قسم الرياضيات	جامعة الشهيد حمه لخضر – الوادي كلية العلوم الدقيقة	مقيـاس: المعادلات التفاضلية
السنة الثالثة رياضيات		السنة الجامعية: 2022/2021

سلسلة تمارين رقم 03 (الجمل التفـاضلية الخطية من الرتبة الأولى)

التمرين1: نعتبر الجملة التفاضلية الخطية التالية:

$$\begin{cases} y_1' = 3y_1 + 2y_2 \\ y_2' = y_1 + 2y_2 \\ y_1(0) = 1,\ y_2(0) = 0 \end{cases}$$

1) أكتبها على الشكل المصفوفي $Y' = AY$.

2) عيّن المصفوفة الأساسية لهذه الجملة، ثم قُم بحلها.

3) جد المصفوفة الأسية e^{tA}، ثم أوجد الحل للجملة المعطاة باستعمال هذه المصفوفة، وقارنه بنتيجة السؤال 2).

التمرين2: نعتبر الجملة التفاضلية الخطية التالية:

$$\begin{cases} y_1' = y_1 + 2y_2 + e^t \\ y_2' = 4y_1 + 3y_2 - e^t \\ y_1(0) = -1,\ y_2(0) = 1 \end{cases}$$

1) أكتبها على الشكل المصفوفي $Y' = AY + B(t)$.

2) عيّن المصفوفة الأساسية للجملة المتجانسة $Y' = AY$ المرفقة بها.

3) – جد المصفوفة الأسية e^{tA}.

– عين الحل للجملة المتجانسة، ثم أوجد الحل للجملة المعطاة.

التمرين3:

1) أوجد الحل للجملة التفاضلية الخطية التالية: $\begin{cases} y_1' = y_1 + 2y_2 + e^t \\ y_2' = 3y_2 + e^t \\ y_1(0) = 1,\ y_2(0) = 1 \end{cases}$.

2) عين المصفوفة $e^{\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}}$ (أسّية المصفوفة $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$).

التمرين4: حل الجمل التفاضلية الخطية التالية:

1) $\begin{cases} y_1' = 3y_1 - y_2 + y_3 \\ y_2' = 2y_1 + y_3 \\ y_3' = y_1 - y_2 + 2y_3 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y_1' = y_1 + e^{2t} \\ y_2' = y_1 + y_2 + e^{-t} \\ y_3' = y_1 + y_2 + y_3 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} y_1' = 3y_1 + 5y_2 + e^{-t} \\ y_2' = -5y_1 + 3y_2 \end{cases}$