

CHAPITRE 1 : Régime Continu

- 1- Notions de bases (introduction à l'électricité).
- 2- Définition de la résistance.
- 3- Définitions du courant électrique continu.
- 4- Sens conventionnel du courant.
- 5- Définitions de la tension (ddp. et la f.é.m).
- 6- Différents couplages des éléments (série, parallèle, série-parallèle).
- 7- Les lois de Kirchhoff.
- 8- Diviseur de tension.
- 9- Diviseur du courant.
- 10- Calcul de puissance.
- 11- Théorème de Kennelly.
- 12- Exemples.

CHAPITRE 2 : Régime Alternatif (Système monophasé)

- 1- Généralités et rappel mathématique.
- 2- Le courant électrique en alternatif.
- 3- La tension en alternatif.
- 4- Valeur moyenne et valeur efficace.
- 5- Définitions des éléments R, L et C.
- 6- Circuit RLC séries et parallèles.
- 7- Calcul de puissances (P, Q et S).
- 8- Facteur de puissance FP.
- 9- Amélioration du facteur de puissance.
- 10- Théorème de Boucherot.

CHAPITRE 3 : Système triphasé

- 1- Présentation
 - Intérêt du triphasé
 - Diagrammes de Fresnel
 - Tensions simples
- 2- Couplage des phases
- 3- Couplages des charges
 - a. Montage Etoile
 - Montage étoile équilibré
 - Montage étoile déséquilibré avec neutre
 - Montage étoile déséquilibré sans neutre
 - b. Montage Triangle
 - Montage triangle équilibré
 - Montage triangle déséquilibré
- 4- Puissances en triphasé

- Théorème de Boucherot
- Système équilibré
- Puissance absorbée par une charge triphasée quelconque
- 5-** Mesures de puissance
 - Schéma monophasé équivalent d'un système équilibré
- 6-** Etudes systèmes triphasés déséquilibrés : les composantes symétriques
- 7-** Relations de passage
- 8-** Bilan de puissances

CHAPITRE 4 : Circuit magnétique

- 1-** Grandeurs magnétiques
 - Le vecteur champ d'induction magnétique
- 2-** Lois fondamentales du magnétisme
 - Loi de Faraday Loi de Lenz
 - Force appliquée sur une particule ou un conducteur
 - Applications
- 3-** Les circuits magnétiques linéaires
- 4-** Circuit magnétique parfait
- 5-** Conséquences : relations d'Hopkinson
- 6-** Analogie électrique
- 7-** Les circuits magnétiques en régime sinusoïdal : bobine à noyau de fer
- 8-** Caractérisation de la bobine à noyau de fer en régime linéaire
- 9-** Comportement simplifié dans l'hypothèse de Kapp
- 10-** Caractérisation de la bobine à noyau de fer en régime non linéaire: saturation du matériau
- 11-** Les milieux magnétiques, aimants permanents
- 12-** Cycle d'hystérésis de divers matériaux
- 13-** Droite de charge : Calcul de longueur d'aimant
- 14-** Désaimantation : droite de recul
- 15-** Les électroaimants:
- 16-** Couplage des circuits
- 17-** Rappels sur les inductances
 - Inductances mutuelles
 - Sans fuites de flux
 - Avec fuites de flux: coefficients de couplage

CHAPITRE : 1

RESUMÉ : ELECTROTECHNIQUE FONDAMENTALE 1 (ELTF 1)

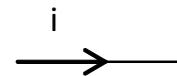
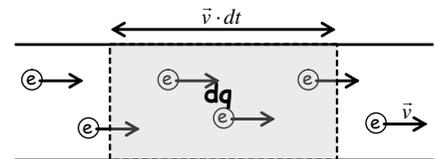
Régime Continu et Alternatif (DC, AC)

Les lois de l'électricité permettent de déterminer les valeurs de tension et courant en chaque point d'un circuit électrique. Ces lois sont valables quelque soit la forme de la tension ou du courant : continu, sinusoïdal ou variable.

Remarque : le vocabulaire spécifique de l'électricité est à acquérir (conducteur, nœuds, maille, circuit, masse...)

