

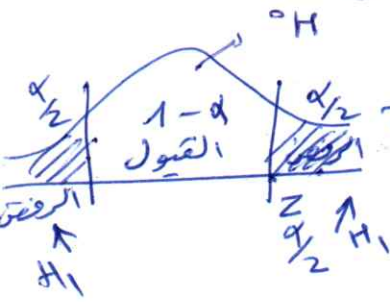
$\mu = 200$ $\sigma = 16$
 $n = 50$ $\bar{X} = 240$

التمرين الأول:

المعطيات: $\alpha = 1\%$

$$\begin{cases} H_0: \mu = 200 \\ H_1: \mu \neq 200 \end{cases}$$

الفرضيات



المحصوبة $Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{240 - 200}{16/\sqrt{50}} = \frac{40}{16} \sqrt{50} = 17,67$

الاختبار

المقارنة $Z_{\alpha/2} = 2,58 \leftarrow \alpha = 0,01$

$Z > Z_{\alpha/2}$

القرار: رفض الفرضية العدمية (قبول الفرضية البديلة) (تفسير على الانتاج)

$\mu = 50$ $n = 100$
 $\bar{X} = 48$ $S^2 = 25 \rightarrow S = 5$

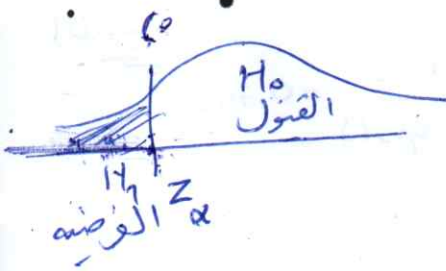
التمرين الثاني:

المعطيات

(1)
$$\begin{cases} H_0: \mu = 50 \\ H_1: \mu < 50 \end{cases}$$

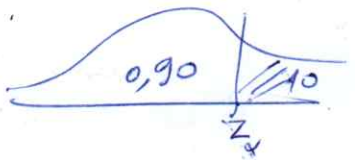
(2)
$$\begin{cases} H_0: \mu \geq 50 \\ H_1: \mu < 50 \end{cases}$$

الفرضيات



المحصوبة $Z = \frac{\bar{X} - \mu}{S_x} = \frac{\bar{X} - \mu}{S} \sqrt{n} = \frac{40 - 50}{5} \sqrt{100} = -20$

الاختبار



المقارنة $Z_{\alpha} = -1,29 \leftarrow \alpha = 10\%$

القرار

رفض الفرضية العدمية

قبول الفرضية البديلة لأن $Z < Z_{\alpha}$ (اختيار ذو α العدمية المستويين) ذلك واحد من الجانب

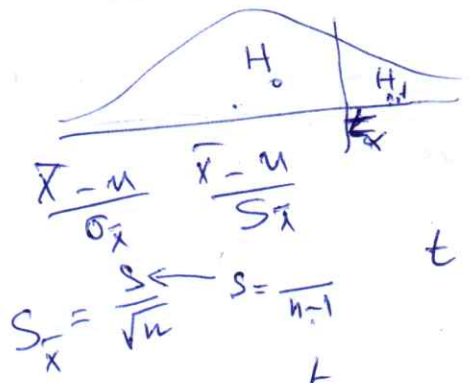
| α | Z_{α} |
|----------|--------------|
| 1% | 2,33 |
| 5% | 1,65 |
| 10% | 1,28 |

المعطيات: $\mu = 70$ $n = 16$ $\bar{x} = 75$ $S = 11$ $\alpha = 5\%$

المعطيات
الفرضيات

$$\begin{cases} H_0: \mu = 70 \\ H_1: \mu > 70 \end{cases}$$

الاختيار: $n < 30$ و σ مجهول
اذن



$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{S} \sqrt{n}$$

$$t = \frac{75 - 70}{11} \sqrt{16} = \frac{20}{11} = 1,81$$

$$t_{n-1, \alpha} = t_{15, 0,05} = 1,75$$

المقارنة: $\alpha = 5\%, n = 16$
القرار

النتيجة: $t > t_{\alpha}$
الجدولية

قبول الفرضية البديلة

$$P = 0,22 \Rightarrow P = 22\%$$

المعطيات

$$n = 120$$

$$\alpha = 5\%$$

$$\hat{P} = \frac{30}{120} = 0,25 \Rightarrow \hat{P} = 25\%$$

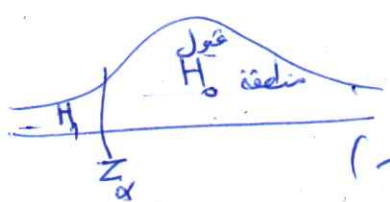
المعطيات

$$\begin{cases} H_0: P \geq 0,22 \\ H_1: P < 0,22 \end{cases}$$

الفرضيات

$$Z = \frac{\hat{P} - P}{\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}} = \frac{0,25 - 0,22}{\sqrt{\frac{0,22 \times 0,78}{120}}} = \frac{0,03}{0,0378} = 0,793$$

