جامعة الشهيد حمة لخضر-الوادي

قسم الرياضيات — السنة الجامعية: 2022/2021

المستوى: سنة ثانية رياضيات — مقياس: مدخل الى الطبواوجيا

سلسلة تمرين 01

التمرين الأول: لتكن المجموعة $E = \{a, b, c\}$ و $\tau = \{\emptyset, E, \{a, b\}, \{a, c\}, \{a\}\}$

(١). بين ان τ تعرف طبولوجيا على المجموعة E.

(٢). عين الاجزاء المغلقة في τ.

(٣). عين عناصر الطبولوجيا τ_A علما ان $A = \{a, b\}$.

التمرين الثاني:

لتكن τ_1 و τ_2 طبولوجيتان على مجموعة X.

(١). برهن ان $\tau_1 \cap \tau_2$ طبولوجيا على X.

(٢). برهن ان $\tau_1 \cup \tau_2$ ليس بالضرورة طبولوجيا على X.

التمرين الثالث

لتك τ مجموعة اجزء لمجموعة الاعداد الحقيقية والتي تحوي المجوعة الخالية ، مجموعة الاعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ و كل المجالات من الشكل $]-\infty, b), b \in \mathbb{R}$. بين τ طبولوجيا على $\mathbb{R}$.

التمرين الرابع

ليكن (A, τ_A) فضء طبولوجي جزئي من فضاء طبولوجي (X, τ).

برهن ان جزءا مفتوحا كون مفتوحا في τ_A اذا وفقط اذا كانت A مفتوحة.

التمرين الخامس

لتن E مجموعة غير منتهية و $\tau_{cof} = \{B \subset X, X - B(\text{منتهية})\} \cup \{\emptyset\}$.

(١). بين ان τ_{cof} طبولوجيا على E.

(٢). ماهي الاجزاء المغلقةبالنسبة لهاته الطبولوجيا.

(٣). اذا كان A جزءا منتهيا من E عين $\overline{A}, \mathring{A}, Fr(A)$.

(٤). اذا كان A جزء غير منته، عين $\overline{A}, \mathring{A}, Fr(A)$.

التمرين السادس

ليكن $f, g : (E, \tau_E) \to (F, \tau_F)$ تطبيقا مستمران.

(١). بين انه اذا كان E منفصلا فان $A = \{x \in E, f(x) = g(x)\}$ جزءا مغلقا.

(٢). بين انه اذا كان E منفصلا فان $G_f = \{(x, f(x), x \in E\}$ جزءا مغلقا في $\overset{\circ}{EF}$.