I) Le courant

- Un courant électrique est une circulation de porteurs de charges électriques (la charge d'un électron est de $-1,6 \cdot 10^{-19}$ Coulombs).
- L'intensité du courant électrique est la grandeur qui quantifie le débit de charge (nombre de charges par unité de temps) en un point d'un circuit
- On note ceci mathématiquement par $i = \frac{dq}{dt}$ ce qui correspond à la comptabilisation des charges passant en un point donné dq divisé par le temps d'observation dt
- L'unité d'intensité est l'**Ampère (A)**
- L'intensité est une **grandeur algébrique** (avec un signe indiquant le sens de l'écoulement des charges), si un courant fléché i est négatif c'est que la réalité physique de l'écoulement est opposée à la flèche
- On représente l'intensité sur un schéma par **une flèche sur le fil conducteur**.
- L'analogie du courant est l'eau s'écoulant dans un tuyau

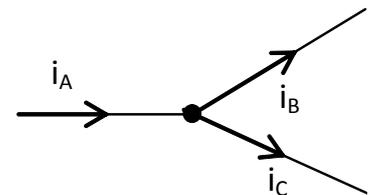


II) Lois des nœuds

Comme l'eau dans un tuyau se séparant dans un embranchement ne disparaît pas, les charges dans une séparation du circuit électrique non plus.

Le point de séparation du circuit est appelé le **nœud**.

La somme (\sum) de toutes les intensités des courants entrants dans un nœud noté $\sum i_{\text{entrant}}$ est égale à la somme des courants sortants d'un nœud.



$$i_A = i_B + i_C$$

$$\sum i_{\text{entrant}} = \sum i_{\text{sortant}}$$

III) La tension

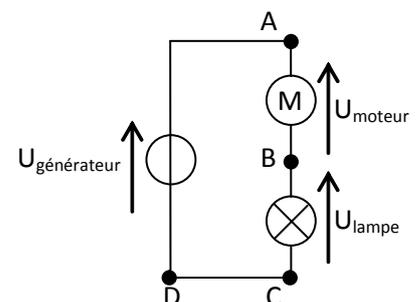
La tension est par analogie avec l'eau la hauteur de chute sur laquelle on peut exploiter l'énergie électrique.

Seuls les éléments qui usent de l'énergie électrique (lampes, moteur, PC...) font baisser la hauteur de chute, on considère donc que la tension ne chute pas aux bornes d'un fil.

Dans le cas de l'électricité, cette hauteur est appelée différence de potentiel (d.d.p.) ou tension.

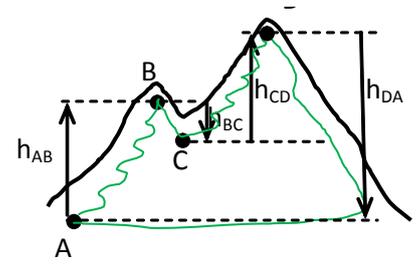
Comme cette hauteur ou tension est à mesurer ou déterminer entre deux points, on prend en général comme point de mesure les nœuds d'un circuits et/ou les entrée et sortie des utilisateurs de l'énergie électrique (lampes, moteurs ...).

La tension est notée par une flèche extérieure au circuit partant d'un point du circuit à un autre



IV) Lois des mailles

Par analogie avec les hauteurs on comprend que si l'on fait un parcours en montagne par exemple, si l'on revient au point de départ la hauteur finalement atteinte n'ayant pas changé, la différence de hauteur est nulle. Malgré cela, le parcours est effectué avec des montées et des descentes suivant les portions du parcours.



On remarque que

$$h_{AB} = h_A - h_B$$

$$h_{AB} + h_{BC} + h_{CD} + h_{DA} = 0$$

L'analogie du circuit en boucle est la maille : on parle de maille quand on part d'un point du circuit, que l'on suit le circuit et que l'on revient au point de départ.

donc

La somme des tensions effectuées en parcourant une maille est nulle.

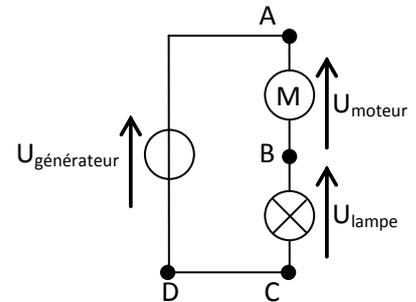
Soit

$$U_{AD} = V_A - V_D = U_{\text{générateur}}$$

Si l'on parcourt la maille les tensions seront comptées positivement ou négativement suivant l'orientation de celles-ci.

$$U_{\text{générateur}} - U_{\text{moteur}} - U_{\text{lampe}} = 0$$

$$U_{\text{générateur}} = U_{\text{moteur}} + U_{\text{lampe}}$$

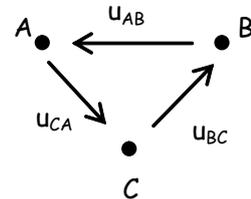


Ou dans un cas plus général

$$v_A - v_A = 0$$

$$\Rightarrow v_A - v_B + v_B - v_C + v_C - v_A = 0$$

$$\Rightarrow u_{AB} + u_{BC} + u_{CA} = 0$$



V) Dipôles

Un dipôle est un élément électrique traversé par le courant et qui utilise l'énergie électrique et donc pour lequel la tension (ou différence de potentiel) à ses extrémités (ou bornes) est différente de zéro.