الاختيار



$$(-\text{سواء}) Z_{\alpha} = -1,65$$

$$\alpha = 5\%$$

المقارنة

$$Z > Z_{\alpha}$$

القرار

قبول الفرضية البديلة H_0

السلسلة الثانية

القرن الأول :

$$N = 250, n = 36 > 30$$

$$\bar{x} = 70,25 \text{ كغ} \quad \sigma = 10,5 \text{ كغ}$$

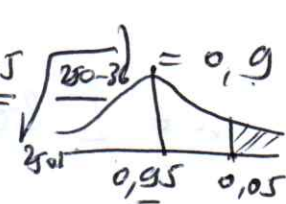
اذن $n > 30$

تقدير مجال الثقة : μ ان المجتمع طبيعي و

$$P\left(\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} < \mu < \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}\right) = 0,9$$

10/نسبة 90%

لدينا $1 - \alpha = 0,9 \Rightarrow \alpha = 0,1$ اذن $\frac{\alpha}{2} = 0,05$ ار عليه $z_{\frac{\alpha}{2}} = 1,65$

$$P\left(70,25 - 1,65 \times \frac{10,5}{\sqrt{36}} \sqrt{\frac{250-36}{250-1}} < \mu < 70,25 + 1,65 \times \frac{10,5}{\sqrt{36}} \sqrt{\frac{250-36}{250-1}}\right) = 0,9$$


$$\mu \in [61,99; 72,89]$$

(معامل الارتجاع : يطبق في السب دون ارتجاع) $\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$

في حالة المجتمع كبير مع $n > 0,05 N$ أي $12,5 < 36$ $0,05(250) = 12,5$

20/نسبة 99%

لدينا $1 - \alpha = 0,99 \Rightarrow \alpha = 0,01$ ار عليه $\frac{\alpha}{2} = 0,005$ أي $z_{\frac{\alpha}{2}} = 2,58$

$$P\left(70,25 - 2,58 \times \frac{10,5}{\sqrt{36}} \sqrt{\frac{250-36}{250-1}} < \mu < 70,25 + 2,58 \times \frac{10,5}{\sqrt{36}} \sqrt{\frac{250-36}{250-1}}\right) = 0,99$$

$$\mu \in [66,09; 74,39]$$

كما زادت درجة الثقة قلت الدقة (إتسع مجال الثقة)

$\bar{x} = 32$ $\sigma = 5,1$ $n = 10$ / 1^o
 (باستعمال نظرية النهاية المركزية) $n < 30$ و σ معلوم ما أن

$$P\left(\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 0,95$$

$z_{\frac{\alpha}{2}} = 1,96$ $\alpha = 0,05$ $\frac{\alpha}{2} = 0,025$ $\alpha = 0,05 \iff 1 - \alpha = 0,95$ $\alpha = 0,05$ $1 - \alpha = 0,95$

$$P\left(32 - 1,96 \frac{5,1}{\sqrt{10}} < \mu < 32 + 1,96 \frac{5,1}{\sqrt{10}}\right) = 0,95$$

$$\mu \in [28,84; 35,16]$$

$\bar{x} = 32$ $\sigma = 5,1$ $n = 10$ $N = 100$ / 2^o

لنا σ معلوم و $0,05 \times 100 = 5 < 10$ $n < 10$ $0,05 \times 100 = 5 < 10$ $n < 10$ $0,05 \times 100 = 5 < 10$

$$P\left(\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} < \mu < \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}\right) = 0,95$$

$$P\left(32 - 1,96 \frac{5,1}{\sqrt{10}} \sqrt{\frac{100-10}{100-1}} < \mu < 32 + 1,96 \frac{5,1}{\sqrt{10}} \sqrt{\frac{100-10}{100-1}}\right) = 0,95$$

