قسم الرياضيات	جامعة الشهيد حمه لخضر – الوادي كلية العلوم الدقيقة	مقيـاس: المعادلات التفاضلية
السنة الثالثة رياضيات		السنة الجامعية:2022/2021

سلسلة تمارين رقم 02 (المعـادلات التفـاضلية من الرتب الأعلى)

التمرين1: حل المعادلات التفاضلية التالية:

1) $y''+4y'+3y=e^{x}$

2*) $y''+2y'+y=e^{-x}$

3) $y''+2y'-3y=9x-3$

4*) $y'''-2y''-y'+2y=0$

5) $y^{(4)}-y=0$

6) $y'''-4y''+5y'-2y=2x+3$

التمرين2: نعتبر معادلة أولر التفاضلية التالية:

$x^2y''+axy'+by=0 \cdots (E)$ مع $x>0$ و y دالة للمتغير المستقل x، a و b ثابتان حقيقيان.

1) باستعمال تبديل المتغير $x=e^t$، بيّن أن المعادلة (E) تكافئ معادلة تفاضلية خطية من الرتبة الثانية بمعاملات ثابتة ذات المتغير المستقل t يُطلب تعيينها.

2) بفرض أن r_1، r_2 يرمزان لحلّي المعادلة $r^2+(a-1)r+b=0$، فاثبت أنّه:

أ– إذا كان r_1، r_2 حلّين حقيقيين مختلفين، فالحل العام للمعادلة (E) هو: $y=c_1x^{r_1}+c_2x^{r_2}$

ب– إذا كان r_1، r_2 حلّين حقيقيين متساويين $(r_1=r_2)$، فالحل العام للمعادلة (E) هو: $y=(c_1+c_2\ln x)x^{r_1}$

ج– إذا كان r_1، r_2 حلّين مركبين مترافقين و كان $r_1=\alpha+i\beta$، فالحل العام للمعادلة (E) هو:

$$y=x^{\alpha}\left(c_1\cos(\beta\ln x)+c_2\sin(\beta\ln x)\right)$$

تطبيق: حل المعادلتين التفاضليتين (مع فرض $x>0$):

$x^2y''-2y=0 \cdots (1)$ ، $x^2y''+xy'+4y=\sin(\ln x) \cdots (2)$

التمرين3:

1) عين الحل العام للمعادلة التفاضلية التالية: $(E_1) \cdots y''-y'+y=0$.

2) لتكن u الدالة العددية المعرّفة والقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}_+^*$ وتُحقّق المعادلة التالية: $(E_2) \cdots u'(t)=u\left(\frac{1}{t}\right)$

أ– بوضع $h(x)=u(e^{x})$، فبيّن أنّه من أجل كل حل u للمعادلة (E_2) فإن h حلا للمعادلة (E_1).

ب– أوجد الحل العام u الذي يُحقّق المعادلة (E_2)

(مع ملاحظة أن الحل العام للمعادلة (E_2) مرتبط بثابت حقيقي واحد فقط).