La lampe, le moteur, le générateur sont des dipôles.

En électricité, trois dipôles sont fondamentaux : la résistance, la bobine et le condensateur.

Ces trois dipôles permettent de comprendre le fonctionnement de la consommation énergétique électrique de nombreux autres dipôles et constituent la base essentielle.

Ces trois dipôles sont linéaires : il existe une relation continue entre le courant qui les traverse et la tension.

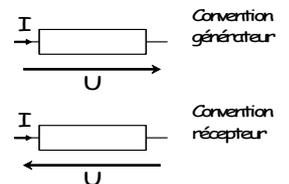
VI) Conventions

Dans l'analogie électrique, on se rend compte que la différence de hauteur peut être négative ou positive suivant que l'on monte ou descend, et pour le sens d'écoulement de même.

C'est pourquoi les flèches de courant et tension apposées sur les schémas n'indiquent que le sens choisi par l'observateur pour l'observer, le mesurer ou le calculer.

Donc, aux bornes d'un dipôle deux cas de figure sont rencontrés :

- Les flèches de tension et courant vont dans le même sens : c'est la convention générateur.
- Les flèches de tension et courant vont dans le sens opposé : c'est la convention récepteur.



Le dipôle observé sera réellement un générateur ou un récepteur si son produit $U \times I$ est positif.

Si dans la convention considérée son produit $P = U \times I$ est négatif cela veut dire que le dipôle est en fait dans l'autre rôle.

Convention	Tension	Courant	$P=U \times I$	Rôle réel
récepteur	$U > 0$	$I > 0$	$P > 0$	récepteur
récepteur	$U > 0$	$I < 0$	$P < 0$	générateur
récepteur	$U < 0$	$I > 0$	$P < 0$	générateur
récepteur	$U < 0$	$I < 0$	$P > 0$	récepteur
générateur	$U > 0$	$I > 0$	$P > 0$	générateur
générateur	$U > 0$	$I < 0$	$P < 0$	récepteur
générateur	$U < 0$	$I > 0$	$P < 0$	récepteur
générateur	$U < 0$	$I < 0$	$P > 0$	générateur

VII) Dipôles passifs lois générales associées :

Un dipôle passif est un dipôle qui utilise l'énergie, un dipôle actif la fournit.

Les trois dipôles passifs à connaître parfaitement sont la résistance, la bobine, le condensateur.

La résistance : est un organe pour lequel le passage du courant l'échauffe, il est le siège d'une émission de chaleur (ou pertes Joules) dues aux chocs des électrons dans sa structure cristalline.

La faculté à résister est mesurée en Ohm : Ω

L'intensité du courant et la tension à ses bornes sont directement liées par la relation $u_R = R \times i$

Le condensateur : est schématiquement constitué de plaques isolées l'une de l'autre sur lesquelles les charges s'accumulent, se condense. Si un courant le traverse les charges s'accumulent, la tension va augmenter. Il peut donc jouer le rôle de réservoir de charges et permet aussi de « lisser » une tension.

La faculté à condenser l'électricité est nommée capacité et est mesurée en farads : F

L'intensité du courant et la tension à ses bornes sont directement liées par la relation $i = C \frac{du_C}{dt}$

Le courant dans un condensateur dépend de la variation de la tension à ses bornes du_C au cours du temps dt

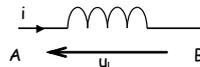
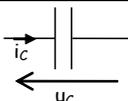
La bobine ou inductance : est constituée d'un conducteur enroulé sur lui-même. Si une tension est maintenue à ses bornes, le courant va augmenter, la tension induit une accélération progressive du passage des électrons. La bobine va donc jouer le rôle de réservoir de mouvement des charges et permet aussi de « lisser » un courant.

