من السلعة في وحدة واحدة أي:

$$MU = \frac{\Delta TU}{\Delta Q}$$

نلاحظ أن المنفعة الكلية تتزايد مع تزايد الكمية المستهلكة لسلعة ولكن تتزايد

بالمعدل متناقص أو بالكميات متناقصة لأن المنفعة الحدية تتناقص مع زيادة الكمية المستهلكة وهذا ما يعرف بالمبدأ أو القانون تناقص المنفعة الحدية.

مثال:- ليكن لدينا الجدول التالي والذي يوضح مقدار المنفعة الكلية الناتجة عن استهلاك وحدات من السلعة ما.

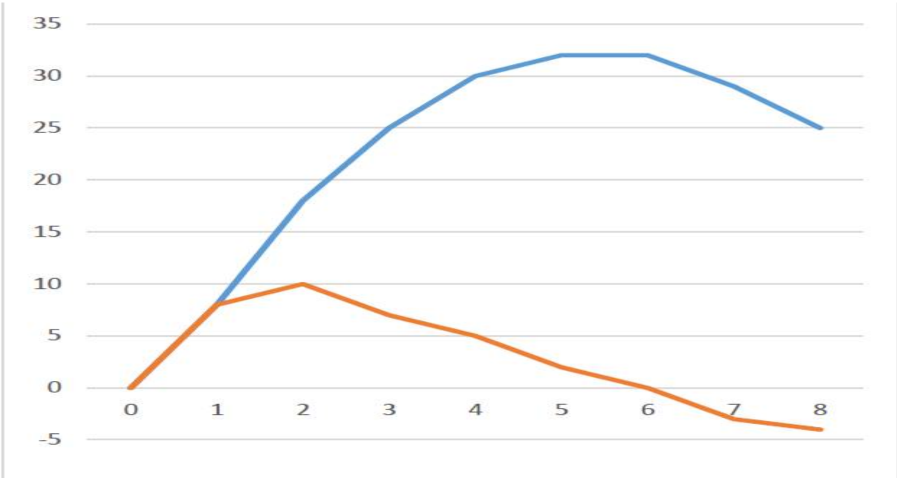
Q	0	1	2	3	4	5	6	7	8
TU	0	8	18	25	30	32	32	29	25

1/- أحسب مقدار المنفعة الحدية؟

$$MU = \frac{\Delta TU}{\Delta Q} = \frac{TU_2 - TU_1}{Q_2 - Q_1}$$

Q	0	1	2	3	4	5	6	7	8
TU	0	8	18	25	30	32	32	29	25
MU	/	8	10	7	5	2	0	−3	−4

الرسم البياني



من خلال الشكل نميز ثلاث حالات المنفعة الكلية :

المرحلة الأولى الكمية من 0 إلى 5 تزايد المنفعة الكلية بوتيرة متزايدة ثم بوتيرة متناقصة وتكون المنفعة الحدية متزايدة ثم تتناقص بقيم موجبة. المرحلة الثانية عندما الكمية تساوي 6 ثبات المنفعة الكلية والمنفعة الحدية مساوين لصفر. والمرحلة الثالثة تكون الكمية أكبر من 6 تناقص المنفعة الكلية وتكون القيمة الحدية متناقص بقيم سالبة .

4. **توازن المستهلك:**- يكون المستهلك في حالة التوازن إذا أنفق دخله المخصص للاتفاق على شراء كمية السلع والخدمات بغية على أكبر إشباع ممكن ومن خلال هذا نستنتج أن:-

- الإنفاق التام لدخل.
- الحصول على أعظم إشباع ممكن.

أ- **في حالة وجود سلعة واحدة:**- في هذه الحالة نفترض أن الدخل R المخصص لإنفاق على سلعة " X " فيصبح $R= x.P_x$

والدالة المنفعة:- $TU = f(x)$ ومنه يكون المستهلك في حالة التوازن نجد أن المنفعة الحدية للسلعة مساوية إلى المنفعة المبلغ المنفق على الوحدة من السلعة $MU_x = \frac{\Delta TU}{\Delta x}$ ومنه $MU_x = P_x$

ب- **في حالة وجود عدة سلع:**- في هذه الحالة يستخدم عدة طرق وهي:

الطريقة الأولى: طريق لاغرائج:-

نفترض في هذه الحالة بأن المستهلك يريد تعظيم منفعة من خلال استهلاكه لسلعتين x,y وذلك من خلال المعطيات التالية:-

$$TU = f(x,y) \quad ,R = x.Px + y.Py$$

حيث Py, Px, R قيم معلومة ومن أجل تحديد القيم المثلى لهذه الدالة نقوم بصياغة الدالة لاغرانج:-

$$L = TU + \lambda(R - x.Px - y.Py)$$

$$L = f(x.y) + \lambda(R.x.Px - y.Py)$$

ومن أجل تعظيم هذه الدالة يجب إعداد المشتقات الجزئية من الدرجة الأولى

$$\begin{cases} \frac{\Delta L}{\Delta \mathrm{x}} = 0 \\ \frac{\Delta \mathrm{L}}{\Delta \mathrm{Y}} = 0 \\ \frac{\Delta \mathrm{L}}{\Delta \lambda} = \ 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \grave{f}(x) - \lambda Px = 0 \\ \grave{f}(y) - \lambda Py = 0 \\ R - xPx - yPy = 0 \end{cases}$$

وبحل هذه الجملة نجد القيم المثلى من Y,X التي تعمل على تعظيم منفعة هذا المستهلك

مثال:- لتكن لدينا المنفعة التالية: $TU = x^{1/2}y^{1/2}$

وكانت $R = 20 \quad ,Px = 1 \quad , \quad Py = 2$

المطلوب:- حدد القيم المثلى من السلعتين y و x التي تعمل على تعظيم منفعة هذا المستهلك باستخدام طريقة لاغرانج.

الحل:-

$$L = TU + \lambda(R - xPx - y.Py)$$

$$= \ x^{1/2}y^{1/2} + \lambda(20 - x - 2y)$$

ومن أجل تعظيم هذه الدالة يجب إعداد المشتقات الحدية من الدرجة الأولى

$$\begin{cases} \frac{\Delta L}{\Delta x} = 0 \rightarrow \frac{1}{2} x^{-1/2} . y^{1/2} - \lambda = 0 \dots \dots .1 \\ \frac{\Delta L}{\Delta Y} = 0 \rightarrow \frac{1}{2} x^{1/2} . y^{-1/2} - 2\lambda = 0 \dots \dots . .2 \\ \frac{\Delta L}{\Delta \lambda} = 0 \rightarrow 20 - x - 2y = 0 \dots \dots \dots \dots 3 \end{cases}$$

$$1 \rightarrow \frac{1}{2} x^{-1/2} . y^{1/2} = \lambda$$

$$\frac{1}{2} x^{1/2} . y^{-1/2} = 2\lambda$$

بقسمة 1 و 2 نجد $\frac{\frac{1}{2}x^{-1/2}.y^{1/2}}{\frac{1}{2}x^{1/2}.y^{-1/2}} = \frac{1}{2}$

$$\frac{y^{1/2} . y^{1/2}}{x^{1/2} . y^{1/2}} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{y}{x} = \frac{1}{2} \leftrightarrow x = 2y \dots \dots .4$$

بالتعويض 4 في 3 نجد $20 - 2y - 2y = 0$

$$x = 10 \qquad y = 5$$

الطريقة الثانية:- طريقة التعويض:-

يشترط هذه الطريقة أن تكون دالة المنفعة تابعة للمتغيرين، ولتكن لدينا $TU = f(x.y)$ وقيد الميزانية $R = xPx + yPy$ نقوم باستخراج أحد المتغيرات بمتغير آخر من القيد الميزانية فيصبح$yPy = R - xPx$

$$y = \frac{R - xPx}{Py}$$

وبالتعويض عن قيمة y في الدالة المنفعة فتصبح دالة منفعة دالة تابعة للمتغير وحيد ومن أجل تعظيم هذه الدالة يجب إعدام المشتق هذه الدالة

$$\acute{f}(x) = 0 \qquad T\acute{U} = 0 \qquad TU_x = f(x)$$

مثال: نفس المثال السابق حدد القيم المثلى التي تعمل على تعظيم منفعة المستهلك باستخدام طريقة التعويض ؟

الحل: $TU = x^{1/2}\, y^{1/2}$

من خلال الميزانية نجد: $20 = x + 2y$

$$x = 20 - 2y$$

وبالتعويض في x عن دالة $TU = (20 - 2y)^{\frac{1}{2}}\, y^{\frac{1}{2}}$

في حالة تعظيم الدالة TU حيث يجب إعدام المشتق

$$\left(T\grave{U}\right) = \frac{1}{2}.(-2).(20-2y)^{-\frac{1}{2}}.y^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}y^{-\frac{1}{2}}(20-2y)^{\frac{1}{2}} = 0$$

$$(20-2y)^{-\frac{1}{2}}.y^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}y^{-\frac{1}{2}}(20-2y)^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{y^{1/2}}{(20-2y)^{\frac{1}{2}}} = \frac{(20-2y)^{\frac{1}{2}}}{2y^{\frac{1}{2}}}$$

$$2y = 20 - 2y$$

$$4y = 20 \quad y = 5 \qquad x = 10$$

الطريقة الثالثة: طريقة شرط التوازن:-

من خلال الشرط الأول لدالة لاغرانج

$$\begin{cases} \acute{f}(x) - \lambda P_x = 0 \\ \acute{f}(y) - \lambda P_y = 0 \end{cases}$$

$$R - xP_x - yPy = 0$$

$$MU_x - \lambda P_x = 0$$

$$MU_x - \lambda P_x = 0$$

$$MU_x = \lambda P_x$$

$$MU_y = \lambda Py$$

$$\lambda = \frac{MU_x}{P_x}$$

$$\lambda = \frac{MU_y}{Py}$$

ومنه نستنتج أن المستهلك يكون عند الوضع التوازن عندما يتحقق الشرط التالي:- $\lambda = \frac{MU_x}{Py} = \frac{MU_x}{Px}$

بمعنى يكون المستهلك في وضع التوازن عندما تتساوى حاصل نسبة المنافع الحدية عند أسعارها مع المنفعة الحدية للوحدة الأخيرة المنفعة للنقود **(λ)**

نفس المثال السابق:- حدد الوضع التوازن بنسبة للمستهلك $TU = x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{2}}$

$$20 = x + 2y$$

من خلال الشرط التوازن

$$\frac{MU_x}{Px} = \frac{MU_Y}{PY}$$

$$\frac{\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}.y^{\frac{1}{2}}}{1} = \frac{\frac{1}{2}y^{-\frac{1}{2}}.x^{\frac{1}{2}}}{2}$$

$$\frac{y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}} = \frac{x^{\frac{1}{2}}}{2y^{\frac{1}{2}}}$$

$$x = 2y$$

وبالتعويض عن x في القيمة لميزانية $20= 2y+2y$

$4y= 20 \quad y=5 \quad x=10$

5. اشتقاق دوال الطلب:

يمكن اشتقاق دوال الطلب من شروط التوازن المذكورة سابقا كما يلي:

نفترض في هذه الحالة بأن المستهلك يريد تعظيم منفعة من خلال استهلاكه لسلعتين x,y وذلك من خلال المعطيات التالية:

Py, Px, R قيم معلومة ومن أجل تحديد القيم حيث $TU = f(x, y) \quad , R = x.Px + y.Py$ المثلى لهذه الدالة نقوم بصياغة الدالة لاغرانج:-

$$L = TU + \lambda(R - x.Px - y.Py)$$

$$L = f(x.y) + \lambda(R.x.Px - y.Py)$$

ومن أجل تعظيم هذه الدالة يجب إعداد المشتقات الجزئية من الدرجة الأولى

$$\begin{cases} \grave{f}(x) - \lambda Px = 0 \\ \grave{f}(y) - \lambda Py = 0 \\ R - xPx - yPy = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{\Delta L}{\Delta \mathrm{x}} = 0 \\ \frac{\Delta \mathrm{L}}{\Delta \mathrm{Y}} = 0 \\ \frac{\Delta \mathrm{L}}{\Delta \lambda} = 0 \end{cases}$$

وبحل هذه الجملة نجد القيم المثلى من Y,X التي تعمل على تعظيم منفعة هذا المستهلك حيث نجد من المعادلة 1 و 2:

$$\frac{MU_x}{Px} = \frac{MU_Y}{PY}$$

وبالتعويض في القيم في قيد الميزانية $R = XP_X + YP_Y$ نجد دوال الطلب

مثال: لتكن لدينا دالة المنفعة $TU = x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{2}}$

$R = XP_X + YP_Y$

- ✓ حدد دوال الطلب للسلعتين Y,X؟

حل المثال:

من خلال الشرط التوازن

$$\frac{MU_x}{Px} = \frac{MU_Y}{PY}$$

$$\frac{\frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} . y^{\frac{1}{2}}}{Px} = \frac{\frac{1}{2} y^{-\frac{1}{2}} . x^{\frac{1}{2}}}{PY}$$

$$x = yPY/Px$$

وبالتعويض عن x في القيمة لميزانية $R= XP_X+YP_Y$

نجد: $R= \frac{yPY}{Px} P_X+YP_Y$ ومنه تصبح $R= YP_Y +YP_Y$

$R=2YP_Y$ ومنه دالة الطلب للسلعة Y هي:

$$Y = R/2PY$$

وبتعويض Y في قيد الميزانية نجد دالة الطلب للسلعة X كمايلي:

$$X = R/2PX$$

ثانيا– نظرية المنفعة الترتيبية:–

1– تعريف المنحنى السواء :–

وهو عبارة مختلف الترتيبات السلعة (x.y) التي تعطي نفس القدر من الإشباع .

