جامعة الوادي

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

سلسلة تمارين في الإحصاء (المتغيرات العشوائية)

تمرين 01: أحد الإحصائيات تصور وضعا لجميع الأسر التي تسكن في البلد المذكورة من حيث ملكية السيارات. 20% من الأسر لا تملك أي سيارة و50% من الأسر تملك سيارة واحدة و15% من الأسر تملك سيارتين و10% من الأسر تملك ثلاث سيارات و5% من الأسر تملك أربعة سيارات. إذا رمزنا بـ X عدد السيارات و Y عدد العجلات التي تملكها أسرة

- ما متوسط عدد السيارات للأسرة الواحدة؟
- احسب متوسط عدد العجلات للأسرة الواحدة؟
- احسب تباين X و Y واستنتج انحرافهما المعياري؟

تمرين 02: قذفنا زهرتا نرد ولنكن X عدد النقاط الظاهرة على الحجر الأول و Y عدد النقاط الظاهرة على الحجر الثاني:

1- اكتب التوزيع الاحتمالي لـ $T=X+Y$ واحسب $E(T); V(T)$؟

2- اكتب التوزيع الاحتمالي لـ $W=X.Y$ واحسب $E(W), V(W)$؟

3- استخرج التوزيع الاحتمالي لكل من X و Y احسب $E(X); E(Y); V(X); V(Y)$؟

4- قارن بين $E(T)$ و $E(X)+E(Y)$ ، وبين $V(T)$ و $V(X)+V(Y)$؟

تمرين 03: إذا كان X متغير عشوائي يمثل عدد الأولاد الذكور في العائلة المكونة من 4 أطفال:

- كون جدول يمثل التوزيع الاحتمالي لـ X ومثله بيانيا؟
- أوجد $P(1 \le X \le 3); P(X \ge 1); P(X \le 3); P(X < 2)$؟

تمرين 04: متغير عشوائي يأخذ القيمة 1 باحتمال p و 0 باحتمال $q=1-p$؟ -

أثبت أن: $E(X)=p; E(X-E(X))^2 = pq$ ؟

تمرين 05: X متغير عشوائي يمكن أن يأخذ القيم الثلاث التالية: 0,1,2 باحتمالات موجبة:

حدد قانونه الاحتمالي إذا علمت أن: $E(X)=1, V(X)=\frac{1}{2}$ ؟

تمرين 06: ليكن X متغير عشوائي معرف بدالة كثافة احتمال F معرفة كما يلي:

$$F(X) = \begin{cases} A/x & si\ -e \le x < -1 \\ x+1-a & si\ -1 \le x < 0 \\ 0 & sinon \end{cases}$$

احسب a لأجل تعريف دالة الكثافة للتوزيع الاحتمالي F للمتغير X واحسب $E(X)$؟

تمرين 07: نعرض الدالة F والمعرفة كما يلي:

$$F(X) = \begin{cases} -\frac{x}{\theta}-\frac{1}{2} & si\ -\theta \le x < -\frac{\theta}{2} \\ \frac{x}{\theta}-\frac{1}{2} & si\ \frac{\theta}{2} \le x < \theta \\ 0 & sinon \end{cases}$$

حيث θ هي معلمة حقيقية موجبة

حدد θ بحيث تصبح F دالة كثافة احتمالية؟

أوجد $E(X), V(X)$؟

جامعة الوادي

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

سلسلة تمارين في الإحصاء (التوزيعات الاحتمالية للمتغيرات المنفصلة)

تمرين 01: لوحظ لمدة طويلة أن صيادا يصيب هدفه باحتمال 0.8 إذا أطلق 4 طلقات على هدف فما هو احتمال: أ- إصابة الهدف مرتين.

ب- إصابة الهدف مرتين على الأقل

تمرين 02: إذا كان 20% من إنتاج آلة لصناعة المسامير هو إنتاج تالف، أوجد احتمال أن يكون من بين 4 مسامير اختيرت عشوائيا:

أ- مسمار تالف. ب- لا يوجد تالف. ج- على الأكثر مسماران تالفان.

تمرين 03: إذا كان X متغير عشوائي منفصل يتبع توزيع ثنائي الحد $X \to B(n,p)$

أثبت باستعمال التعريف العام أن: $E(X) = np$ و $V(X) = npq$.

تمرين 04: احتمال طرد طالب من الكلية بسبب تأخره في السنة الأولى هو 0.4 أوجد احتمال أن يكون من بين 5 طلبة:

أ- لا يطرد أحد. ب- يطرد واحد على الأقل بنفس الشروط.

تمرين 05: يجرى تفتيش الشحنات المكونة من الصمامات القادمة إلى مؤسسة صناعية بطريقة كما يلي، ولنفرض أن هذه الطريقة تتلخص في اختيا
قطع ويتم اختبارها واحدة تلو الأخرى وترفض الشحنة إذا لاحظنا قطعتين مرفوضتين أو أكثر.

- إذا احتوت شحنة صمامات على 5% من القطع المرفوضة فما هو: - احتمال قبول الشحنة؟ - رفضها؟

تمرين 06: عند إلقاء زهرتي نرد 6 مرات ما هو احتمال الحصول على المجموع يساوي 9:

- مرتين. - على الأقل مرتين.

تمرين 07: تقع حوادث الاصطدام في الطرق في منطقة معينة بمعدل حادث واحد لكل يومين

أ- احسب الاحتمالات الموافقة لـ 6.5.4.3.2.1.0 حوادث الاصطدام في الأسبوع لتلك المنطقة؟

ب- ما عدد الاصطدامات الأسبوعية الأكثر احتمالا؟

ج- كم يوم في الأسبوع تتوقع أن يمر بدون حادث؟

تمرين 08: نعتبر X المتغير العشوائي الذي يتبع التوزيع البواسوني بالمعلمة الموجبة λ، $X \to P(\lambda)$:

باستعمال التعريف العام أثبت أن: $V(X) = E(X) = \lambda$.

تمرين 09: 10% من الأدوات المنتجة في عملية صناعية معينة هي أدوات تالفة، أوجد احتمال أن يكون في 10 من هذه الأدوات وحدتان تالفتان بالضبط باستخدام: أ- توزيع ذو الحدين؟ ب- تقريب بواسون لتوزيع ذو الحدين؟

تمرين 10: احتمال أن يعاني شخص من رد فعل سيئ عند حقنه بمصل معين هو 0.001 أوجد احتمال أنه من 2000 شخص:

أ- ثلاثة بالضبط سيعانون من رد فعل سيئ؟

ب- أكثر من شخصين سيعانون من رد فعل سيئ؟