الفصل الرابع : العمل والطاقة

تمهيد:

نود في هذا الفصل البحث عن العلاقات بين أعمال القوى التي يتلقاها جسم أو جملة أجسام من غيرهما، وطاقتهما لان مفهوم الطاقة أساسي وموجود في كل الظواهر الفيزيائية، كما انه يمكننا من دراسة حركات الاجسام والتحكم فيها بطرق بسيطة.

1- تعريف عمل القوة :

عندما ينتقل جسم M تحت تأثير قوة $\vec{F}$ بإنتقال عنصري $\vec{dr}$ فإن عمل القوة يكون كالتالي :

$$\int_A^B \mathrm{dw} = \int_A^B \vec{F}\cdot\vec{dr}$$

$$w_{AB} = \int_A^B \vec{F}\cdot\vec{dr} = \int_A^B F\cdot dr\ cos\theta$$

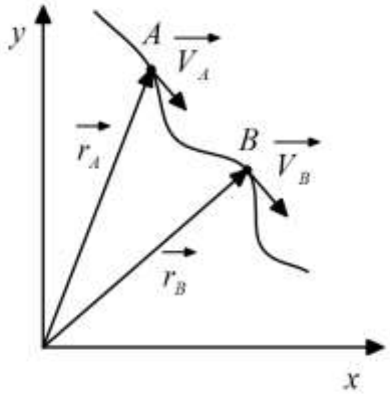
2- الطاقة الحركية لجسم

أ- **تعريف :** لتكن النقطة المادية M لها كتلة m وسرعة $\vec{v}$ وخاضعة لتأثير مجموعة من القوى محصلتها $\overrightarrow{F_{ext}}$ نعرف الطاقة الحركية لهذه النقطة ب E_c حيث :

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

ب- قانون الطاقة الحركية لجسم:

ان العلاقة بين الطاقة الحركية لجسم وعمل القوى التي يتلقاها من غيره يمكن الحصول عليها انطلاقا من تعريف عمل القوة كما يلي:



$$dw = \vec{F}\cdot\vec{dr} = \frac{\vec{dp}}{dt}\cdot\vec{dr} \quad , \quad \vec{dV} = \frac{\vec{dr}}{dt} \Rightarrow \vec{dr} = \vec{V}.dt$$

$$dw = \frac{\vec{dp}}{dt}\cdot\vec{V}.dt = \frac{\vec{dp}}{dt}\cdot\frac{m\vec{V}}{m}.dt = \frac{1}{m}\vec{p}\,\vec{dp}$$

$$w_{A\to B} = \int_A^B \frac{1}{m}\vec{p}\,\vec{dp} = \frac{1}{2m}\left[\vec{p}^{\,2}\right]_A^B$$

$$w_{A\to B} = \frac{1}{2m}\left(\vec{p}_B^{\,2} - \vec{p}_A^{\,2}\right) = \frac{1}{2}m\vec{V}_B^{\,2} - \frac{1}{2}m\vec{V}_A^{\,2} = E_{cB} - E_{cA}$$

$$w_{A\to B} = E_{cB} - E_{cA} = \Delta E_c$$

$$w_{A\to B} = \Delta E_c$$

حيث: E_c هي طاقة حركة الجسم

$$w_{A\to B} = \Delta E_c$$

ويعرف بقانون طاقة الحركة ونصه "تغير الطاقة الحركية لجسم بين نقطتين من مساره يساوي عمل القوة التي يتلقاها من غيره خلال ذلك".

3- الطاقة الكامنة لجسم:

نستعرض في هذه الفقرة الطاقة الكامنة التي تتعلق بصنف محدد من القوى ألا وهي القوى المشتقة من كمون (القوى المحافظة): $\vec{F} = -\vec{\nabla}E_p$

تعريف1: نقول عن قوة انها محافظة او قوة مشتقة من كمون اذا كان عملها مستقلا عن المسلك المتبع مهما كان الانتقال المحتمل بين نقطة الانطلاق ونقطة الوصول، اذا كان المسار مغلقا فان:

$$\forall\, c : w = \oint_c \vec{F}\cdot\vec{dr} = 0 \Rightarrow w = 0$$

تعريف2: ان القوى المحافظة يمكن التحقق منها بالعلاقة: $\vec{\nabla}\times\vec{F} = \vec{0}$

اذا تلقى جسم قوة محافظة $\vec{F}$ فإنها تبذل عملا dw لزحزحته مقدار $\vec{dr}$.

