جامعة الوادي **كلية العلوم الدقيقة**

السنة الأولى رياضيات وإعلام آلي **2022/2021** **السلسلة الثالثة**

ت1 :

يبدأ جسم كتلته m بالتحرك في اللحظة t=0 تحت تأثير قوة $\vec{F} = \vec{F_0}\cos wt$ حيث $\vec{F_0}$ و ω مقداران ثابتان

اوجد:

1- الزمن اللازم حتى يتوقف الجسم أول مرة؟

2- المسافة التي يقطعها الجسم خلال تلك المدة؟

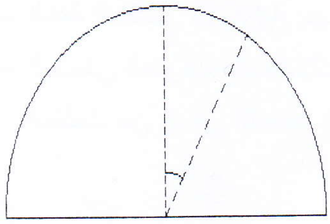
3- سرعته العظمى خلال هذه الحركة؟

ت2 :

جسم كتلته m (الشكل 1) موجود عند قمة نصف كرة من الجليد نصف قطرها R ، ينزلق دون احتكاك.

1- حدد مجموع القوى التي تؤثر في الجسم، ثم أحسب قوة رد الفعل عند النقطة M بدلالة الزاوية g، θ و m.

2- أوجد الزاوية التي يغادر بها الجسم الكرة و السرعة التي اكتسبها.



الشكل -1-

ت3 :

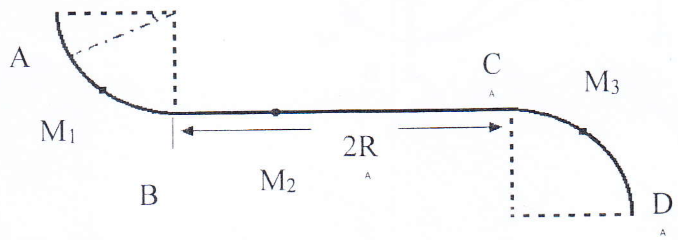
جسم كتلته m ينزلق على سطح موجه مشكل من ثلاثة أجزاء : AB جزء من دائرة نصف قطرها R ، و BC جزء مستقيم أفقي طوله 2R، و CD ربع آخر من دائرة لها نفس نصف القطر. ينزلق الجسم بدون احتكاك على الجزئين AB و CD و على الجزء BC باحتكاك معامله f.

نترك الجسم عند النقطة A (θ = 30° ,t = 0) بدون سرعة ابتدائية أوجد:

1- السرعة و رد الفعل عند نقطة كيفية M_1 من الجزء AB ، ثم استنتج السرعة عند النقطة B.

2- السرعة و رد الفعل عند نقطة كيفية M_2 من الجزء BC ، أحسب السرعة عند النقطة C

3- السرعة و رد الفعل عند نقطة كيفية M_3 من الجزء CD ، أوجد الزاوية التي يغادر بها الجسم هذا السطح.



حل السلسلة رقم 03

لمادة فيزياء 1 لـ (MI)

ت 01:

$$\sum \vec F = m\vec a$$

$$\vec F = m\vec a = m\frac{d\vec v}{dt}$$

$$\frac{d\vec v}{dt} = \frac{\vec F}{m} \Rightarrow d\vec v = \frac{\vec F}{m}dt$$

$$\int_0^v d\vec v = \int_0^t \frac{\vec F_0}{m}\cos(wt)\,dt$$

$$\vec v = \frac{\vec F_0}{m}\int_0^t \cos(wt)\,dt$$

$$= \frac{\vec F_0}{mw}(\sin(wt)\Big|_0^t$$

$$\boxed{\vec v(t) = \frac{\vec F_0}{mw}\sin(wt)}$$

حتى يتوقف الجسم يكون $v = 0$

$$\vec v = \vec 0 \Rightarrow \frac{\vec F_0}{mw}\sin(wt) = \vec 0$$

$$\sin(wt) = 0 \Rightarrow wt = k\pi$$

$$t = \frac{k\pi}{w} \quad , \quad k = 0,1,2\dots$$

حتى يتوقف الجسم أول مرة:

$$k = 1 \Rightarrow \boxed{t = \frac{\pi}{w}}$$

المسافة التي يقطعها الجسم خلال تلك المدة:

$$\vec v = \frac{d\vec x}{dt} = \frac{\vec F_0}{mw}\sin(wt)$$

$$\int_0^x d\vec x = \int_0^t \frac{\vec F_0}{mw}\sin(wt)\,dt$$

$$\vec x(t) = \frac{\vec F_0}{mw}\int_0^t \sin(wt)\,dt$$

$$\vec x(t) = \frac{\vec F_0}{mw}\left(-\frac{1}{w}\cos(wt)\right)\Big|_0^t$$

$$\vec x(t) = \frac{\vec F_0}{mw^2}\left(1 - \cos(wt)\right)$$

$$\boxed{\vec x\left(\frac{\pi}{w}\right) = \frac{2\vec F_0}{mw^2}}$$

- سرعته العظمى:

