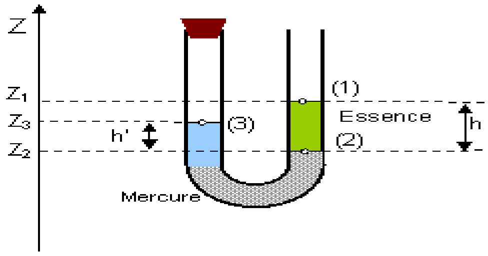
Faculté de technologie
Département de Génie des Procédés ET Industries Pétrochimiques. 2éme EM / LMD

Série d'exercices N°03 : **hydrostatique**

Exercice N°1 :

Soit un tube en U fermé à une extrémité qui contient deux liquides non miscibles.



Entre les surfaces :

-(1) et (2) il s'agit de l'essence de masse volumique $\rho_{essence}$=700 kg/m^3.

- (2) et (3), il s'agit du mercure de masse volumique $\rho_{mercure}$=13600 kg/m^3.

La pression au-dessus de la surface libre (1) est P_1=P_{atm}=1 bar. L'accélération de la pesanteur est g=9,8 m/s^2. La branche fermée emprisonne un gaz à une pression P3 qu'on cherche à calculer.

- En appliquant la RFH pour l'essence, calculer la pression P_2 (en mbar) au niveau de la surface de séparation (2) sachant que h= (Z_1-Z_2)= 728 mm.
- De même, pour le mercure, calculer la pression P_3 (en mbar) au niveau de la surface (3) sachant que h'= (Z_3-Z_2)= 15 mm.

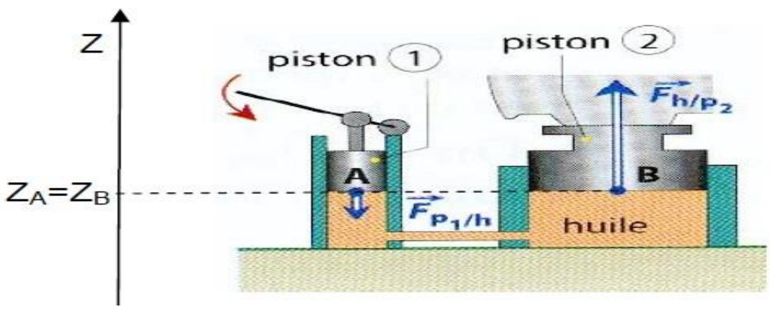
Exercice N°2:

La figure ci-dessous représente un cric hydraulique formé de deux pistons (1) et (2) de section circulaire. Sous l'effet d'une action sur le levier, le piston (1) agit, au point (A), par une force de pression $\vec{F}_{P1/h}$ sur l'huile. L'huile agit, au point (B) sur le piston (2) par une force $\vec{F}_{h/P2}$

On donne :

- les diamètres de chacun des pistons : D1 = 10 mm; D2 = 100 mm.

- l'intensité de la force de pression en A : $\vec{F}_{P1/h} = 150N$.



Travail demandé :

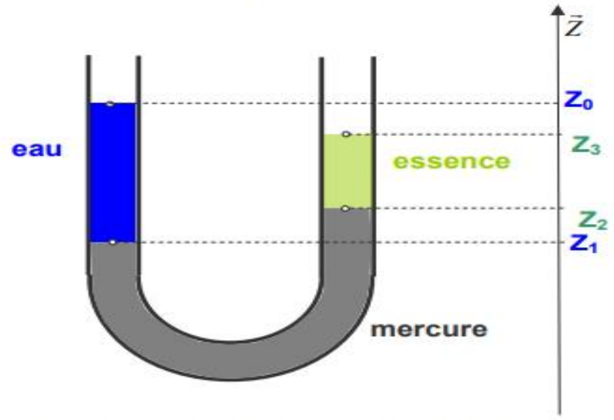
1) Déterminer la pression PA de l'huile au point A.