$$dw = \vec{dr}\cdot\vec{F} = -\vec{dr}\cdot\vec{\nabla}E_p = -dE_p$$

وتغير طاقة كمونه عندما ينتقل من نقطة A الى النقطة B هي:

$$w_{A\to B}=\int_A^B \vec{dr}\cdot\vec{F}=-\int_A^B dE_p=-((E_p)_B-(E_p)_A)=(E_p)_A-(E_p)_B$$

ونحصل على طاقة كمون الجسم لما يصير في نقطة A : $(E_p)_A=\int \vec{dr}\cdot\vec{F}+(E_p)_B$

ونص القانون: "طاقة الكمون عند النقطة A تساوي تجول القوة المحافظة من تلك النقطة الى نقطة B زائد طاقة كمونه عند B

تسمى $(E_p)_B$ بمرجع طاقات الكمون، وهي اختيارية وعلى العموم تختار هذه الطاقة معدومة عند اللانهاية.

- **انواع الطاقات الكامنة:**

أ- **الطاقة الكامنة الثقالية:** عندما نقوم برفع جسم ما من سطح الأرض إلى ارتفاع معين فإنه يستدعي منا أن نبذل عملا ضد الجاذبية الأرضية، والجسم يبدأ في تخزين العمل المبذول على هيئة طاقة كامنة.

هذا الشكل من أشكال الطاقة مرتبط بحقل الجاذبية الأرضية وتدعى هذه الطاقة بالطاقة الكامنة الثقالية.

كما تتعلق هذه الطاقة بالارتفاع عن سطح الأرض والجسم يكتسب هذه الطاقة عندما يزداد ارتفاعه عن سطح الأرض وعندما نترك الجسم يسقط لحاله فإن الطاقة الكامنة المخزنة فيه تتحول بشكل تدريجي إلى طاقة حركية وينتج عن ذلك زيادة سرعة الجسم مع انخفاض الارتفاع.

عبارة الطاقة الكامنة الثقالية لجسم صلب $E_p=mgz$ كتلته m هي:

ويختار مرجع الطاقة الكامنة الثقالية في الحالة العامة على مستوى سطح الأرض إي عند $(z=0)$ الارتفاع

ب- **الطاقة الكامنة المرونية :** ليكن نابض في وضع الراحة ، وقد ثبتت بدايته وتركت نهايته حرة ، لنفرض ان كتلته مهملة وانه يمكن ان يتحرك بمستوى أفقي دون احتكاك، فإذا اندفع جسم صلب كتلته m وسرعته $\vec{V}$ حامله يوازي محور النابض واصطدم بنهاية النابض ، تتناقص سرعة الجسم الصلب وبالتالي تتناقص طاقته الحركية وتتضاغط حلقات النابض بسبب المرونة التي تنشأ فيه ويبدأ في تخزين طاقة

لا تلبث أن تظهر برفس النابض للجسم الصلب هذه الطاقة نسميها الطاقة الكامنة المرونية للنابض فعبارتها هي : $E_{pe} = \frac{1}{2} K x^2$

حيث: $(x = l - l_0)$

4- الطاقة الميكانيكية الكلية :

أ- تعريف :

كل جسم مادي خاضع لتأثير مجموعة قوى في حالة حركة ولديه سرعة ، يملك طاقة حركة E_c وطاقة كامنة مخزنة E_p ، إذا الطاقة الميكانيكية لهذا الجسم E_M او E_T بمجموع الطاقتين الحركية والكامنة أي : $E_M = E_c + E_P$

ب- نظرية الطاقة الميكانيكية لجسم خاضع لقوى محافظة :

إذا كانت القوة المطبقة على الجسم محافظة فإن الطاقة الميكانيكية لهذا الجسم ثابتة

$$E_M = E_c + E_P = \text{ثابت}$$

وبالتالي التغير في الطاقة الميكانيكية لهذا الجسم تساري الصفر أي :

$$\Delta E_M = E_M(B) - E_M(A) = 0$$

ج- نظرية الطاقة الميكانيكية لجسم خاضع لقوى غير محافظة :

إن تغير الطاقة الميكانيكية للنقطة المادية بين موضعين A وB يساوي محصلة عمل القوى الغير محافظة المؤثرة على هذه النقطة .

