Université Echahid Hamma Lakhdar - El-Oued 2021/2022
Faculté des Sciences Exactes
Département de Mathématiques 1[ère] **Année Master (Mathématiques Fondamentales)**

Distributions et Analyse de Fourier **Série 3**

Exercice 1

Justifier l'existence des transformations de Fourier pour les fonctions suivantes puis les calculer

1. $f(x) = \chi_{[-1,1]}(x)$
2. $f(x) = xe^{-x}\,\chi_{\mathbb{R}_+}(x)$

Exercice 2

Soit f la fonction définie par $f(x) = \left(1 - x^2\right)\chi_{[-1,1]}(x)$.

1. Calculer $\widehat{f}$.
2. En utilisant le résultat de la question précédente, déterminer la valeur de l'intégrale suivante :

$$\int_0^{+\infty} \frac{\frac{1}{2}\sin(2\pi t) - (\pi t)\cos(2\pi t)}{t^3}\cos(\pi t)\,dt$$

Exercice 3

Soit f une fonction mesurable sur $\mathbb{R}^n$.

1. On suppose qu'il existe un polynôme P tel que $|f(x)| \leqslant |P(x)|,\quad \forall x \in \mathbb{R}^n$. Monter que f est une distribution tempérée. (dans le sens suivant : $\langle f, \varphi\rangle = \displaystyle\int_{\mathbb{R}^n} f(x)\varphi(x)dx \quad \forall \varphi \in \mathcal{S}(\mathbb{R}^n)$)
2. Déduire que toute fonction à croissance lente est une distribution tempérée.