2) Quelle est la pression PB ?

3) En déduire l'intensité de la force de pression $\vec{F}_{h/P2}$.

Exercice N°3:

On considère un tube en U contenant trois liquides:



- de l'eau ayant une masse volumique ρ_1 = 1000 kg/m^3,
- du mercure ayant une masse volumique ρ_2 = 13600 kg/m^3,
- de l'essence ayant une masse volumique ρ_3 = 700 kg/m^3.

On donne :

$Z_0 - Z_1 = 0{,}2$ m

$Z_3 - Z_2 = 0{,}1$ m

$Z_1 + Z_2 = 1{,}0$ m

On demande de calculer Z_0, Z_1, Z_2 et Z_3.

Exercice N°4:

On considère deux récipients A et B reliés par un tube ACDB. Les récipients A et B ainsi que les portions AC et DB du tube contiennent de l'eau. La portion CD contient du mercure. On connait : P_A = 28 bars, P_B = 14 bars, l = 2 m

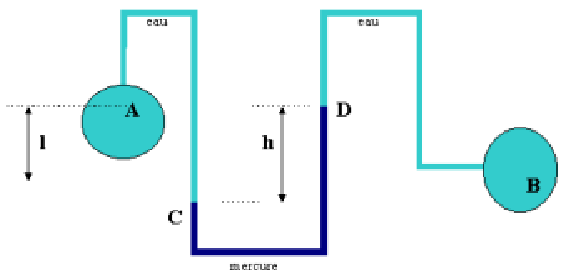


FIGURE 1 – Système

- **Déterminer la dénivellation h = $Z_c - Z_D$ du mercure.**

Exercice N°5 :

Dans le circuit ci-dessous, **calculer la pression en A.**

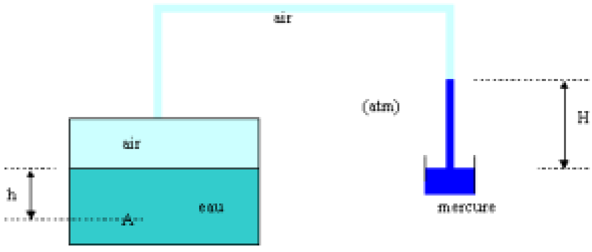


FIGURE 2 – Circuit

Données : H = 34, 3 cm, h =53cm, ρ_{eau} = 1. 10^3 Kg.m $^{-3}$ et $\rho_{mercure}$ = 13, 55 kg .m^{-3}

Exercice N°6 :

On considère un réservoir circulaire (diamètre d = 1 m). Un piston repose sur la surface libre de l'huile (densité d_H = 0, 86) qui remplit le réservoir et le tube (pas de frottement et étanchéité parfaite entre le piston et le réservoir). Le manomètre donne la pression absolue à l'extrémité du tube : 2 bars**.**

On connait : h = 10 m. **Déterminer la masse du piston.**

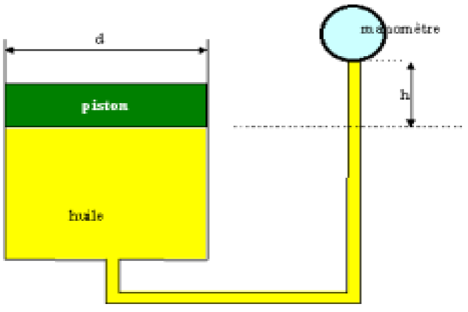


FIGURE 3 – Réservoir circulaire.

Exercice N°7:

Le tube en U contient du mercure (densité 13,57). Densité de l'huile : 0,75.

- **Quelle est la pression au manomètre ?**

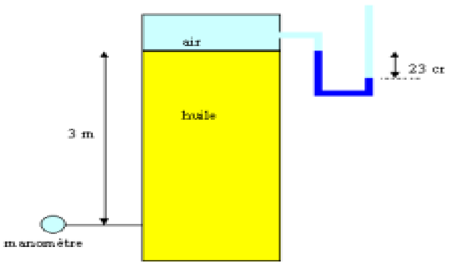


FIGURE 4 – Tube en U.