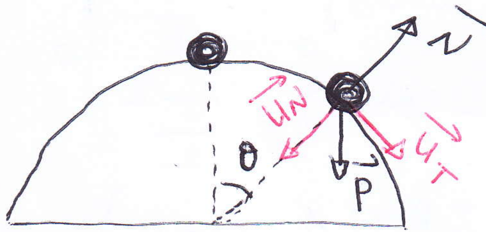
لدينا: $\vec v = \frac{\vec F_0}{mw}\sin(wt)$

حتى تكون $\vec v$ عظمى يلزم:

$$\sin(wt) = 1$$

$$\boxed{\vec v = \frac{\vec F_0}{mw}}$$

ت 02:



$\vec N$: هي قوة رد الفعل

1- بتطبيق المبدأ الأساسي للتحريك:

$$\sum \vec F = m\vec a$$

$$\vec P + \vec N = m\vec a$$

- باستعمال الإحداثيات المنحنية

نجد:

$$\begin{cases} P\cos\theta - N = m a_N = m\frac{v^2}{R} \\ P\sin\theta = m a_T = m\frac{dv}{dt} \end{cases}$$

$$\begin{cases} mg\cos\theta - N = m\frac{v^2}{R} \\ mg\sin\theta = m\frac{dv}{dt} \end{cases}$$

$$\begin{cases} mg\cos\theta - N = m\cdot\frac{v^2}{R} \quad \dots (1) \\ g\sin\theta = \frac{dv}{dt} \quad \dots (2) \end{cases}$$

- الحركة دائرية فإن:

$$v = R\omega = R\frac{d\theta}{dt}$$

لدينا: $\frac{d\theta}{dt} = \frac{v}{R}$

من (2) نجد:

$$mg\sin\theta \frac{d\theta}{dt} = m.\frac{dv}{dt}.\frac{d\theta}{dt}$$

$$g\sin\theta.\frac{d\theta}{dt} = \frac{dv}{dt}.\frac{v}{R}$$

$$g\sin\theta\, d\theta = \frac{v}{R}dv$$

$$Rg\sin\theta\, d\theta = v\,dv$$

$$\int_0^{\theta} Rg\sin\theta\, d\theta = \int_0^{v} v\,dv$$

$$Rg(-\cos\theta)\Big|_0^{\theta} = \frac{v^2}{2}\Big|_0^{v}$$

$$Rg(1-\cos\theta) = \frac{v^2}{2}$$

$$v^2 = 2Rg(1-\cos\theta)$$

$$\boxed{v = \sqrt{2Rg(1-\cos\theta)}}$$

من (1) نجد:

$$mg\cos\theta - N = m\frac{v^2}{R}$$

$$N = mg\cos\theta - \frac{mv^2}{R}$$

نعوض عن v في المعادلة نجد:

$$N = mg\cos\theta - \frac{m}{R}\left(2Rg(1-\cos\theta)\right)$$

$$N = mg\cos\theta - 2mg(1-\cos\theta)$$

$$N = 3mg\cos\theta - 2mg$$

$$\boxed{N = mg(3\cos\theta - 2)}$$

2/- متى يغادر الجسم الأثر

$N = 0$.

$$mg(3\cos\theta - 2) = 0.$$

$$3\cos\theta - 2 = 0 \Rightarrow \cos\theta = \frac{2}{3}$$

$$\boxed{\theta = 48{,}19^\circ}$$

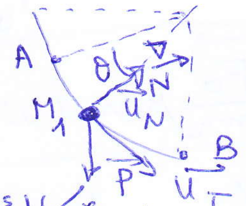
- نعوض θ في عبارة السرعة نجد:

$$v = \sqrt{2Rg(\quad - \quad)}$$

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{2}{3}Rg}}$$

ت 03:

المرحلة (1):



- الحركة دون احتكاك:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}, \quad \vec{P} + \vec{N} = m\vec{a}$$

$$\begin{cases} mg\cos\theta = m a_T = m\frac{dv}{dt} \\ -mg\sin\theta + N = m a_N = m\frac{v^2}{R} \end{cases}$$

$$\begin{cases} g\cos\theta = \frac{dv}{dt} \\ -mg\sin\theta + N = m\frac{v^2}{R} \end{cases}$$