2– خصائص منحنى السواء :–

– منحنيات السواء تنحدر من الأعلى إلى الأسفل ومن اليسار إلى اليمين.

– منحيات السواء لا تتقاطع فيما بينهما.

– منحيات السواء محدبة ومقعرة نحو نقطة الأصل.

– كلما ابتعدنا عن نقطة الأصل زادت قيمة المنفعة.

3– المعدل الحدي للإحلال:–

هو عبارة عن مقدار التخلي من سلعة ما من أجل الحصول على وحدة إضافية من السلعة الثانية ويرمز له بالرمز MRS

$$MRS_{xy} = \frac{\Delta Y}{\Delta x}$$

أو $MRS_{yx} = \frac{\Delta x}{\Delta y}$

$$MRS_{yx} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

بالضرب وقسمة ΔTU

$$MRS_{yx} = \frac{\Delta y}{\Delta x} . \frac{\Delta TU}{\Delta TU}$$

$$\frac{\frac{\Delta TU}{\Delta x}}{\frac{\Delta TU}{\Delta y}}$$

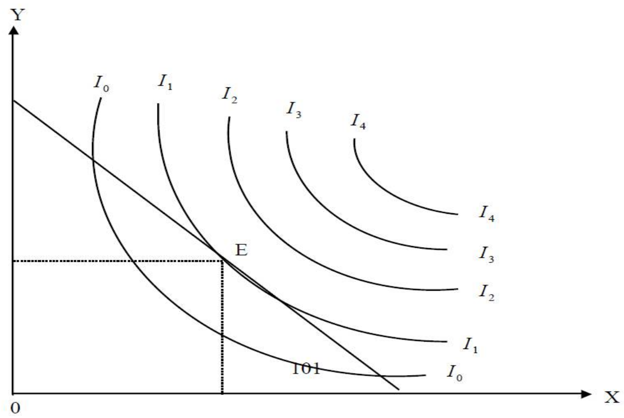
$$MRS_{yx} = \frac{MU_x}{MU_y}$$

$$MRS_{yx} = \frac{\Delta Y}{\Delta x} = \frac{Mu_x}{MU_y}$$

4- توازن المستهلك:-

يكون المستهلك في حالة التوازن عند نقطة تماس قيد الميزانية مع منحنى السابق

الرسم البياني للتوازن



عند نقطة التوازن E نجد أن الميل عند الميزانية = ميل منحنى السواء

$$MRS_{yx} = \frac{Px}{Py}$$

$$MRS_{yx} = \frac{MU_x}{MU_y}$$

$$\frac{MU_x}{MU_y} = \frac{Px}{Py} \quad \rightarrow \frac{MU_y}{Py} = \frac{MU_x}{Px}$$

وهذا ما يطلق عليه بشرط التوازن المستهلك ومنه نستنتج أن يكون عند وضع التوازن عندما يتحقق

$$MRS_{xy} = \frac{-\Delta y}{\Delta x} = \frac{MU_X}{MU_Y} = \frac{Px}{Py}$$

ملاحظة:-

يكون منحنى السواء محدب نحو نقطة الأصل إذا كان $MRS'_{x.y} \leq 0$

مثال:- لتكن لدينا المنفعة التالية: TU= x.y

المطلوب:-

1/- كم منحنى سواء في هذه الدالة؟

2/- أنشئ منحنى السواء لما TU=20 قم برسم خريطة السواء

3/- أوجد عبارة المعدل الحدي للإحلال في حالة TU مجهولة TU=20

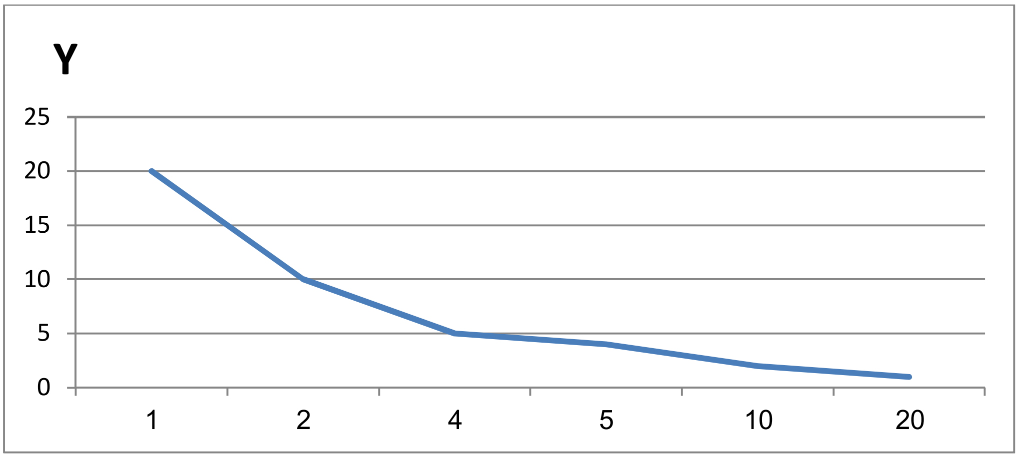
الحل:-

1- عدد اللانهائي من المنحنيات للسواء

2- $y = \frac{20}{x}$ 20=xy

x	1	2	4	5	10	20
y	20	10	5	4	2	1

رسم المنحنى



3/- TU معلومة

20= xy

$$y = \frac{20}{x}$$

$$MRS_{xy} = \frac{-\delta y}{\delta x} = \frac{-20}{x^2}$$

TU مجهولة $\mathrm{MRS_{xy}} = \frac{\mathrm{MU_x}}{\mathrm{MU_y}} = \frac{y}{\mathrm{x}}$

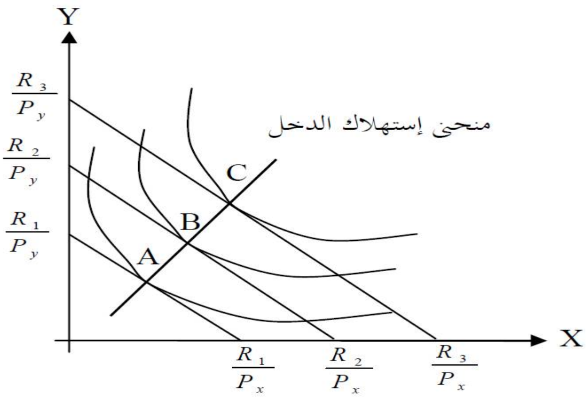
5. منحنى استهلاك/ الدخل ومنحنى انجل:

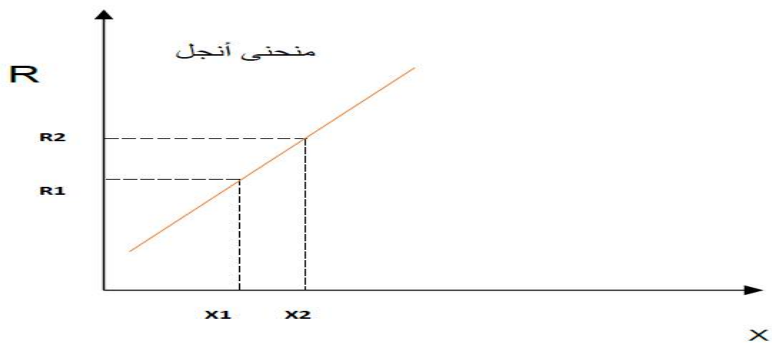
- ✓ **تعريف منحنى استهلاك/الدخل:** منحنى استهلاك الدخل هو عبارة عن التمثيل البياني لمجموعة نقاط التوازن (المثلى) أي النقاط التي يتحقق عندها توازن المستهلك ولكن عندما يتغير دخل المستهلك مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة والذي نقصد بها أسعار السلع الأخرى.

إذا منحنى استهلاك الدخل هو العلاقة بين الدخل الكمية المستهلكة ، حيث يرتبط ميل هذا المنحنى مع نوعية السلعة المستهلكة.

- ✓ **تعريف منحنى إنجل:** هو منحنى الذي يصور العلاقة بين دخل المستهلك والكميات المشتراة من سلعة معينة في وحدة زمنية محددة.

يمكن اشتقاق منحنى استهلاك/الدخل ومنحنى انجل للمستهلك بتغيير الدخل النقدي لهذا المستهلك مع بقاء العوامل الاخرى ثابتة. كما هو موضح في الشكلين التاليين:



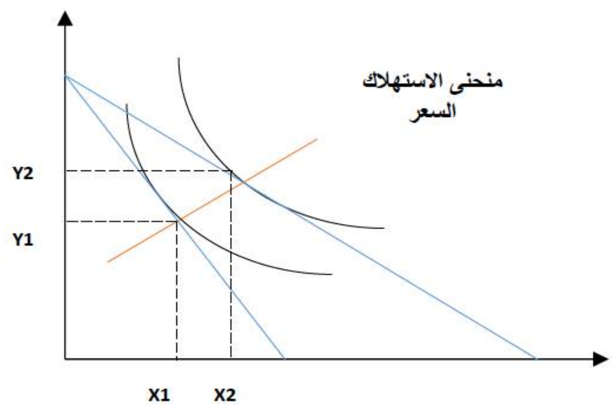


6. منحنى استهلاك/ السعر ومنحنى طلب المستهلك:

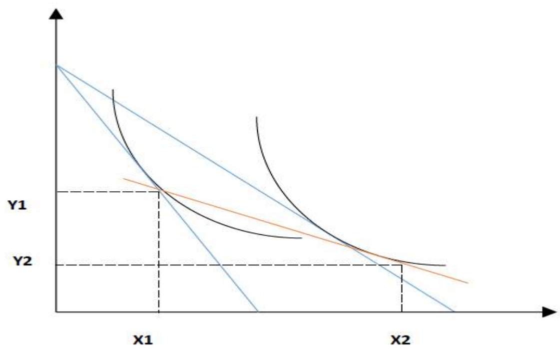
- ✓ **تعريف منحنى استهلاك/السعر:** منحنى استهلاك/السعر هو عبارة عن التمثيل البياني لمجموعة نقاط التوازن (المثلى) أي النقاط التي يتحقق عندها توازن المستهلك ولكن عندما يتغير سعر السلعة مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة والذي نقصد بها أسعار السلع الأخرى والدخل.
- ✓ **تعريف منحنى طلب المستهلك:** هو منحنى الذي يصور العلاقة بين الكمية المشتراة من سلعة معينة في وحدة زمنية محددة عند الأسعار المختلفة مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة

يمكن اشتقاق منحنى استهلاك/السعر على السلعة X بتغيير سعر السلعة مع ثبات سعر السلعة Y وذوق المستهلك ودخله النقدي R. عندما يكون الميل موجب فهي سلعة عادية و الميل سالب سلعة رديئة كما هو موضح في الشكلين التاليين:

سلعة عادية (الميل موجب)



سلعة رديئة (الميل سالب)



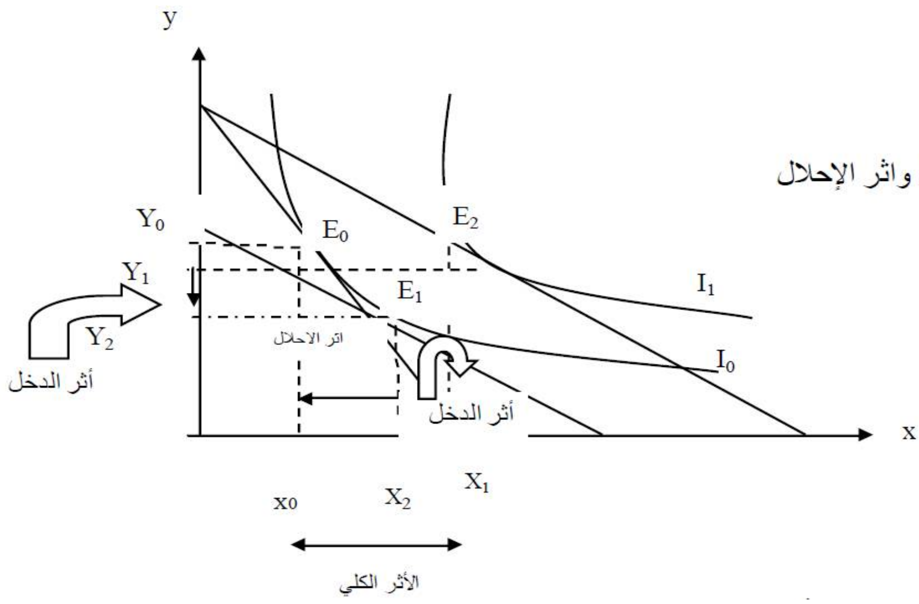
7. أثر الإحلال وأثر الدخل:

يتبين أثر الاحلال و أثر الدخل عندما يتغير سعر إحدى السلعتين مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة، فعندما ينخفض سعر سلعة ما فإن الزيادة الكمية المطلوبة من هذه السلع نتيجة لانخفاض السعر إنما هي في حقيقة الأمر، نتيجة لعاملين:

- ✓ **العامل الأول :** هو أن انخفاض سعر السلعة ترتب عليه زيادة الدخل الحقيقي للمستهلك أو القدرة الشرائية وهذ ما يطلق عليه بأثر الدخل إذن يمكن تعريف أثر الدخل بأنه التغير في الكمية المطلوبة الراجعة إلى تغير القدرة الشرائية للمستهلك نتيجة تغير سعر إحدى السلعتين و بقاء الدخل الاسمي و أسعار السلع الأخرى ثابتة.
- ✓ **العامل الثاني:** هو أن انخفاض سعر السلعة جعل المستهلك يقوم بإحلال هذه السلعة محل سلعة أخرى نتيجة لانخفاض في سعرها لهذا السبب سمى بأثر الإحلال. منه أثر الاحلال هو التغير في الكمية المطلوبة الناتج عن إحلال السلعة المنخفض سعرها محل السلعة المرتفع سعرها.

ومنه الأثر الكلي هو عبارة عن مجموع أثر الاحلال و أثر الدخل كما هو موضح في الشكل أدناه:

الأثر الكلي = أثر الاحلال + أثر الدخل



اثر الدخل واثر الإحلال

تمارين مقترحة للفصل مع الحلول:

<u>التمرين الأول:-</u>

لتكن لدينا الدالة f هي دالة المنفعة الكلية الناتجة عن استهلاك ثلاث سلع x, y, z المعطاة بالصيغة التالية:

$$f(x, y, z) = xy + 2x + 32z - 4xz - 4yz$$

1)-حدد القيم(x, z, y) التي تعمل على تعظيم المنفعة

حل التمرين الأول:

1)- إيجاد القيم (x, z, y) تعمل على التعظيم المنفعة:

من أجل تعظيم الدالة f يجب أن نكون المشتقات الجزئية من الدرجة الأولى مساوية الصفر:-

$$\begin{cases}\frac{\delta F}{\delta x}\\ \frac{\delta F}{\delta Y}\\ \frac{\delta F}{\delta Y}\end{cases} = 0 \begin{cases} Y + 2 - 4Z = 0 \dots 1 \\ x - 4Z = 0 \dots 2 \\ 32 - 4x - 4Y = \cdots 3 \end{cases}$$

من 1 نجد $y = 4z - 2$

من 2 نجد $x = 4z$

بالتعويض من x و y في المعادلة 3

32−4(4z)−4(4z−2)=0

32−16z−16z+8=0

32z=40

Z=$\frac{40}{32} = 1,25$

$x = 4(1,25) = 5$

Y=4(1,25)−2=3

$y = 1,25$ $x = 5$ $y = 3$

التحقق من الشرط الكافي

1)− إيجاد المشتقات الجزئية من الدرجة الثانية:−

$$\begin{cases} F11 = 0 \\ f12 = 1 \\ f13 = -4 \end{cases} \begin{cases} f21 = 1 \\ f22 = 0 \\ f23 = -4 \end{cases} \begin{cases} f31 = -4 \\ f32 = -4 \\ f33 = 0 \end{cases}$$

تشكيل المصفوفة

A$\begin{pmatrix} F11,F12,F13 \\ F21,F22,F23 \\ F31,F32,F33 \end{pmatrix} A \begin{pmatrix} 0,1,-4 \\ 1,0,-4 \\ -4,-4,0 \end{pmatrix}$

حساب المصفوف A

$$A=0\begin{vmatrix}0 & -4\\ -4 & 0\end{vmatrix}|(-1)|\begin{vmatrix}1 & -4\\ -4 & 0\end{vmatrix}|+(-4)|\begin{vmatrix}1 & 0\\ -4 & -4\end{vmatrix}$$

$$= 0 - (-16)+(-4)(-4)=16+16=32>0$$

ومنه نقول على أن محدد يوجب وعليه أن القيم $z = 1,25$

$y = 3\ ,\ x = 5$ هي قيم وحيدة لتعظيم هذه الدالة

التمرين الثاني:-

لتكن لدينا الدالة TU التابعة للمتغيرين (yx,)

TU = $xy + 2x$

نريد البحث عن القيم $x\ , y$ والتي تعمل على تعظيم الدالة TU تحت شرطدالة الدخل $4x + 4y$ =32

حل التمرين الثاني:

دالة لاغرانج

L=TU+$\lambda(32 - 4x - 4y)$

L= $xy + 2x + \lambda(32 - 4x - 4y)$

من أجل تعظيم هذه الدالة يجب أن يكون المشتقات الجزئية من الدرجة الأولى مساوية للصفر $L = xy + 2x + \lambda 32 - \lambda 4x - \lambda 4y$

$$\begin{cases}\frac{\delta L}{\delta x}\\ \frac{\delta L}{\delta y}\\ \frac{\delta L}{\delta s\lambda}\end{cases} = 0\begin{cases}y + 2 - \lambda 4 = 0 \ldots\ldots 1\\ x - \lambda 4 = 0\ldots\ldots 2\\ 32 - 4x - 4y = 0.\ldots 3\end{cases}$$

$1\ldots\ldots\quad y = -2 + \lambda 4$

$2\ldots\ldots\quad x = \lambda 4$

بالتعويض x, y في المعادلة 3

$$32 - 4(\lambda 4) - 4(\lambda 4 - 2)$$

$$32 - 16\lambda - 16\lambda + 8 = 0$$

$$32\lambda = 40$$

$$=1,25\lambda = \frac{40}{32}$$

$$x = 4(1,25) = 5$$

$$y = 4(1,25) - 2 = 3$$

التمرين الثالث:

الجدول التالي يوضح لنا مقدار المنفعة الكلية الناتجة عن استهلاك وحدات متتالية من سلعة الموز

Q	1	2	3	4	5	6	7	8	9
TU	02	06	12	16	19	21	21	20	17

المطلوب:

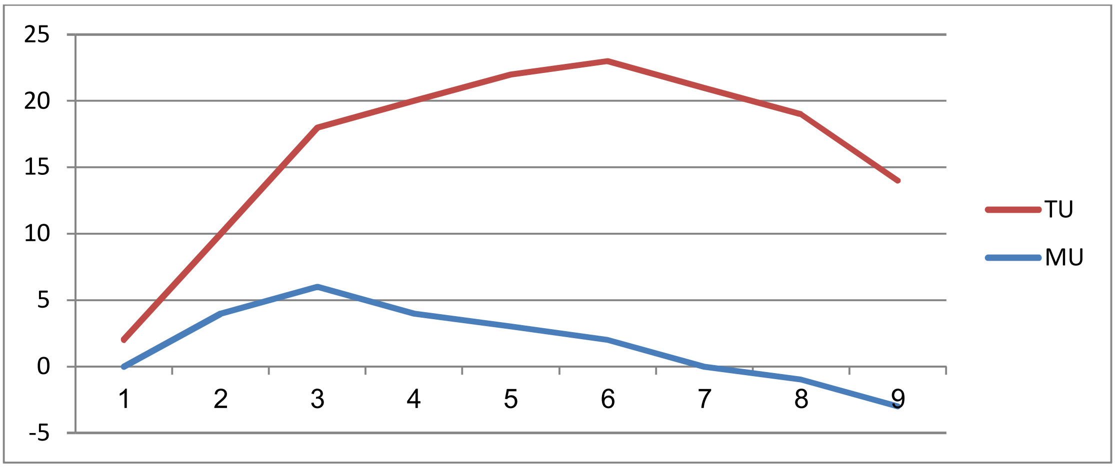
1. أوجد قيم المنفعة الحدية؟
2. مثل منحنى كل من المنفعة الكلية والمنفعة الحدية في نفس المعلم؟
3. حدد العلاقة بين المنفعة الكلية والحدية؟

حل التمرين الثالث:

1. أوجد القيم المنفعة الحدية:-

Q	1	2	3	4	5	6	7	8	9
TU	02	06	12	16	19	21	21	20	17
MU	/	4	6	4	3	2	0	−1	−3

2. رسم المنحنى:



3. العلاقة بين المنفعة الكلية و الحدية:

حالة 1:- تزايد منفعة الحدية بوتيرة متسارعة.

حالة 2:- تكون المنفعة الحدية متناقضة بالقيم موجبة.

حالة 3:- MU=0 عندما يكون المستهلك في حالة إشباع.

حالة 4:- عندما يكون MU متناقصة بقيم سالبة TU متناقصة

التمرين الرابع:-

إذا كانت المنفعة الحدية الناتجة عن استهلاك وحددات متتالية من التفاح لشخص ما كمايلي:

Q	1	2	3	4	5	6	7	8	9
MU	10	8	6	4	2	0	-2	-4	-6

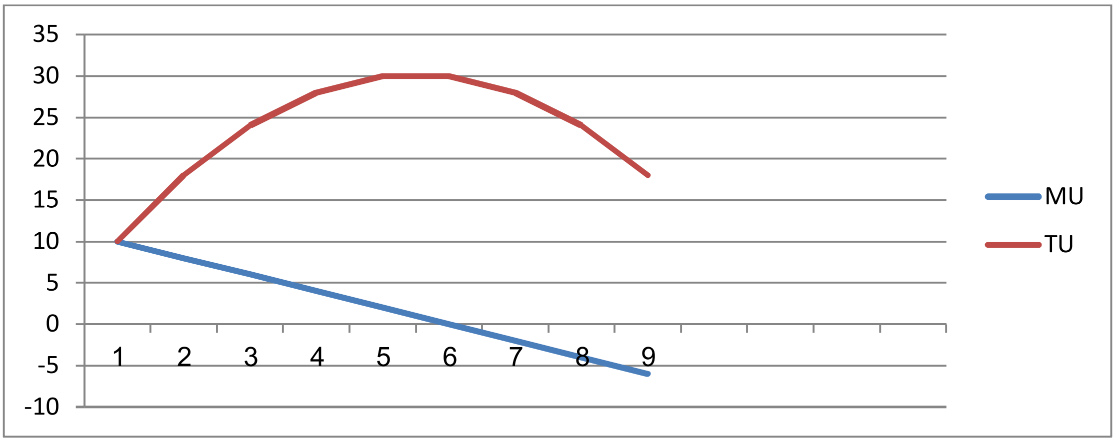
1. حدد جدول المنفعة الكلية؟
2. مثل منحنى كل من المنفعة الكلية والمنفعة الحدية في نفس المعلم؟
3. حدد العلاقة بين المنفعة الكلية والحدية؟
4. بافتراض أن سعر الوحدة الواحدة هو 4 وحدات نقدية، فما هو عدد الوحدات التي تعمل على تعظيم منفعة هذا المستهلك، وما هو الدخل الذي يمكن أن ينفقه.