Exercice N°8 :

Dans le baromètre schématisé ci-dessous, déterminer la relation entre lapression absolue P du vide partiel et la hauteur H.

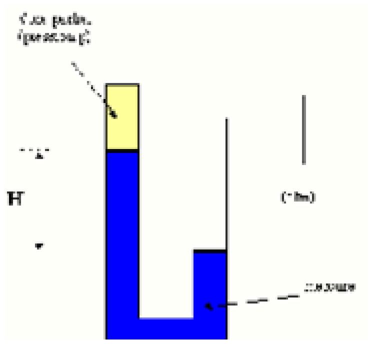


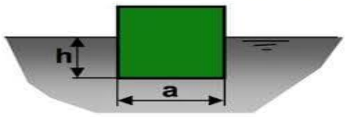
Figure 5 – Baromètre schématise

- **Quelle est la valeur maximale de H ?**

THEOREME D'ARCHIMEDE

Exercice N°1 :

Un cube en acier de coté a=50 cm flotte sur du mercure.



On donne les masses volumiques :

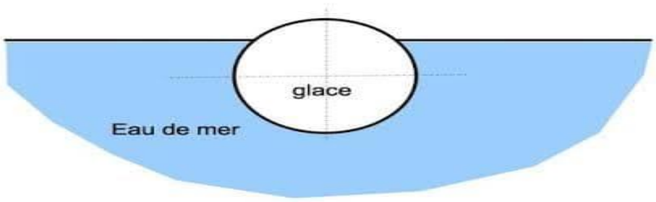
- de l'acier ρ_1= 7800 kg/m^3
- du mercure ρ_2= 13600 kg/m^3

1) Appliquer le théorème d'Archimède,

2) Déterminer la hauteur h immergée.

Exercice N°2 :

La glace à -10°C a une masse volumique ρ_{glace}= 995 kg/m^3. Un iceberg sphérique de 1000 tonnes flotte à la surface de l'eau. L'eau de mer a une masse volumique ρ_{eau} = 1025 kg/m^3.



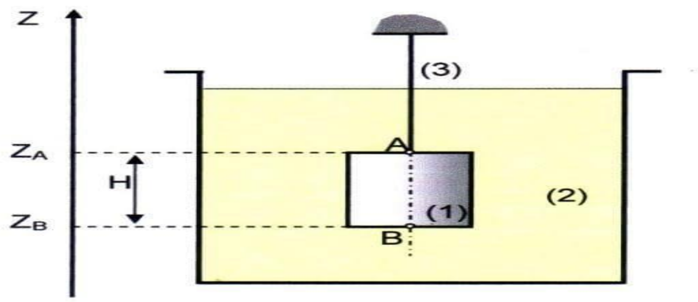
Travail demandé :

1) Déterminer la fraction F du volume immergée ?

2) Quelle sera F si la glace avait une forme cubique ?

Exercice N°3:

On considère un cylindre (1) en acier, de rayon R et de hauteur H. Ce cylindre est suspendu par un fil (3) à l'intérieur d'un récipient contenant de l'huile (2).



On donne : L'accélération de la pesanteur g=9,81 m/s^2, la masse volumique de l'huile ρ_{huile} =824 kg/m^3, la masse volumique de l'acier ρ_{acier} =7800 kg/m^3,

Travail demandé :

1) Déterminer l'expression de la tension T du fil en appliquant le théorème d'Archimède.

2) Retrouver la même expression en utilisant la RFH.

3) Faire une application numérique pour R=0,1 m et H=0,2 m.

