جامعة الشهيد حمة لخضر-الوادي

قسم الرياضيات — السنة الجامعية: $2022/2021$

المستوى: سنة ثانية رياضيات — مقياس: مدخل الى الطبولوجيا

السلسلة 03

التمرين الأول:

ليكن (E,τ) فضاءا طبولوجيا. بين ان

(١). الاتحاد المنتهي لمتراصات في E هو متراص.

(٢). تقاطع متراصات هو متراص.

التمرين الثاني:

(E,d) فضاءا متريا ولتكن (x_n) متتالية من عناصر E متقاربة نحو x.

بين ان $A=\{x_n\}\cap\{x\}$ مجموعة متراصة.

التمرين الثالث:

ليكن (E,d) فضاءا متريا ولنكن A مجموعة متراصة في E.

(١). اثبت انه توجد $a\in A$ تحقق $d(x,A)=d(x,a)$ من اجل كل x من A.

(٢). بين انه اذا كانت B مجموعة متراصة فانه يوجد $b\in B$ تحقق $d(A,B)=d(a,b)$.

التمرين الرابع:

ليكن $(E,\tau),(F,\tau')$ فضاءان طبولوجيان وليكن $f:E\to FE$. بين انه اذا كان A جزءا متراصا من E فان $f(A)$ جزءا متراصا من F.

التمرين الخامس ليكن (E,d) فضاءا متريا وليكن $f:E\to E$ تطبيقا مستمرا.

(١). بين ان $F=\{x\in E, f(x)=x\}$ مجموعة مغلقة.

(٢). اثبت انه اذا كان E متراص و $F\neq\emptyset$ ، فانه يوجد $\delta>0$ حيث من اجل كل $x\in E$ يكون $d(x,f(x))\geq\delta$.

التمرين السادس

لتكن المجموعة $E=\{a,b,c,d\}$ والمزودة بالطبولوجيا

$\tau=\{\emptyset,E,\{a\},\{d\},\{a,d\},\{b,c\},\{a,b,c\};\{b,c,d\}\}$.

(١). هل E مترابط؟.

(٢). بين ان المجموعة $A=\{b,c\}$ مترابطة.

(٣). عين المركبة المترابطة لـــ b.

التمرين السابع:

ليكن A, B جزءان مترابطان و غير خاليين من فضاء طبولوجي E.

بين انه اذا كان $\overline{A} \cap B \neq \emptyset$. فان $A \cup B$ مترابطا.

التمرين الثامن:

ليكن $f : E \to F$ حيث $(E, \tau), (F, \tau')$ فضاءان طبولوجيان و f تطبيقا مستمرا.

بين انه اذا كان E مترابطا فان $G(f)$ جزءا مترابطا من الجداء الديكارتي EF.