حل التمرين الرابع:

1. حدد جدول المنفعة الكلية TU

Q	1	2	3	4	5	6	7	8	9
TU	10	18	24	28	30	30	28	24	18
MU	10	8	6	4	2	0	−2	−4	−6

2. الرسم البياني



3. توازن المستهلك عند $MU_x = P_x$

سعر 4 وحدات $MU_x = 4$

الدخل الذي يمكن أن ينفعه $R = 4.4 = 16$ $R = x \cdot P_X$

التمرين الخامس:-

لتكن لدينا دالة المنفعة لمستهلك ما الناتجة عن استهلاكه لسلعتين x و y والمعطاة بالعلاقة التالية :

TU = $2xy$

وكانت أسعار السلع على التوالي: 4 و 2 وحدة نقدية، ودخله المخصص للإنفاق هو 60 وحدة نقدية.

المطلوب:

1. أوجد دالتي المنفعة الحدية الناتجة عن استهلاك السلعتين x و y ؟
2. حدد توازن المستهلك بطريقة لاغرانج؟
3. ما هو مقدار المنفعة عند وضع التوازن؟

4. أوجد عبارة معدل الحدي للإحلال MRS_{xy} في حالة TU مجهولة، وفي حالة تكون معلومة TU= 258؟

5. برهن أن منحنى السواء محدب نحو نقطة الأصل ؟

حل التمرين الخامس:-

1/- إيجاد دالتي المنفعة الحدية MU

$$MU_x = \frac{\delta TU}{\delta x} = 2y$$

$$MU_y = \frac{\delta TU}{\delta y} = 2x$$

2/- إيجاد القيم المستهلك باستخدام طريقة لاغرانج

$$L = TU + \lambda(R - xPx - yPy)$$

$$= 2xy + \lambda\,(60 - 4x - 2y)$$

من أجل تعظيم هذه الدالة الحدية إعدام المشتقات الجزئية من الدرجة الأولى

$$\begin{cases} \dfrac{\delta L}{\delta x} = 0 \\ \dfrac{\delta L}{\delta y} = 0 \\ \dfrac{\delta L}{\delta \lambda} = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2y - 4\lambda = 0 \\ 2x - 2\lambda = 0 \\ 60 - 4x - 2y = 0 \end{cases}$$

بقسم 1 على 2 $\begin{cases} 2y = 4\lambda \\ 2x = 2\lambda \end{cases}$

$$\frac{2y}{2x} = \frac{4}{4} \qquad y = 2x$$

بالتعويض عن قيمة Y في المعادلة $60 - 4x - 2(2x) = 0$

$$8x = 60 \qquad x = 7{,}5 \qquad y = 15$$

3/- تحديد مستوى الإشباع $TU = 2\,.x.y = 2(7{,}5)(15)$

$$TU = 225$$

4/– ايجاد عبارة معدل الحدي للإحلال MRS_{xy} في حالة TU مجهولة

وفي حالة تكون معلومة TU= 258

– إيجاد معادلة المعدل الحدي للإحلال TU مجهولة

$$MRS_{xy} = \frac{-\delta Y}{\delta x} = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{Px}{Py}$$

$$MRS_{xy} = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{2y}{2x} = \frac{y}{x}$$

$$\frac{15}{7,5} = 2$$

TU معلومة TU= 225

$$225 = 2xy$$

$$y = \frac{225}{2x}$$

$$MRS_{xy} = \frac{-\delta Y}{\delta x} = \frac{-(-2).225}{4x^2}$$

$$MRS_{xy} = \frac{225}{2x^2}$$

5/– برهن أن منحنى السواء محدب نحو نقطة الأصل

$$\frac{\delta MRS_{xy}}{\delta x} < 0$$

$$\frac{\delta MRS_{xy}}{\delta x} = \frac{-4(x)225}{4x^4} = \frac{-225}{x^3} < 0$$

ومنه منحنى السواء محدب نحو نقطة الأصل

التمرين السادس :

اذا كانت دالة المنفعة لمستهلك ما معطاة بالعلاقة التالية:

$$TU = x^{\frac{1}{2}}\, y^{\frac{1}{2}}$$

وكانت أسعار السلع $P_X = 2$ و $P_Y = 1$ والدخل $R = 200$

المطلوب:

1. أوجد دالتي المنفعة الحدية الناتجة عن استهلاك السلعتين **X , Y**؟
2. حدد الكميات المثلى التي تعمل على تعظيم منفعة المستهلك وذلك باستخدام طريقة التعويض؟
3. ما هو مقدار المنفعة المحقق عند حد الاشباع؟
4. حدد مستوى الدخل الذي يحقق منفعة قدرها 14.10 علما بأن $\sqrt{2} = 1.41$

حل التمرين السادس :

1. ايجاد دالتي المنفعة الحدية:

$$MU_x = \frac{\delta TU}{\delta x} = \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}}\, y^{\frac{1}{2}}$$

$$MU_y = \frac{\delta TU}{\delta y} = \frac{1}{2} x^{\frac{1}{2}}\, y^{-\frac{1}{2}}$$

2. ايجاد توازن المستهلك باستخدام طريقة التعويض

3. $TU = x^{\frac{1}{2}}\, y^{\frac{1}{2}}$

$$200 = 2x + y \quad \rightarrow y = 200 - 2x$$

بالتعويض عن y في الدالة $Tu = x^{\frac{1}{2}}(200 - 2x)^{\frac{1}{2}}$

من أجل تعظيم هذه الدالة المشتق يساوي 0 $\grave{T}U = 0$

$$= \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}}(200 - 2x)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} 1(-2)(200 - 2x)^{-\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{(200 - 2x)^{\frac{1}{2}}}{2x^{\frac{1}{2}}} = \frac{x^{\frac{1}{2}}}{(200 - 2x)^{\frac{1}{2}}}$$

$$200 - 2x = 2x$$

$$4x = 200$$

$$x = 50$$

$$y = 200 - 2(50)$$

$$y = 100$$

3. ايجاد مقدار الإشباع:−

$$TU = (50)^{\frac{1}{2}}(100)^{\frac{1}{2}}$$

$$= 10 \times 7{,}07$$

$$TU = 70{,}07$$

4. ايجاد مقدار الدخل

$$14{,}10 = x^{\frac{1}{2}}\, y^{\frac{1}{2}}$$

$$R = 2x + y$$

$$L = 2x + y + \lambda(14{,}10 - x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}})$$

$$\frac{MU_x}{MU_y} = \frac{Px}{Py}$$

$$\frac{\frac{1}{2}^{\frac{x1}{2}}\quad y^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}^{\frac{x1}{2}}\quad y^{\frac{1}{2}}} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{y}{x} = 2 \qquad y = 2x$$

$$14{,}10 = x^{\frac{1}{2}}(2x)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \sqrt{2}\, x \;=\; \sqrt{2}x^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}$$

$$x = \frac{14{,}10}{1{,}41} = 10$$

$$x = 10$$

$$y = 20$$

$$R = 2x + y = 2(10) + (20) = 40$$

التمرين السابع :

لتكن لدينا دالة منفعة مستهلك ما على الشكل التالي:

$$TU = 4x^{\frac{1}{2}}\, y^{\frac{3}{2}}\, Z^{\frac{2}{3}}$$

المطلوب:

1. حدد دوال المنفعة الحدية بالنسبة لكل سلعة؟
2. حدد الكميات المثلى التي تعمل على تعظيم منفعة المستهلك علما بأن الأسعار $P_X = 2\ ;\ P_Y = 6\ ;\ P_Z = 4$ و الدخل $R = 200$

حل التمرين السابع:

1. ايجاد دالتي المنفعة الحدية:

$$MU_x = \frac{\delta TU}{\delta x} = 2x^{-\frac{1}{2}}\, y^{\frac{3}{2}}\, Z^{\frac{2}{3}}$$

$$MU_y = \frac{\delta TU}{\delta y} = 6x^{\frac{1}{2}}\, y^{\frac{1}{2}}\, Z^{\frac{2}{3}}$$

$$MU_z = \frac{\delta TU}{\delta z} = \frac{8}{3}x^{\frac{1}{2}}\, y^{\frac{3}{2}}\, Z^{-\frac{1}{3}}$$

2. تحديد الكميات المثلى التي تعمل على تعظيم منفعة المستهلك:

من خلال شرط التوازن $\frac{\mathrm{MU_x}}{\mathrm{px}} = \frac{\mathrm{MU_y}}{\mathrm{py}} = \frac{\mathrm{MU_z}}{\mathrm{pz}}$

$$\frac{2x^{-\frac{1}{2}}\, y^{\frac{3}{2}}\, Z^{\frac{2}{3}}}{2} = \frac{6x^{\frac{1}{2}}\, y^{\frac{1}{2}}\, Z^{\frac{2}{3}}}{6} = \frac{\frac{8}{3}x^{\frac{1}{2}}\, y^{\frac{3}{2}}\, Z^{-\frac{1}{3}}}{4}$$

ومنه من 1 و 2 نجد: $\frac{2x^{-\frac{1}{2}}\, y^{\frac{3}{2}}\, Z^{\frac{2}{3}}}{2} = \frac{6x^{\frac{1}{2}}\, y^{\frac{1}{2}}\, Z^{\frac{2}{3}}}{6}$ x=y

من 2 و 3 نجد: $\frac{6x^{\frac{1}{2}}\, y^{\frac{1}{2}}\, Z^{\frac{2}{3}}}{6} = \frac{\frac{8}{3}x^{\frac{1}{2}}\, y^{\frac{3}{2}}\, Z^{-\frac{1}{3}}}{4}$ 2/3Y=Z

نعوض X و Z في قيد الميزانية:

$$R = XPX + yPY + ZPZ$$

$$200 = 2X + 6y + 4Z$$

$$200 = 2Y + 6y + 4(\frac{2Y}{3})$$

$$200 = \frac{32}{3}Y$$

ومنه $Z=12.5$ $X= 18.75$ $Y = 18.75$

التمرين الثامن:

يمتلك مستهلك ما دخلا قدره R ينفقه كله في الحصول على السلعتين Y;X اللتان تحققان له منفعة كلية TU حسب التوليفات المختلفة من السلعتين Y;X، والمعطاة بالعلاقة الدالية التالية:

$TU= (Y+1).X$

كما أن سعر السعلتين السائد في السوق هما P_X وP_Y على التوالي.

المطلوب:

1. عرف منحنى السواء، واذكر خصائصه؟
2. اوجد عبارة المعدل الحدي للاحلال اذا كانت TUمجهولة ؟ اوجد عبارة المعدل الحدي للاحلال اذا كانت $TU=400$؟ واثبت أنه محدب نحو نقطة الأصل؟
3. اذا كان دخل المستهلك يساوي 1000 وحدة نقدية ، وسعر السلعة X يساوي سعر السلعة Y يساوي 10 وحدات نقدية.
   - أ- ماهي التوليفة المثلى من السلعتين التي تعظم منفعة هذا المستهلك؟
   - ب- ماهو مقدار المنفعة الكلية المحققة من هذه التوليفة؟

1. لنفترض أن دخل المستهلك زاد وأصبح 1200 مع ثبات سعر كل من السلعة X والسلعة Y.
   - أ- ماهي التوليفة المثلى التي تعظم منفعة هذا المستهلك؟
   - ب- ما هو مقدار التغيير في المنفعة الكلية الناتج عن زيادة الدخل؟
   - ت- ما اسم المنحنى المتحصل عليه من نقاط توازن المستهلك قبل وبعد زيادة الدخل؟
2. لنفترض انخفاض سعر السلعة X من 10 إلى 5 وحدات نقدية مع ثبات الدخل عند 1000 وثبات سعر السلعة Y عند 10.
   - أ- ماهي التوليفة المثلى التي تعظم منفعة هذا المستهلك؟
   - ب- ما اسم المنحنى المتحصل عليه من نقاط توازن المستهلك قبل وبعد انخفاض السعر؟
   - ت- ما هو مقدار الأثر الكلي ، أثر الاحلال و أثر الدخل ؟ وضح ذلك بيانيا؟

حل التمرين الثامن:

1. تعريف منحنى السواء وخصائصه:

منحنى السواء هو عبارة عن المحل الهندسي للتوليفات المختلفة من السلعتين (X . Y) التي تحقق للمستهلك نفس المنفعة على نفس المنحنى.