Solution (série 3)

Exercice 1 :

2 RÉPONSE

1) RFH pour l'essence : $P_2 - P_1 = \rho_{essence}.g.(Z_1 - Z_2)$

$\boxed{P_2 = P_1 + \rho_{essence}.g.h}$ A.N. $\boxed{P_2 = 10^5 + 700.9,8.0,728 = 1,05.10^5 \ pascal = 1050 \ mbar}$

2) RFH pour le mercure : $P_2 - P_3 = \rho_{mercure}.g.(Z_3 - Z_2)$

$\boxed{P_3 = P_2 - \rho_{mercure}.g.h'}$ A.N. $\boxed{P_3 = 1050.10^3 - 13600.9,8.0,15 = 1,03.10^5 \ pascal = 1030 \ mbar}$

Exercice 2 :

1) Pression P_A de l'huile au point A: $\boxed{P_A = \frac{4.F_{P1/h}}{\pi.D_1^2}}$ A.N $\boxed{P_A = \frac{4.150}{\pi.0,01^2} = 19.10^5 \ P_a}$

2) RFH entre A et B: $\boxed{P_A - P_B = \varpi.(Z_B - Z_A)}$, or $Z_A = Z_B$ donc $\boxed{P_B = P_A = 19.10^5 \ Pascal}$.

3) Force de pression en B : $\boxed{F_{h/P2} = P_B.\frac{\pi.D_2^2}{4}}$ .N. $\boxed{F_{h/P2} = 19.10^5.\frac{\pi.0,1^2}{4} = 14922,56 \ N}$

Commentaire: On constate que la force $F_{p1/h}$ = 150 N est relativement faible par rapport à $F_{h/P2}$=14922,56 N. Avec ce système nous avons atteint un rapport de

Exercice 3 :

2 RÉPONSE

D'après (RFH), chapitre 2, on peut écrire:

$P_1 - P_0 = \rho_1.g.(Z_0 - Z_1)$

$P_2 - P_1 = \rho_2.g.(Z_1 - Z_2)$

$P_3 - P_2 = \rho_3.g.(Z_2 - Z_3)$

Puisque que $P_0 = P_3 = P_{atm}$, en faisant la somme de ces trois équations on obtient :

$\rho_1.(Z_0 - Z_1) + \rho_2.(Z_1 - Z_2) + \rho_3.(Z_2 - Z_3) = 0$

$\Rightarrow \quad (Z_2 - Z_1) = \frac{\rho_1}{\rho_2}.(Z_0 - Z_1) - \frac{\rho_3}{\rho_2}.(Z_3 - Z_2)$ A.N: $(Z_2 - Z_1) = 0,0096$ m

or $(Z_1 + Z_2) = 1,0$ m donc $\boxed{Z_2 = 0,5048 \text{ m}}$ et $\boxed{Z_1 = 0,4952 \text{ m}}$

$(Z_3 - Z_2) = 0,1$ m donc $\boxed{Z_3 = 0,6048 \text{ m}}$

$(Z_0 - Z_1) = 0,2$ m donc $\boxed{Z_0 = 0,6952 \text{ m}}$

Exercice 4 :

Corrigé :

Appliquons la loi de l'hydrostatique entre A et C, C et D puis D et B :

$$\begin{aligned} P_A + \rho_{eau} g z_A &= P_C + \rho_{eau} g z_C \\ P_C + \rho_{Hg} g z_C &= P_D + \rho_{Hg} g z_D \\ P_D + \rho_{eau} g z_D &= P_B + \rho_{eau} g z_B \end{aligned}$$

Effectuons ensuite la somme de ces trois équations membre à membre. Les pressions en C et D s'annulent et en remplaçant $z_A - z_B$ par l et $z_D - z_C$ par h, on en déduit le résultat suivant :

$$h = \frac{P_B - P_A - \rho_{eau} g l}{g(\rho_{eau} - \rho_{Hg})}$$

Application numérique : $h = 11,51\ m$

Exercice 5 :

Corrigé :

Pour appliquer la loi de l'hydrostatique, la règle d'or est de choisir correctement les points entre lesquels la loi sera appliquée. Il suffit de prendre ces points dés qu'il y a une interface (liquide-liquide, liquide-gaz ou liquide-solide).