La mesure de l'inductance se fait en Henry : H

L'intensité du courant et la tension à ses bornes sont directement liées par la relation $u_L = L \times \frac{di}{dt}$

La tension dans une bobine dépend de la variation du courant à ses bornes di au cours du temps dt

VII.1) Dipôles passifs : schémas

Dipôle	Résistance	Bobine	Condensateur
Schéma			

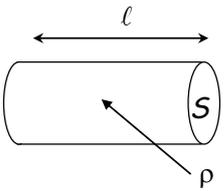
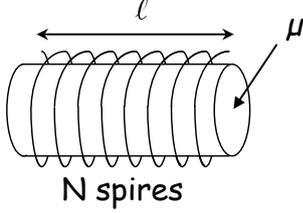
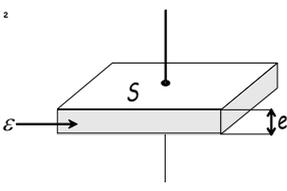
VII.2) Dipôles passifs : loi d'Ohm

Dipôle	Résistance	Bobine	Condensateur
Loi d'ohm	$u_R = R \times i$	$u_L = L \times \frac{di}{dt}$	$i = C \frac{du_C}{dt}$

VII.3) Associations de dipôles passifs

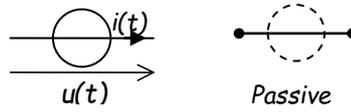
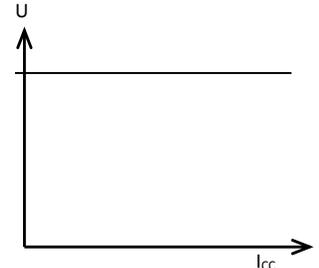
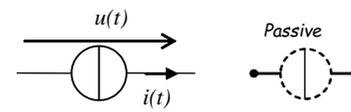
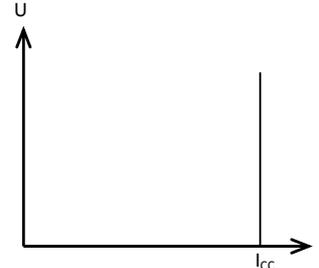
Dipôle	Résistance	Bobine	Condensateur
Association série :	$R_{\text{éq}} = \sum_{i=1}^n R_i$	$L_{\text{éq}} = \sum_{i=1}^n L_i$	$\frac{1}{C_{\text{éq}}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$
Association parallèle :	$\frac{1}{R_{\text{éq}}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$	$\frac{1}{L_{\text{éq}}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{L_i}$	$C_{\text{éq}} = \sum_{i=1}^n C_i$

VII.4) Remarques

Précautions	Le constructeur prescrit P_{max} dont on déduit I_{max} et U_{max} . Cette puissance dissipée sous forme de chaleur est responsable de la destruction du composant.	Le constructeur prescrit I_{max} . En cas de dépassement, même très bref, on risque de "saturer" le circuit magnétique, ce qui provoque une diminution brutale de la valeur de l'inductance pouvant entraîner une surintensité.	Le constructeur prescrit U_{max} . à ne pas dépasser sous peine de destruction. D'autre part les condensateurs électrochimiques sont polarisés
Addendum	La résistance d'un conducteur homogène non idéal de section s et de longueur l est $R = \rho \cdot \frac{l}{s}$ 	$L = \mu \frac{N^2 S}{l}$ 	$C = \epsilon \frac{S}{e}$ 

VIII) Dipôles actifs:

VIII.1) Dipôles actifs parfaits

Source Parfaite	<p>de tension</p>  <p>la tension est imposée quel que soit i</p> 	<p>de courant</p>  <p>le courant est imposé quel que soit u</p> 
-----------------	--	--

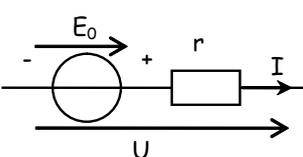
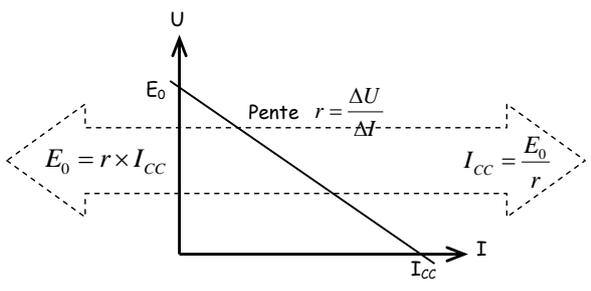
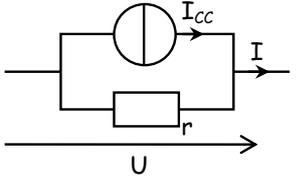
VIII.2) Dipôles actifs réel

Dans un cas comme dans l'autre un générateur ne peut fournir toujours la même tension si le courant augmente trop. Si on lui en demande trop la tension fournie a tendance a baisser au fur et à mesure que le courant augmente.