تتميز منحنيات السواء بثلاث خصائص أساسية هي :

أ- منحنيات السواء لا تتقاطع لذا تختلف المنفعة الكلية من منحنى سواء إلى آخر.

ب- منحنيات السواء تكون متناقصة (سالبة الميل).

ت- منحنيات السواء محدبة نحو نقطة الأصل.

2. ايجاد عبارة المعدل الحدي للاحلال لما TU مجهولة:

$$\mathrm{MRS_{xy}} = \frac{-\delta Y}{\delta \mathrm{x}} = \frac{\mathrm{MU_x}}{\mathrm{MU_y}} = \frac{\mathrm{Px}}{\mathrm{Py}}$$

$$\mathrm{MRS_{xy}} = \frac{\mathrm{MU_x}}{\mathrm{MU_y}} = \frac{y+1}{\mathrm{x}}$$

TU معلومة TU= 400

$$400 = (y+1)x$$

$$\mathrm{y} = \frac{400}{\mathrm{x}} - 1$$

$$\mathrm{MRS_{xy}} = \frac{-\delta \mathrm{Y}}{\delta \mathrm{x}} = \frac{-(-1).400}{\mathrm{x}^2}$$

$$MRS_{xy} = \frac{400}{x^2}$$

- اثبات أن منحنى السواء محدب نحو نقطة الأصل

$$\frac{\delta MRS_{xy}}{\delta x} < 0$$

$$\frac{\delta MRS_{xy}}{\delta x} = \frac{-2(x)400}{x^4} = \frac{-800}{x^3} < 0$$

ومنه منحنى السواء محدب نحو نقطة الأصل

3. ايجاد توازن المستهلك باستخدام طريقة لاغرانج

$$L = TU + \lambda(R - xPx - yPy)$$

$$= (y+1)x + \lambda\,(1000 - 10x - 10y)$$

من أجل تعظيم هذه الدالة الحدية إعدام المشتقات الجزئية من الدرجة الأولى

$$\begin{cases} \frac{\delta L}{\delta x} = 0 \\ \frac{\delta L}{\delta y} = 0 \\ \frac{\delta L}{\delta \lambda} = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} y + 1 - 10\lambda = 0 \\ x - 10\lambda = 0 \\ 1000 - 10x - 10y = 0 \end{cases}$$

بقسم 1 على 2 $\begin{cases} y + 1 = 10\lambda \\ x = 10\lambda \end{cases}$

$$\frac{y+1}{x} = \frac{10}{10} \qquad y + 1 = x$$

بالتعويض عن قيمة X في المعادلة $1000 - 10(\ y + 1) - 10y = 0$

$$20y = 990 \qquad x = 50.5 \qquad y = 49.5$$

بتعويض عن قيمة X و Y في TU نجد: TU=2550.25

4. التوليفة المثلى من X و Y التي تعظم منفعة المستهلك عند ارتفاع الدخل الى 1200 : نستخدم طريقة لاغرانج:

$$L = TU + \lambda(R - xPx - yPy)$$

$$= (y+1)x + \lambda\,(1200 - 10x - 10y)$$

من أجل تعظيم هذه الدالة الحدية إعدام المشتقات الجزئية من الدرجة الأولى

$$\begin{cases} \frac{\delta L}{\delta x} = 0 \\ \frac{\delta L}{\delta y} = 0 \\ \frac{\delta L}{\delta \lambda} = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} y + 1 - 10\lambda = 0 \\ x - 10\lambda = 0 \\ 1200 - 10x - 10y = 0 \end{cases}$$

بقسم 1 على 2
$$\begin{cases} y+1=10\lambda \\ x=10\lambda \end{cases}$$

$$\frac{y+1}{x}=\frac{10}{10} \qquad y+1=x$$

بالتعويض عن قيمة X في المعادلة $1200-10(\ y+1)-10y=0$

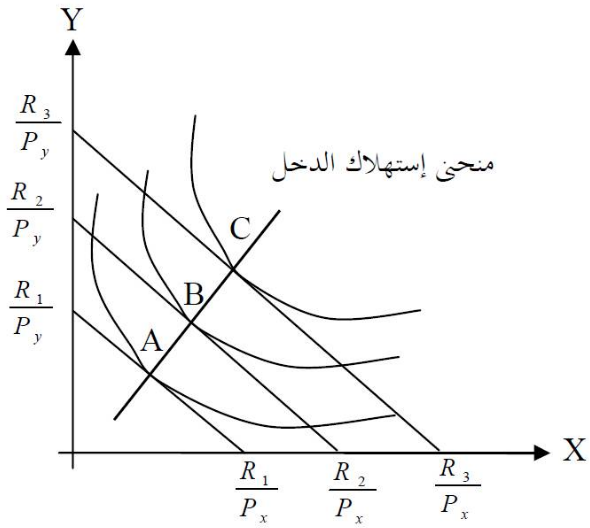
$$20y=990 \qquad x=60.5 \qquad y=59.5$$

ب- بتعويض عن قيمة X و Y في TU نجد: TU=3660.25

ومنه مقدار التغير في المنفعة الكلية

$$\Delta TU=TU_2-TU_1=3660.25-2550.25=1110$$

ت- إن زيادة الدخل من 1000 إلى 1200 وحدة نقدية أدى إلى نزوح خط الميزانية إلى أعلى وبالتالي تغير نقطة التوازن من A إلى B والخط الواصل بين النقطتين يسمى **منحنى استهلاك/الدخل**



5. التوليفة المثلى التي تعظم منفعة هذا المستهلك عند انخفاض سعر السلعة X من 10 إلى 5 وحدات نقدية مع ثبات الدخل عند 1000 وثبات سعر السلعة Y عند 10.

أ- ايجاد التوازن الجديد باستخدام طريقة لاغرانج:

$$L=TU+\lambda(R-xPx-yPy)$$

$$=(y+1)x+\lambda\,(1000-5x-10y)$$

من أجل تعظيم هذه الدالة الحدية إعدام المشتقات الجزئية من الدرجة الأولى

$$\begin{cases} \dfrac{\delta L}{\delta x} = 0 \\ \dfrac{\delta L}{\delta y} = 0 \\ \dfrac{\delta L}{\delta \lambda} = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} y + 1 - 5\lambda = 0 \\ x - 10\lambda = 0 \\ 1000 - 10x - 10y = 0 \end{cases}$$

بقسم 1 على 2 $\begin{cases} y + 1 = 5\lambda \\ x = 10\lambda \end{cases}$

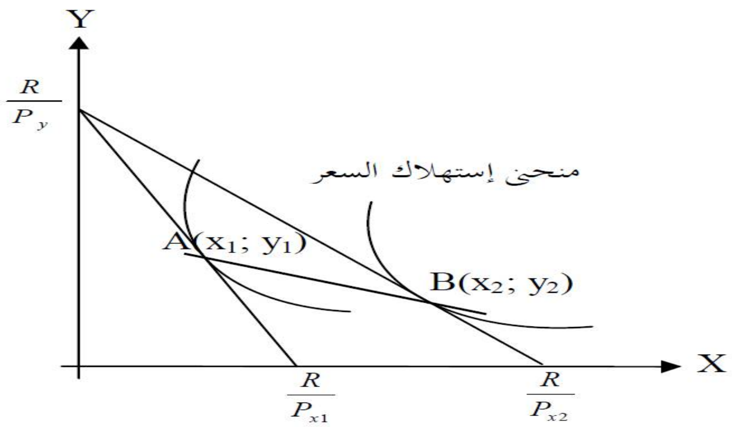
$$\frac{y+1}{x} = \frac{5}{10} \qquad 2y + 2 = x$$

بالتعويض عن قيمة X في المعادلة $1000 - 5(\ 2\ y + 2) - 10y = 0$

$$20y = 990 \qquad x = 101 \qquad y = 49.5$$

بتعويض عن قيمة X و Y في TU نجد: TU=5100.5

ب- اسم المنحنى المتحصل عليه من نقاط توازن المستهلك قبل وبعد انخفاض السعر : حيث أدى انخفاض السعر إلى نزوح خط الميزانية نحو الأعلى بشكل غير متوازي وبالتالي تغيير نقطة التوازن من A إلى B والخط الواصل بين النقطتين يسمى منحنى استهلاك/السعر



ت- مقدار الأثر الكلي ، أثر الاحلال و أثر الدخل :

ومنه مقدار الأثر الكلي هو مقدار التغير في كمية السلعة X الناتج عن تغير سعرها

الأثر الكلي= $X_0 - X_1$ = 101−50.5=50.5

يمثل الأثر الكلي= أثر الاحلال + أثر الدخل

X_1 أثر الدخل X_2 اثر الاحلال X_0 ومنه يجب ايجاد قيمة

الوضعية الثالثة	الوضعية الثانية بعد تغير السعر	الوضعية الأولى قبل تغير السعر
$P_X=5$ $P_Y=10$	$P_X=5$ $P_Y=10$ $R=1000$	$P_X=10$ $P_Y=10$ $R=1000$
$2y+2=x$	$2y+2=x$	$y+1=x$
TU=2550.25	TU=5100.5	TU=2550.25
$X_2=71.4$ $Y_2=34.7$	$X_1=101$ $Y_1=49.5$	$X_0=50.5$ $Y_0=49.5$

X_2 التي تفصل أثر الاحلال وأثر الدخل

بتعويض X للوضعية الثالثة في TU نجد:

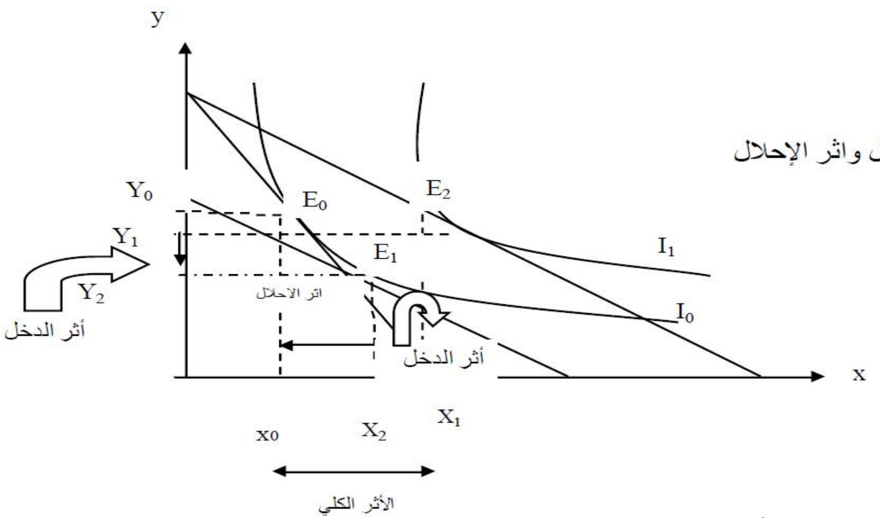
$$TU=(y+1).x=2550.25$$

$$2550.25=(y+1).(2y+2)$$

$$2550.25=2(y+1)^2$$

ومنه $35.7=y+1$ $\qquad y=34.7$

$2y+2=x$ $\qquad 2(34.4)+2=x$ $\qquad$ ومنه $X_2=71.4$



<u>الفصل الثاني: نظرية الطلب والمرونات</u>

1. دالة الطلب:-

توجد متغيرات كثيرة على الطلب المستهلك مثل:- سعر السلعة، دخل المستهلك، أسعار السلع أخرى...الخ وبهذا نقول أن الطلب هو دالة تابعة لعديد من المتغيرات، ولذا تعرف الدالة بأنها علاقة التي تجمع بين الكمية المطلوبة من السلع والمتغيرات الأخرى المتعددة والمتشابكة والمحددة لهذه السعة، ونسمي الكمية المطلوبة من السلعة المتغير التابع ونسمي المتغيرات الأحرى بالمتغيرات المستقلة. يمكننا أن نعبر عن دالة الطلب هي كما يلي:

$$Q_{Dx} = f\ (P_x, P_y, R, G\ldots)$$

حيث Q_{Dx} : الكمية المطلوبة من السلعة x

P_x : سعر السلعة نفسها

P_y : أسعار السلع الأخرى

R: دخل المستهلك

G: دور المستهلك

نظرا لتعقد العلاقة الدالية بين الكمية المطلوبة من السعلة والمتغيرات الأخرى في نفس الوقت وتفاديا لهذه المشكلة يفترض أصحاب النظرية الاقتصادية ثبات كل المتغيرات ماعدا متغير واحد منها.