$$\mu \in [31,97; 32,03]$$

$\bar{x} = 32$ $S = 5,1$ $n = 10$ / 3^o

$n < 30$ و σ مجهول

$t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} = t_{0,025, 9} = 2,26$ $\alpha = 0,05$ $\frac{\alpha}{2} = 0,025$ $\alpha = 0,05 \iff 1 - \alpha = 0,95$ $\alpha = 0,05$ $1 - \alpha = 0,95$

$$P\left(\bar{x} - t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{s}{\sqrt{n-1}} < \mu < \bar{x} + t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{s}{\sqrt{n-1}}\right) = 0,95$$

$$P\left(32 - 2,26 \frac{5,1}{\sqrt{9}} < \mu < 32 + 2,26 \frac{5,1}{\sqrt{9}}\right) = 0,95$$

$$\mu \in [28,16; 35,84]$$

$$X(\Omega) = Y(\Omega) = \{0, 1\}$$

التمرين السادس

| | | | |
|------------------|------------|------------|-------|
| $y \backslash x$ | 0 | 1 | f_y |
| 0 | α | $\alpha/3$ | $1/2$ |
| 1 | $\alpha/3$ | α | $1/2$ |
| f_x | $1/2$ | $1/2$ | 1 |

10°

$$\sum_i \sum_j P(x_i, y_j) = 1$$

$$2\alpha + \frac{2\alpha}{3} = 1 \Rightarrow \frac{8\alpha}{3} = 1$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{3}{8}$$

التوزيعات الهامسية

20°

| | | | |
|------------|-------|-------|----------|
| x_i | 0 | 1 | Σ |
| $P(X=x_i)$ | $1/2$ | $1/2$ | 1 |

$$P(Y=j) = \sum_i P(x_i, y_j)$$

$$P(X=i) = \sum_j P(x_i, y_j)$$

نقطي

30° الاستقلالية:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$P_{x,y}(x_i, y_j) = P_x(x_i) \cdot P_y(y_j)$$

$$P_{x,y}(0, 0) = \frac{3}{8} \neq P_x(0) \cdot P_y(0) = \frac{1}{4}$$

$x \nparallel y$

وعليه

التمرين السابع

$$f(x, y) = \begin{cases} kxy & : 0 \leq y \leq x \leq 1 \\ 0 & : \text{فلاسه} \end{cases}$$

مستمر

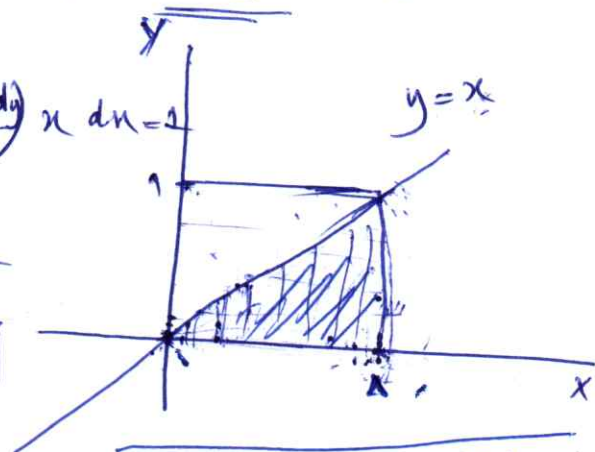
100°

$$f(x, y) \geq 0 \Rightarrow kxy \geq 0 \Rightarrow k \geq 0$$

$$\iint f(x, y) dx dy = 1 \Rightarrow \int_0^1 \int_0^x k y dx = 1$$

$$k \int_0^1 \left(\frac{y^2}{2}\right)_0^x dx = 1 \Rightarrow k \int_0^1 \frac{x^3}{2} dx = 1$$

$$\frac{k}{2} \left[\frac{x^4}{4}\right]_0^1 = 1 \Rightarrow \frac{k}{8} = 1 \Rightarrow \boxed{k=8}$$



$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

$$f'_x(x) = \int_0^x f(u, y) dy = \int_0^x 8uy dy = 8x \left(\frac{y^2}{2} \right)_0^x = 4x^3$$

$$f'_x(x) = \begin{cases} 4x^3 & : 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & : \text{وغيره} \end{cases}$$

$$f'_y(y) = \int_y^1 f(u, y) du = \int_y^1 8xy du = 8y \left(\frac{u^2}{2} \right)_y^1 = 4y - 4y^3$$

$$f'_y(y) = \begin{cases} 4y - 4y^3 & : 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & : \text{وغيره} \end{cases}$$