Dans l'exemple qui nous intéresse, appelons :
- B un point situé à l'interface eau-air dans la cuve de gauche,
- C un point situé à l'interface air-mercure dans la conduite reliant la cuve au réservoir de mercure,
- D un point situé à l'interface mercure-air sur la surface libre du réservoir de mercure.

D'aprés l'énoncé, on connait :

$$\begin{aligned} P_D &= P_{atm} \\ z_B - z_A &= h \\ z_C - z_D &= H \end{aligned}$$

Appliquons la loi de l'hydrostatique entre A et B, B et C, C et D :

$$\begin{aligned} P_A + \rho_{eau} g z_A &= P_B + \rho_{eau} g z_B \\ P_B + \rho_{air} g z_B &= P_C + \rho_{air} g z_C \\ P_C + \rho_{Hg} g z_C &= P_D + \rho_{Hg} g z_D \end{aligned}$$

En effectuant la somme de ces trois équations et en considérant que $\rho_{air} = 0$, on en déduit le résultat :

$$P_A = P_{atm} + g(h\rho_{eau} - H\rho_{Hg})$$

Application numérique : $P_A = 6.10^4$ Pa.

Exercice 6 :

Corrigé :

Détermination des points entre lesquels nous allons appliquer la loi de l'hydrostatique (dans le cas d'un fluide) ou loi de la mécanique (dans le cas d'un solide) :

Nom du point	Location du point
Point A	Interface air / piston
Point B	Interface piston / huile
Point C	Extrémité du tube (pression donnée par le manomètre)

Entre A et B : La pression en B résulte de la pression en A plus de celle due au poids du piston.

Entre B et C : On applique la loi de l'hydrostatique :

$$P_B + \rho_{huile} g z_B = P_C + \rho_{huile} g z_C$$

On connaît P_C, $P_A = P_{atm}$ et $z_C - z_B = h$. On en déduit la valeur de M :

$$M = \frac{\pi d^2}{4g}(P_C + \rho_{huile} g h - P_{atm})$$

avec : $\rho_{huile} = \rho_{eau} d_H$.

Application numérique : $M = 14,76$ tonnes.

Exercice 7 :

Corrigé :

Détermination des points entre lesquels nous allons appliquer la loi de l'hydrostatique :

Nom du point	Location du point
Point A	Dans l'huile au niveau du manomètre
Point B	Interface huile / air
Point C	Interface air / mercure
Point D	Interface mercure / atmosphère

$$\begin{aligned} P_A + \rho_{eau} g z_A &= P_B + \rho_{eau} g z_B \\ P_B + \rho_{air} g z_B &= P_C + \rho_{air} g z_C \\ P_C + \rho_{Hg} g z_C &= P_D + \rho_{Hg} g z_D \end{aligned}$$

Application de la loi de l'hydrostatique :

$$\begin{aligned} P_A + \rho_{huile} g z_A &= P_B + \rho_{huile} g z_B \\ P_B + \rho_{air} g z_B &= P_C + \rho_{air} g z_C \\ P_C + \rho_{Hg} g z_C &= P_D + \rho_{Hg} g z_D \end{aligned}$$

On connaît P_A, $P_C = P_{atm}$, $z_B - z_A = H$, $z_C - z_D = h$ et $\rho_{air} = 0$. En effectuant la somme des trois équations ci-dessus, on en déduit la valeur de la pression en A :

$$P_A = P_{atm} - \rho_{Hg} g h + \rho_{huile} g H$$

avec : $\rho_{huile} = d_{huile} \rho_{eau}$ et $\rho_{Hg} = d_{Hg} \rho_{eau}$

Application numérique : ($H = 3$ m, $h = 23$ cm, $P_{atm} = 105$ Pa, $g = 9,81$ m^2 s^{-1}) $P_A = 6,9610^4$ Pa.