- جدول الطلب:-

هي عبارة عن جدول يوضح لنا كميات المطلوبة عند أسعار مختلفة.

مثال:-

بإفتراض أن أحد المستهلكين يعمل على اقتناء 16 وحدة من سلعة ما عند سعر قدره 2 وحدة نقدية ويزداد الطلب إلى 18 وحدة عند انخفاض السعر بالوحدة المطلوب:-

1- حدد حالة الطلب على السلعة x إذا علمت أن دالة خطية؟

2- كون جدول الطلب لهذا المستهلك؟

الحل:

1) - إيجاد دالة الطلب:-

Q	16	18
P_x	2	1

لدينا الدالة الخطية $Q_x = \alpha\, Px + \beta$

$$\alpha = \frac{\delta\varphi}{\delta P} = \frac{\varphi - \varphi}{P - P} = \frac{18 - 16}{1 - 2} = -2 \quad \alpha = -2$$

$$Q_x = -2\, Px + \beta$$

ولإيجاد قيمة β نقوم بالتعويض من إحدى:-

$$16 = -2(2) + \beta$$

$$\beta = 20$$

- تكون دالة الطلب على الشكل : $Q_x = 20 - 2P_x$

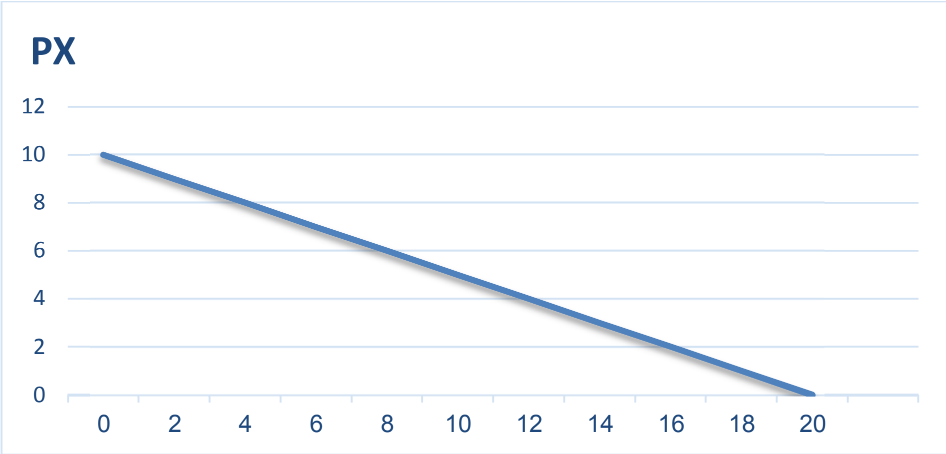
2)- تكوين جدول الطلب:-

Q_x	20	18	16	14	12	10	8	6	4	2	0
P_x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

- **منحنى الطلب:-**

هو عبارة عن تنفيذ البياني الذي يصور لنا العلاقة بين الكمية المطلوبة والسلعة سعرها، من خلال المثال السابق يمكننا اشتقاق (رسم) منحنى الطلب كما يلي:-

رسم بياني



من خلال الشكل نلاحظ أن ميل المنحنى الطلب ميل سالب وهذا ما ينص عليه قانون الطلب أو قانون التناقص.

5- دالة الطلب السوقي:-

الطلب السوقي على سلعة معينة هو مجموع طلبات المستهلكين (الأفراد) على هذه السلعة عند مختلف الأسعار وخلال فترة زمنية معينة.

- يمكن تعميم كل النتائج التي ثم التوصل إليها بشأن الطلب المستهلك الواحد على الطلب السوقي، ويمكن كتابة دالة الطلب السوقي على هذه السلعة في الصورة التالية:- $Q_{\Delta} = Q_1 + Q_2 + \ldots . Q_n$

$$Q_{\Delta} = \sum_{i=1}^{n} Qi$$

$$= \sum_{i=1}^{n} fi\ (Pxi)$$

حيث n عدد المستهلكين

6- مرونات الطلب:-

تعريف مرونات الطلب:-

يقصد بمرونة الطلب مدى استجابة أو حساسية لأحد المتغيرات التي تؤثر على الكمية المطلوبة، وتشير مدى استجابة الكمية المطلوبة من سلع ما إلى التغيرات في سعرها أو التغيرات في الدخل النقدي المنفق على السلعة أو تغيرات في أسعار سلع أخرى هكذا نستطيع أن نميز بين ثلاثة أنواع من مرونة الطلب:-

أ- **مرونة الطلب السعرية:-**

وهي مدى استجابة أو حساسية الكمية المطلوبة من سلعة معينة إلى التغير في سعرها. وبعبارة أخرى فإن مرونة الطلب السعرية تعني النسبة المئوية للتغير في الكمية المطلوبة من سلعة ما والناتجة عن التغير في سعر السلعة بالمقدار واحد % (1%) أي أن معاملة مرونة الطلب السعرية.

معاملة مرونة طلب السعرية = $\frac{\text{التغيير النسبي في الكمية المطلوبة}}{\text{التغيير النسبي في سعر نفسها}}$

$$Ed = \frac{\delta\varphi\%}{\delta P\%}$$

$$E = \frac{\frac{\delta\varphi}{\varphi}}{\frac{\delta P}{P}} = \frac{\delta\varphi}{\delta P} \times \frac{p1}{\varphi 1}$$

$$Ed = \frac{\delta\varphi}{\delta P}\,\frac{P1}{\varphi 1}$$

ويكون معاملة المرونة دائما سالب لإشارة وذلك بسبب وجود العلاقة العكسية بين الكمية المطلوبة من سعرها حسب فاتورة الطلب.

مثال1:- إن انخفاض سعر سلعة ما من 100 وحدة نقدية إلى 80 وحدة نقدية أدى إلى زيادة الكمية المطلوبة من 250 إلى 500 وحدة.

فما هي مرونة الطلب السعرية في هذه الحالة:-

$$Ed = \frac{\Delta\varphi}{\Delta p}.\frac{p1}{\varphi 1} = \frac{\varphi 1 - \varphi 2}{p2 - p1}.\frac{p1}{\varphi 1}$$

$$= \frac{500-250}{50-250}.\frac{100}{250} = -5$$

مثال2:- لتكن لدينا دالة الطلب السعرية السوقي $Qd = 1200-2p$

أحسب مرونة الطلب السعرية عند القيمة P=200

بما أن الدالة مستمرة$\varphi d = \frac{\delta\varphi}{\delta p}\frac{p1}{\varphi 1} = (-2)\frac{200}{800} = \frac{-1}{2}$

- **مرونة القوس:**- تعرف مرونة القوس لطلب السعرية بين النقطتين على

نفس منحنى الطلب (مرونة القوس)، إن معاملة مرونة الطلب االسعرية بين النقطتين بمختلف بصفة عامة من قوس إلى آخر على طول منحنى الطلب فكلما اقترب نقطتا القوس من بعضها البعض كلما كان معامل مرونة أكثر دقة والعكس صحيح ونحسب مرونة القوس بين نقطتين (A,B) كما يلي:-

$$\frac{Pa+Pb}{\varphi a+\varphi b}Ed = \frac{\Delta\varphi}{\Delta p}.\frac{\frac{Pa+Pb}{2}}{\frac{\varphi a+\varphi d}{2}} = \frac{\varphi a-\varphi b}{Pb-Pa}$$

مثال: ليكن لدينا جدول التالي:-

أحسب مختلف المرونات القوس (A,B,C,D)

النقاط	A	B	C	D
Q	1000	800	600	400
P	1	2	3	4

$$Ed = \frac{Qb-Qa}{Pb-Pa}\ \frac{Pa+Pb}{Qa+Qb}$$

$$= \frac{800-1000}{2-1},\frac{3}{1800} = -20 = \frac{3}{1800} = \frac{-1}{3}$$

- **مرونة النقطة:**- إن أدق مقياس لمرونة الطلب السعرية هي مرونة عند نقطة (أي عند سعر معين) لأن لكل نقطة على منحنى الطلب سعر معين يقابلها وإذا أردنا قياس مرونة الطلب السعرية عند سعر معين فإننا نحدد النقطة التي تقابل هذا السعر على منحنى الطلب ونرسم

مماس لهذا النقطة ونمدد هذا المماس حتى يقطع كل من المحورين الأفقي محور الكميات والرأسي محور الأسعار وتحدد درجة المرونة هندسيا.

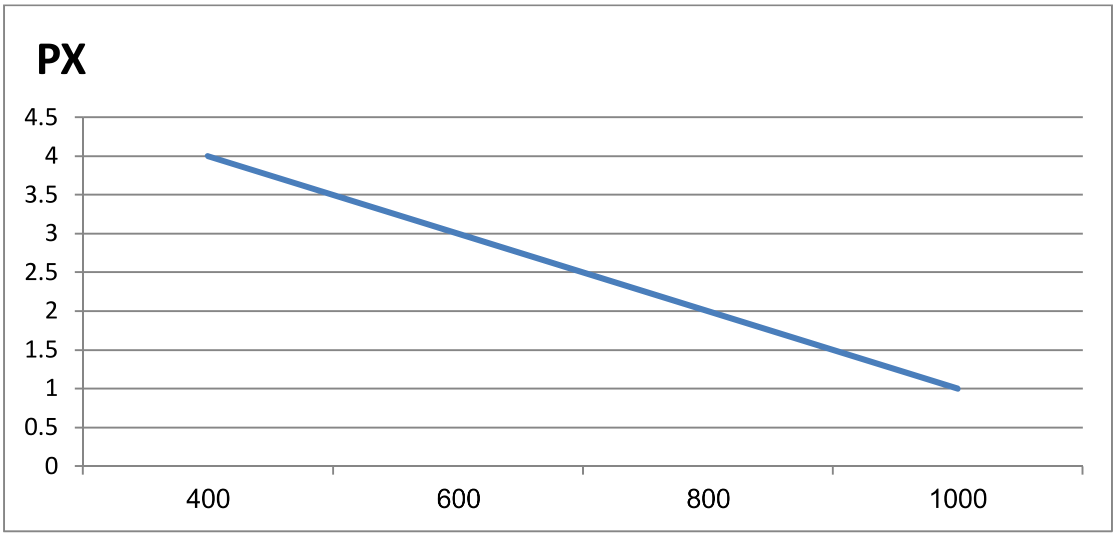
مثال:– نفس المثال السابق:–

– أوجد مرونة الطلب السعرية عند النقطة C

$$Ed = \frac{\Delta\varphi c}{\Delta pc}, \frac{3}{600}$$

$$= \frac{120-0}{0-5} . \frac{3}{600} = \frac{-6}{5} = -1.2$$

رسم منحنى الطلب:



ب– **مرونة الطلب التقاطعية:**– وهي استجابة الكمية المطلوبة من إحدى السلع

(x) إلى تغير في السلعة الأخرى (مثل y)

ومعامل المرونة الرقمية = $\frac{\text{التغير النسبي في الكمية المطلوبة} x}{\text{التغير النسبي في الكمية المطلوبة} y}$

$$E_{xy} = \frac{\delta\varphi x\%}{\delta Py\%} = \frac{\frac{\delta Qx}{Qx1}}{\frac{\delta Py}{Py1}}$$

$$Exy \quad = \frac{\Delta Qx}{\Delta Py} \times \frac{Py1}{Qx1}$$

ومن خلال إشارة معامل مرونة الطلب التقاطعية نستطيع معرفة العلاقة بين سلعتين التي تصنفها إلى ثلاثة أنواع:-

أ. **حالة سلعتين مكملتين:**- تكون العلاقة بين كمية المطلوبة من السلعة وسعر السلعة المكملة لها علاقة عكسية أي أنه معامل مرونة الطلب التقاطعية يكون أقل من الصفر.