لدينا: $\frac{d\theta}{dt} = \frac{v}{R}$

$$g\cos\theta\, d\theta = d\theta.\frac{dv}{dt} = \frac{d\theta}{dt}.dv$$

$$g\cos\theta\, d\theta = \frac{v}{R}.dv$$

$$\int_{30}^{\theta} Rg\cos\theta\, d\theta = \int_0^{v_{M1}} v\,dv$$

$$Rg(\sin\theta)\Big|_{30}^{\theta} = \frac{1}{2}v^2\Big|_0^{v_{M1}}$$

$$\frac{1}{2} v_{M_1} = Rg\left(\sin\theta - \frac{1}{2}\right)$$

$$\boxed{v_{M_1} = 2Rg\left(\sin\theta - \frac{1}{2}\right)}$$

$$N = m\frac{v^2}{R} + mg\sin\theta$$

$$= \frac{m}{R}\cdot 2Rg\left(\sin\theta - \frac{1}{2}\right) + mg\sin\theta$$

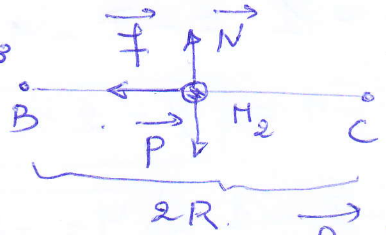
$$\boxed{N = mg(3\sin\theta - 1)}$$

عند $\theta = \frac{\pi}{2}$

$$v_B = \sqrt{2Rg\left(1 - \frac{1}{2}\right)}$$

$$\boxed{v_B = \sqrt{Rg}} \quad , \quad \boxed{N_B = 2mg}$$

المرحلة 2 :



$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{f} + \vec{P} + \vec{N} = m\vec{a}$$

بالاسقاط على محور الحركة نجد :

$$-f = m\frac{dv}{dt}$$

لدينا : $P = N$

$$-\mu mg = m\frac{dv}{dt}$$

$$-\mu g = \frac{dv}{dt} \Rightarrow -\mu g v = v\frac{dv}{dt}$$

$$-\mu g v\,dt = v\,dv$$

$$\int_0^x -\mu g\,dx = \int_{v_B}^{v_{M_2}} v\,dv$$

$$-\mu g x = \frac{1}{2}\left(v_{M_2}^2 - v_B^2\right)$$

$$-2\mu g x = v_{M_2}^2 - v_B^2$$

$$v_{M_2}^2 = v_B^2 - 2\mu g x$$

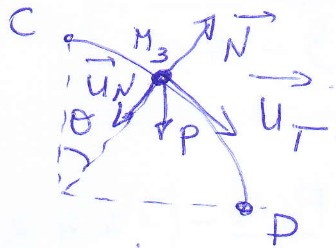
$$\boxed{v_{M_2} = \sqrt{Rg - 2\mu g x}}$$

عند C : لدينا : $x = 2R$

$$v_C = \sqrt{Rg - 2\mu g\, 2R}$$

$$\boxed{v_C = \sqrt{Rg(1 - 4\mu)}}$$

المرحلة 03 :



بنفس الطريقة نجد :

$$mg\left(-\cos\theta\Big|_0^{\theta}\right) = \frac{m}{2R} v^2\Big|_{v_C}^{v_{M_3}}$$

$$2Rg(1 - \cos\theta) = v_{M_3}^2 - v_C^2$$

بتعويض عن v_C نجد :

$$\boxed{v_{M_3} = \sqrt{Rg(3 - 2\cos\theta - 4\mu)}}$$

$$\boxed{N = mg(3\cos\theta + 4\mu - 3)}$$

$$N = 0 \Rightarrow \cos\theta = \frac{3 - 4\mu}{3}$$

$$\boxed{\cos\theta = 1 - \frac{4}{3}\mu}$$

حل السلسلة رقم 04

التمرين 01:

$$\vec{F} = -\left(\frac{\partial E_p}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial E_p}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial E_p}{\partial z}\vec{k}\right)$$

$$= F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k}$$

بالمطابقة نجد:

$$F_x = -\frac{\partial E_p}{\partial x} \Rightarrow F_x = -(4x - y)$$

$$\boxed{F_x = y - 4x}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \vec{0}$$

يعني أن $\vec{F}$ مشتقة من كمون

$$W_{A-D} = \int \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

نحسب معادلة المستقيم الذي يمر من النقطتين: $A(1,2,-1)$ و $D(2,4,-2)$ نجد:

$$\frac{x - x_A}{x_D - x_A} = \frac{y - y_A}{y_D - y_A} = \frac{z - z_A}{z_D - z_A}$$