Exercice 8 :

Corrigé :

Détermination des points entre lesquels nous allons appliquer la loi de l'hydrostatique :

Nom du point	Location du point
Point A	Interface vide / mercure
Point B	Interface mercure / atmosphère

Application de la loi de l'hydrostatique :

$$P_A + \rho_{Hg} g z_A = P_B + \rho_{Hg} g z_B$$

On connaît $P_A = P$, $z_A - z_B = H$ et $P_B = P_{atm}$. On en déduit le résultat :

$$H = \frac{P_{atm} - P}{\rho_{Hg} g}$$

La valeur maximale de H est obtenue pour $P = 0$:

Application numérique : ($\rho_{Hg} = 13600$ kg.m^{-3}, $P_{atm} = 10^5$ Pa, $g = 9,81$ m^2 s^{-1}) $H_{max} = 0,75$ m.

Solution (série 4)

Exercice 1 :

1) Equation d'équilibre : P_{arch}=Poids $\Rightarrow \rho_{glace} \cdot g \cdot V_{total} = \rho_{eau} \cdot g \cdot V_{immergé}$

donc $\boxed{F = \frac{V_{immergé}}{V_{total}}.100 = \frac{\rho_{glace}}{\rho_{eau}}.100}$

A.N. $\boxed{F = \frac{995}{1025}.100 = 97\%}$

2) La fraction F ne dépend que du rapport des masses volumiques. Elle est indépendante de la forme. Donc F=97% si la forme était cubique.

Exercice 2 :

2 ***REPONSE***

1) Théorème d'Archimède : la poussée d'Archimède est égal au poids du volume déplacé: $\boxed{P_{ARCH} = a^2.h.\rho_2.g}$.

2) Equation d'équilibre : $P_{ARCH} = Poids$

Donc $a^2.h.\rho_2.g = a^3.\rho_1.g$

équivaut à $\boxed{h = \frac{\rho_1}{\rho_2}.a}$

A.N. $\boxed{h = \frac{7800}{13600}.50 = 28,676\ cm}$

Exercice 3 :

2 REPONSE

1) Equation d'équilibre : $\vec{T}+\vec{P}+\vec{P}_{ARCH}=\vec{0}$

$\vec{T}$: tension du fil ; $\vec{P}$: poids du cylindre et $\vec{P}_{ARCH}$:poussée d'Archimède.

Projection selon $\vec{Z}$: $T-mg+P_{ARCH}=0$ (m : masse du cylindre : $m=\rho_{acier}.\pi.R^2.H$)

Th. d'Archimède : $P_{ARCH}=\rho_{huile}.\pi.R^2.H$ donc $\boxed{T=(\rho_{acier}-\rho_{huile}).\pi.R^2.H.g}$

2) Equation d'équilibre : $\vec{T}+\vec{P}+\vec{F}_A+\vec{F}_B+\Sigma\vec{F}_L=\vec{0}$

$\vec{T}$: tension du fil, $\vec{P}$: poids du cylindre , $\vec{F}_A$: force de pression agissant sur la surface supérieure, $\vec{F}_B$: force de pression agissant sur la surface inférieure, $\Sigma\vec{F}_L$: forces de pression agissant sur la surface latérale (perpendiculaire à l'axe $\vec{Z}$).

Projection selon $\vec{Z}$: $T-mg-P_A.S+P_B.S=0$

Où m : masse du cylindre ; P_A , P_B :pressions respectivement au point A et au point B et S : section.

RFH : $P_B-P_A=\rho_{huile}.g.H$ donc $\boxed{T=(\rho_{acier}-\rho_{huile}).\pi.R^2.H.g}$

3) $\boxed{T=(7800-824).\pi.0{,}1^2.0{,}2.9{,}81=429{,}5\ N}$