مثال:- إذا انخفض سعر السيارات بنسبة 10% $E_{xy}<0$ مما أدى إلى زيادة الطلب على التزين بنسبة 20% فإنه معامل المرونة التقاطعية E_{xy} يكون سالب كما هو موضح في العلاقة التالية:-

$$E_{xy}=\frac{\delta Qx\%}{\delta Px\%}=\frac{+20\%}{-10\%}=-2$$

نقول عن السلعتين مكملتين

ب. **حالة السلعتين بديلتين:**- تكون العلاقة بين الكمية المطلوبة من السلعة وسعر السلعة بديلة لها علاقة طردية أي أنها معامل مرونة الطلب التقاطعية يكون أكبر من الصفر

مثال:- إذا ارتفع السعر اللحم المحلي بنسبة 20% مما أدى إلى ارتفاع الكمية المطلوبة من اللحم المستورد بنسبة 30% فإن معامل المرونة التقاطعية E_{xy} يكون موجب أي $E_{xy}=\frac{\delta Qx\%}{\delta Py\%}=\frac{30\%}{20\%}=-1.5$

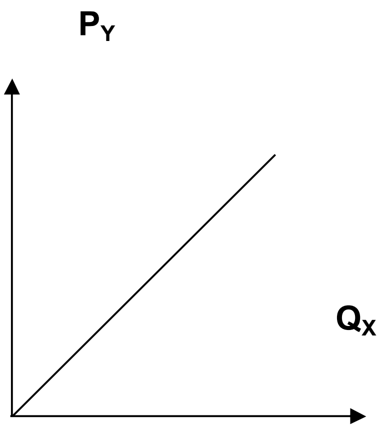
ومنه نستنتج أن السلعتين بديلتين

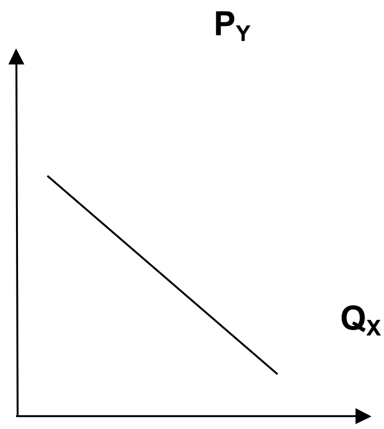
ج. **حالة سلعتين مستقلتين:**- قد لا تتأثر الكمية المطلوبة من السلعة معينة بالسعر أخرى وفي هذه الحالة معامل مرونة الطلب النقاط يساوي الصفر $E_{xy}=0$

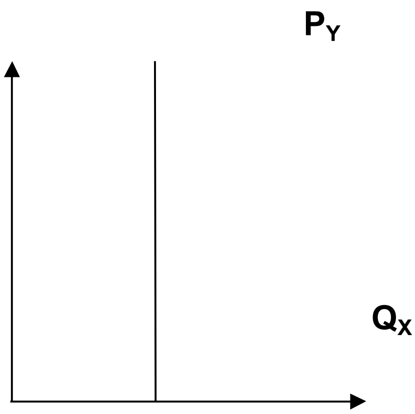
أي لا توجد بينهما علاقة. **مثل:**- التفاح والبطاطا

خلاصة الحالات الثلاثة:

- حالة الأول:- إذا كان ($E_{xy}>0$) سلعتين بديلتين
- حالة الثانية:- إذا كان ($E_{xy}<0$) سلعتين مكملتين
- حالة الثالثة:- إذا كان ($E_{xy}=0$) سلعتين مستقلتين







سلعتين بديلتين سلعتين مكملتين سلعتين مستقلتين

ت- **مرونة الطلب الدخلية:-** وهي مدى استجابة الكمية المطلوبة من سلعة من التغيرات في دخل المستهلك.

المعامل المرونة الطلب الدخيلة = $\frac{\text{التغير النسبي في الكمية المطلوبة}}{\text{التغير النسبي في دخل المستهلك}}$

$$E_R=\frac{\delta Q\%}{\delta P\%}=\frac{\delta Q}{\delta P}\times\frac{P1}{Q1}$$

ويستخدم معامل المرونة الطلب الدخيلة لإظهار أو تباين نوعية السلعة بنسبتها للمستهلك فإذا كان إشارة معامل المرونة موجبة ($E_R>0$) فإن السلعة تكون عادية وإذا كانت الإشارة سالبة فإن السلعة تكون رديئة، كما نستخدم مرونة الطلب الدخيلة لنميز بين السلعة الضرورية والسلعة الكمالية، فإذا كان معامل المرونة موجبا فأكبر من الواحد ($E_R>1$) فتعتبر السلعة كمالية، فإذا كان معامل المرونة موجبا و أصغر من الواحد أي ($1>E_R>1$) فإن السلعة ضرورية

مثال1:- إذا ارتفع دخل المستهلك بنسبة 20% ومن ثم زيادة الكمية التي يستردها من الموز بنسبة 30% $E_R=\frac{\delta Q\%}{\delta P\%}=\frac{30\%}{20\%}=1.5>1$ معامل مرونة موجب وأكبر من الواحد فإن نقول على أن السلعة عادية وكمالية.

مثال2:- إذا ارتفع دخل أحد المستهلكين من 2000 دج إلى 3000 دج في الشهر وانخفضت الكمية المشتراة من حليب المجفف من 30 وحدة إلى 20 وحدة

<u>الحل:-</u>

$ER = \frac{20-30}{3000-2000} \frac{2000}{30} = \frac{-10}{100} \frac{2000}{30} = -\frac{20}{30}$ فإن السلعة رديئة

مثال:- إذا كانت لدينا معامل المرونة $Edx = -4$ عندما كانت $P_x = 20$ والكمية المطلوبة 3000، وإذا قررت الشركة المنتجة سعرا جيدا جديد وليكن 18 وحدة نقدية. فما هو حجم الطلب المتوقع؟

الحل:-

$E_d = -4$

$E = \frac{\delta Q}{\delta P} \times \frac{P1}{Q1} = -4$

$$= \frac{Q2 - 3000}{18 - 20}\frac{20}{3000} = -4 \rightarrow (Q2 - 3000) \times \frac{1}{300} \quad = 4$$

$Q_2 - 3000 = 1200$

$Q_2 = 4200$

تمارين مقترحة للفصل الثاني مع الحلول

التمرين الأول:-

لنكن لدينا دالة التكلفة لمؤسسة ما معطاة بصيغة التالية:-

$f(x) = 0.04\, x^3 - 1.94\, x^2 + 32{,}96x$ وكان السعر السائد في السوق

$P = 20 - 0{,}5x$

علما بأن كل ما ينتج يباع

المطلوب:-

1- حدد دالة الإيراد الكلي لهذه المؤسسة.

2- حدد دالة الربح هذه المؤسسة.

3- حدد عدد الوحدات المنتجة والمباعة التي تعمل على تعظيم ربح هذه المؤسسة.

حل التمرين الأول:-

1)- تحديد الدالة الإيراد الكلي

TR=P. x

TR=$(20-0,5x)\ x$

TR=$20x-0.5\ x^2$

2)- تحديد دالة الربح المؤسسة

π= TR- TC

π(= 20x – 0,5 – (0.04 x^3 -1,94 x^2 + 32,96x

π = -12,96x+1.44x^2 – 0,04 x^3

3)- تحديد عدد الوحدات المباعة التي تعمل على تعظيم الربح لإيجاد القيمة المثلى يجب أن يكون المشتق مايلي:-

$$3\frac{S\pi}{n} = 0 - \ 12{,}96 + 2{,}88x - 0{,}12x$$

معادلة من درجة الثانية كلما

Δ= B^2 - 4AC

=8,2944 – 6.2208= +2,07

$\sqrt{\Delta}\ = \ 1{,}44$

$$x = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2{,}88 - 1{,}44}{2(-0{,}12)} = 18$$

التمريـــن الثاني:

إذا كانت الكمية المطلوبة من سلعة ما عندما يكون السعر صفرا يساوي 20 وحدة، وأدت زيادة السعر بوحدة واحدة إلى انخفاض في الكمية المطلوبة بـ 4 وحدات.

المطلوب:

1. ما هي دالة الطلب الممثلة لهذه العلاقة؟
2. شكل جدول الطلب الذي يوضح هذه العلاقة؟
3. مثل منحنى الطلب لهذه السلعة؟
4. ماذا يحدث لو انخفض السعر من 4 إلى 3 وحدات نقدية؟

حل التمرين الثاني:

1- إيجاد دالة الطلب:-

نعلم أن دالة الطلب تكتب على الشكل التالي:- $Q_x=aP_x+b$

a:- عبارة عن التغير في الكمية الناتج عن التغير عن السعر بوحدة واحدة

$a=\frac{\Delta\varphi}{\Delta P}=\frac{-4}{1}=-4$

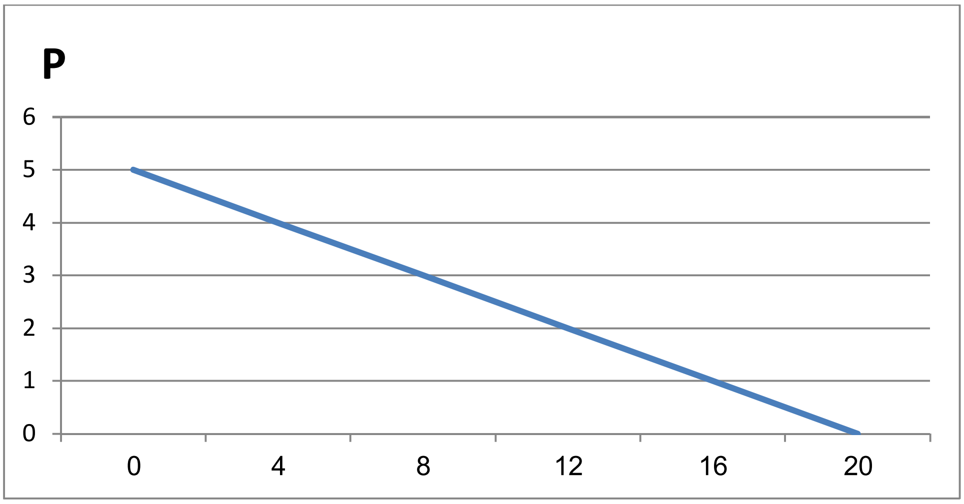
b:- الكمية المطلوبة لما السعر يساوي الصفر $b=20$

ومنه تكتب الدالة:- $Q_x= 20-4P_x$

2- تشكيل جدول الطلب:-

Q	20	16	12	8	4	0
P	0	1	2	3	4	5

3- تمثيل البياني لدالة الطلب:-



4- لو انخفض السعر سوف تتغير الكمية من 4 إلى 8 وحدات أي تتغير بمقدار 4 وحدات

التمريـــن الثالث:-

قام بائع ببيع 500 وحدة من سلعة ما بسعر 10 وحدات نقدية ولما إنخفض السعر إلى 6 كانت الكمية المباعة مقدرة بـ 700 وحدة، وبإعتبار أن العلاقة الموجودة بين السعر والكمية المطلوبة هي علاقة خطية.