إذاكان الجسم خاضع لقوى محافظة وغير محافظة فإن التغير في الطاقة الكلية لهذا الجسم يساوي عمل القوى الغير محافظة (الاحتكاك)

$$\Delta E_M = E_M(B) - E_M(A) = \mathrm{w}_{AB}(\overrightarrow{f})$$

الإثبات :

لتكن القوة التي يخضع لها الجسم $\vec{F}$ تساوي محصلة القوى المحافظة $\overrightarrow{F_c}$ والغير محافظة $\vec{f}$ أي :

$$\vec{F} = \vec{F_c} + \vec{f}$$

إنطلاقا من نظرية الطاقة الحركية :

$$\Delta E_C = E_C(B) - E_C(A) = w_{AB}(\overrightarrow{F})$$

$$\Delta E_C = E_C(B) - E_C(A) = w_{AB}(\vec{F_c} + \vec{f})$$

$$\Delta E_C = E_C(B) - E_C(A) = w_{AB}\left(\vec{F_c}\right) + w_{AB}(\vec{f})$$

وبما أن القوى المحافظة هي قوى مشتقة من كمون فإن :

$$\Delta E_p(A \to B) = E_p(B) - E_p(A) = -w_{AB}(\vec{F}_c)$$

$$E_c(B) - E_c(A) = E_p(A) - E_p(B) + w_{AB}(\vec{f})$$

$$E_c(B) - E_c(A) + E_p(B) - E_p(A) = w_{AB}(\vec{f})$$

$$E_c(B) + E_p(B) - (E_c(A) + E_p(A)) = w_{AB}(\vec{f})$$

$$E_M(B) - E_M(A) = w_{AB}(\vec{f})$$

$$\Delta E_M = w_{AB}(\vec{f})$$

وهي تنص على أن " التغير في الطاقة الميكانيكية يساوي أعمال القوى الخارجية ".

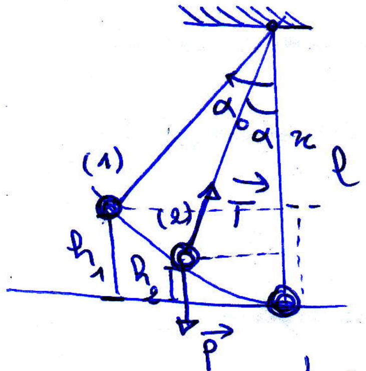
- إذا كان الجسم غير خاضع لقوى غير محافظة فإن:

$$\Delta E_M = 0$$

(كما تحفظ الطاقة الكلية إذا كانت قوى الاحتكاك قائمة على مسار الجسم).

مثال: يمثل الشكل المقابل ، نواسا بسيطا (الخيط عديم الامتطاط وطوله l) تخضع الكتلة m لقوة الثقل $\vec{P}$ وقوة التوتر $\vec{T}$ للخيط نزيح الكتلة عن وضع التوازن بزاوية α_0 (الوضع 1) ، ثم نتركه بدون سرعة ابتدائية ونسجل الوضع 2 عند الزاوية α.

1- فاثبت ان طاقته الكلية محفوظة؟
2- استنتج سرعة الجسم بدلالة الزاوية؟



الحل:

1/ - لدينا: $\Delta E_M = W_{1-2}(\vec{f})$

$\Delta E_M = W_{1-2}(\vec{T})$

وبما أن قوة التوتر $(\vec{T})$ عمودية على مسار المتحرك فإن عملها معدوم أي: $W_{1-2}(\vec{T}) = 0$.

وبالتالي فإن: $\Delta E_M = 0$.

ومنه يتحقق مبدأ انحفاظ الطاقة الميكانيكية .

2/ - ايجاد سرعة المتحرك (الجسم) .

- عند الوضع ①: $E_{M(1)} = E_{c_1} + E_{p_1}$.

$= \frac{1}{2} m v_1^2 + m g h_1$

- عند الوضع ②: $E_{M(2)} = E_{c_2} + E_{p_2}$

$= \frac{1}{2} m v_2^2 + m g h_2$

بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة الميكانيكية نجد:

$\Delta E_M = 0 \Rightarrow E_{M_1} = E_{M_2} \Rightarrow \frac{1}{2} m v_1^2 + m g h_1 = \frac{1}{2} m v_2^2 + m g h_2$

لدينا: $(v_1 = 0)$ أي $m g h_1 = \frac{1}{2} m v_2^2 + m g h_2$.

$v_2^2 = 2g(h_1 - h_2)$.

لدينا: $h_1 = l - x$, $\cos\alpha_0 = \frac{x}{l} \Rightarrow x = l\cos\alpha_0$.

$h_1 = l - l\cos\alpha_0 = l(1 - \cos\alpha_0)$

$$\left.\begin{aligned} h_1 &= l(1 - \cos\alpha_0) \\ h_2 &= l(1 - \cos\alpha) . \end{aligned}\right\} \quad v_2^2 = 2g\big(l(1-\cos\alpha_0) - l(1-\cos\alpha)\big)$$

$$\boxed{v_2 = \sqrt{2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)}}$$