المطلوب:

1. حدد دالة الطلب؟
2. كون جدول الطلب على هذه السلعة؟
3. مثل منحنى الطلب لهذه السلعة؟

حل التمرين الثالث:

1- إيجاد دالة الطلب:-

بما أن العلاقة الموجودة P_x Q_x بين علاقة الخطية فإن

$$Q_x=aP_x+b$$

$$a=\frac{Q2-Q1}{P2-P1}=\frac{700-500}{6-10}=\frac{200}{-4}=-50$$

$$Q_X=b-50P_x$$

ولإيجاد b نقوم بالتعويض عن إحدى الثنائي في الدالة حيث:-

$$500=b-50(10)$$

$$500=b-500$$

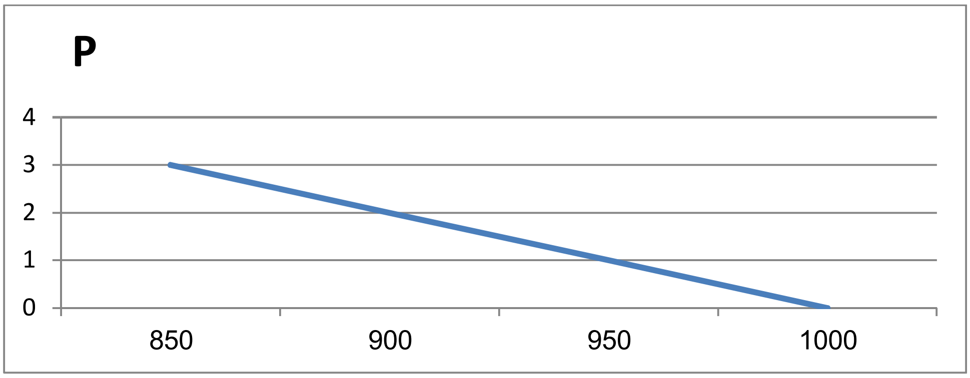
$$b=1000$$

ومنه الدالة $Q=1000-50P_x$

2- تكوين جدول الطلب:-

Q	1000	950	900	850
P	0	1	2	3

3- تمثيل المنحنى الطلب:-



التمرين الرابع:-

كان الطلب على السلعة X كما يلي :

$$Q_x=100-4P_x+0{,}5P_y-0{,}6P_z+0{,}008R$$

وكانت $R=500$ $\quad P_z=5$ $\quad P_y=2$

1. حدد جدول الطلب على السلعة X؟
2. مثل منحنى الطلب على السلعة X؟

حل التمرين الرابع:

1/- تحديد جدول الطلب:-

$Q_x=100-4P_x+0,5P_y-0,6P_z+0,008R$

$P_y=2 \quad P_z=5 \qquad R=500$

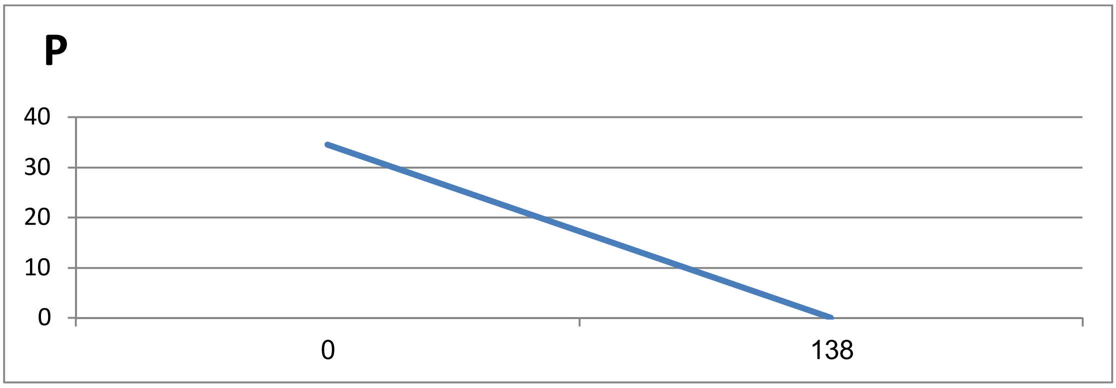
$Q_x=100-4P_x+0,5(2)+0,6(5)+0,008(500)$

$=100-4P_x+1-3+4$

$Q_x=138-4P_x$

Q	138	0
P	0	34,5

2- تمثيل المنحنى



التمرين الخامس:

ليكن لدينا الجدول التالي الذي يوضح العلاقة بين الطلب وسعر السلعة كما يلي:

P	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Q	20	18	16	14	12	10	8	6	4	2	0

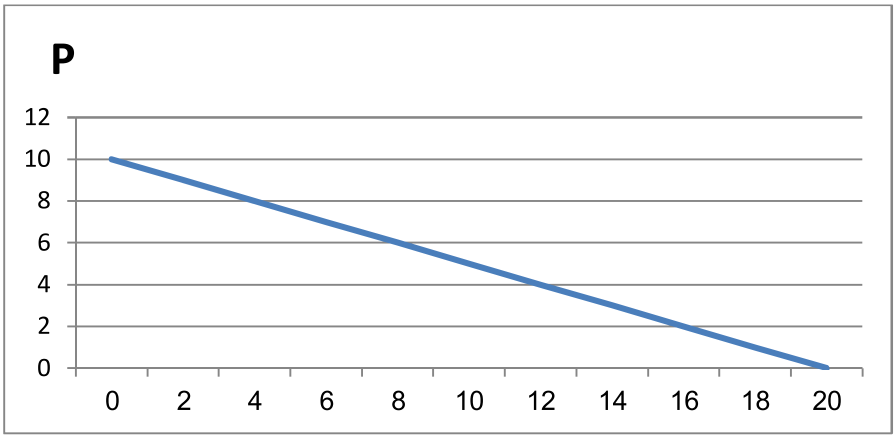
المطوب:

1. مثل منحنى الطلب لهذه السلعة؟

2. حدد الصيغة الرياضية لدالة الطلب على هذه السلعة؟

حل التمرين الخامس:

1/- تمثيل المنحنى الطلب



2/- تحديد الصيغة الرياضية لدالة الطلب على هذه السلعة:-

- نظرا لوجود العلاقة العكسية للمتغيرين

- نلاحظ من خلال الشكل بأن الدالة خطية

$Q_X = \alpha P_X + b$

$$\alpha = \frac{\Delta\varphi}{\Delta p} = \frac{\varphi 2 - \varphi 1}{p2 - p1} = \frac{20 - 0}{0 - 10} = -2$$

$b=20$

$Q_x = 20 - 2P_x$

التمرين السادس:-

اذا كانت دوال الطلب على سلعة معينة من خلال ثلاث مستهلكين معطاة كمايلي:

$Q_X = -0,3P_x + 12$

$Q_Y = 6 - 0,2P_Y$

$Q_Z=24-0,5P_Z$

المطلوب:

1. أوجد دالة الطلب الكلي على هذه السلعة؟
2. مثل منحنى الطلب الكلي في المعلم؟

حل التمرين السادس:-

1/- إيجاد الدالة الطلب الكلي على هذه السلعة:-

$Q_D= \sum_{i=1}^{3}(\varphi_{di})$

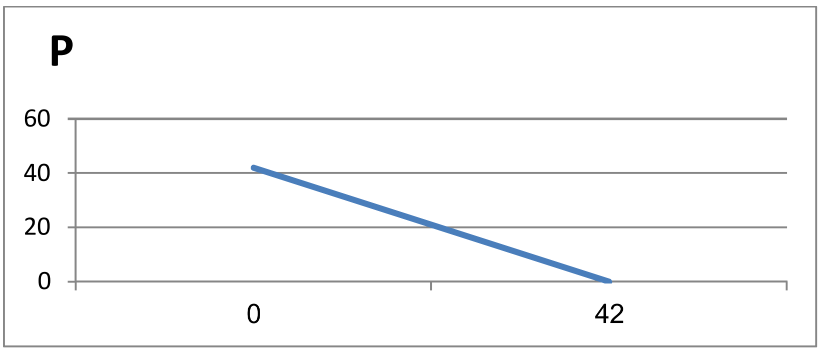
$Q_D= Q_x+ Q_y+Q_z$

$Q_D =0,3P_x+12+6-0,2P+24-0,5P$

$Q_D =42-p$

2/- تمثيل بياني لدالة الطلب الكلي:-

Q	42	0
P	0	42



التمرين السابع:

الجدول التالي يوضح لنا الكميات المطلوبة من خلال ثلاث مستهلكين عند اسعار مختلفة

P	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Q_1	20	18	16	14	12	10	8	6	4	2	0
Q_2	30	27	24	21	18	15	12	9	6	3	0
Q_3	40	36	32	28	24	20	16	12	8	4	0

المطلوب:

1. أوجد الصيغة الرياضية لدالة الطلب الكلي على هذه السلعة بطريقتين مختلفتين؟
2. مثل منحنى الكلي في المعلم؟

حل التمرين السابع:

1–ايجاد دالة الطلب الكلي:

الطريقة الأولى: ايجاد دوال الطلب الفردية

$Q_x = aP_x + b$

$$=-2 a = \frac{\varphi 2-\varphi 1}{P2-P1} = \frac{20-0}{10-0}$$

b=20

$Q_x = 20-2P_x$ 1

$$a = \frac{\varphi 3-\varphi 2}{P3-P1} = \frac{30-0}{0-10} = -3$$

b= 30

$Q_y = 30-3P_y$ 2

$$a = \frac{\varphi 2-\varphi 3}{P4-P3} = \frac{40-0}{0-10} = -4$$

$b = 40$

$Q_z = 40-4P_z$ 3

الجمع نجد 1، 2 و 3

$Q_D=Q_x+Q_Y+Q_z$

$Q_D= 20-2P_x+30-3P_z+40-4P_z$

$Q_D=90-9P$

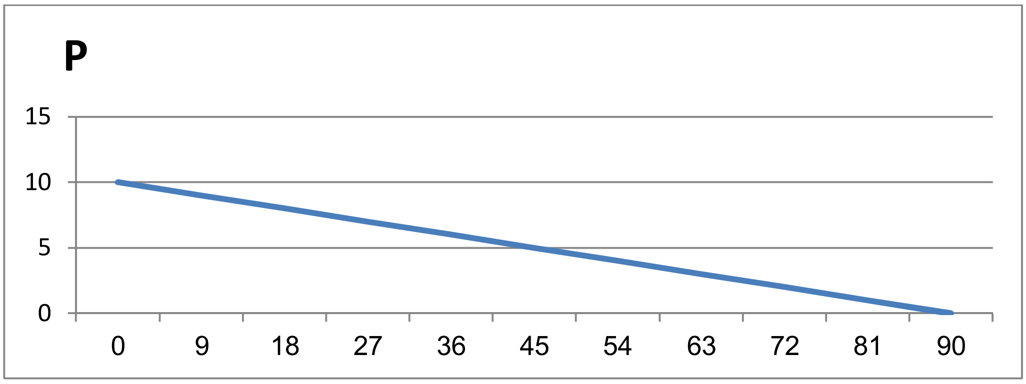
الطريقة الثانية: ايجاد الكميات الكلية من الجدول $Q = Q1 + Q2 + Q3$

P	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Q_D	90	81	72	63	54	45	36	27	18	9	0

$Q_D= aP+b$

$$a = \frac{\varphi 2 - \varphi 1}{P2 - P1} = \frac{81 - 90}{1 - 0} = -9$$

b=90 $Q_D=90-9P$



التمرين الثامن:

الجدول التالي يوضح لنا الكميات المطلوبة من السلعتين X و Y وسعريهما PX و PY كمايلي:

PX	QX	PY	QY
09	40	08	20
10	32	08	30
10	35	09	25

1. احسب مرونة الطلب السعرية للسلعتين X و Y ، مع تحديد نوع المرونة؟

2. احسب مرونة الطلب التقاطعية للسلعتين X و Y ، مع تحديد العلاقة بين السعلتين ؟

حل التمرين الثامن:

1. حساب مرونة الطلب السعرية للسلعتين X و Y :

$$EdX = \frac{\Delta\varphi}{\Delta p}.\frac{p1}{\varphi1} = \frac{\varphi2-\varphi1}{p2-p1}.\frac{p1}{\varphi1} = \frac{32-40}{10-9}.\frac{9}{40} = -1.8$$

الطلب مرن

$$EdY = \frac{\Delta\varphi}{\Delta p}.\frac{p1}{\varphi1} = \frac{\varphi2-\varphi1}{p2-p1}.\frac{p1}{\varphi1} = \frac{25-30}{9-8}.\frac{8}{30} = -1.33$$

الطلب مرن

2. حساب مرونة الطلب التقاطعية للسلعتين X و Y ، مع تحديد العلاقة بين السعلتين

$$\text{Exy} \quad = \frac{\Delta Qx}{\Delta Py} \times \frac{Py1}{Qx1} == \frac{35-32}{9-8}.\frac{8}{32} = 0.75$$

ومنه العلاقة بين السلعتين بديليتن.