Cette baisse de tension ΔU au fur et à mesure de l'augmentation du courant ΔI correspond à la résistance interne du générateur que l'on ne peut pas supprimer et qui est liée au fonctionnement interne du générateur.

Si l'on trace l'évolution de la tension au fur et à mesure de l'augmentation du courant, on obtient une droite décroissante qui part de la tension à vide (sans charge, pas de courant fourni par le générateur) et qui décroît jusqu'à zéro, ce qui correspond au court circuit du générateur.

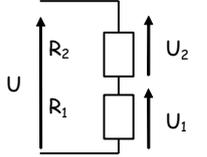
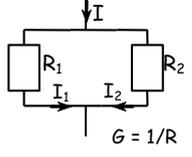
Cette droite décroissante est donc modélisée par les modèles équivalents de Thévenin ou Norton

Source Réelle	 <p style="text-align: center;">$U = E_0 - rI$ Modèle équivalent de Thévenin</p>		 <p style="text-align: center;">$I = I_{CC} - \frac{U}{r}$ Modèle équivalent de Norton</p>
---------------	--	--	--

VIII.3) Les diviseurs

Le pont diviseur de tension résulte d'une application condensée de la loi des mailles et de la loi d'Ohm.

Le pont diviseur de courant résulte d'une application condensée de la loi des nœuds et de la loi d'Ohm.

Diviseur	<p>De tension</p> $u_i = \frac{R_i \times U}{\sum_{i=1}^n R_i}$		<p>De courant</p> $i_i = \frac{G_i \times i}{\sum_{i=1}^n G_i}$	
----------	---	---	---	---

Remarque : ces lois sont applicables avec des tensions et courants sinusoïdaux et donc avec les impédances associées

IX) Valeurs moyennes et efficaces :

IX.1) Notations :

- valeur instantanée de la grandeur : Elles sont notées en minuscule. ex: $i(t)$, $u(t)$ ou $p(t)$.
- valeur maximale: ex \hat{U} .
- valeur minimale: ex \check{U} .
- valeur efficace: Elles sont notées en majuscule. ex: I , U ou P
- valeur moyenne: Elles sont notées entre crochets ou surmontées d'une barre: $\langle i \rangle$ ou \bar{I} , $\langle u \rangle$ ou \bar{U} , $\langle p \rangle$ ou \bar{P} .

IX.2) Valeur moyenne :

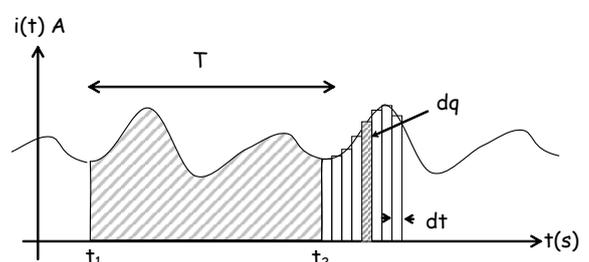
IX.2.1) Intensité moyenne d'un courant :

Entre deux instants t_1 et t_2 , l'intensité moyenne d'un courant variable est l'intensité du courant continu qui transporterait la même charge ΔQ pendant la même durée $\Delta t = t_2 - t_1$. Elle est notée $\langle i \rangle$ ou \bar{I} .

Calcul de $\langle i \rangle$:

- Si le courant est continu: $I = \Delta Q / \Delta t$
soit $\Delta Q = I \Delta t = \text{Aire}$.

$$\langle I \rangle = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{\text{Aire}}{\Delta t}$$



IX.2.2) Généralisation - Mesure :

La valeur moyenne d'une grandeur périodique se calcule par la méthode des aires.

Appareils analogiques : appareils magnétoélectriques notés \square .

Appareils numériques : en position DC ou --- .

Oscilloscope: En passant de la position AC+DC à AC, le décalage du signal est égal à la valeur moyenne de la tension visualisée.

IX.3) Valeur efficace :

IX.3.1) Intensité efficace :

On note l'intensité efficace I d'un courant variable $i(t)$ pendant la durée Δt , l'intensité du courant continu qui dissiperait, par effet joule, la même énergie dans la même résistance pendant la même durée.

On montre que $I = \sqrt{\langle i^2(t) \rangle}$

(I est la racine de la valeur moyenne du carré de la valeur instantanée).

IX.3.2) Principe de calcul - généralisation aux autres grandeurs:

Puisque la valeur efficace I de l'intensité du courant est la racine de la valeur moyenne du carré de la valeur instantanée,

- on représente d'abord $i^2(t)$,
- puis on calcule la valeur moyenne $\langle i^2(t) \rangle$ de $i^2(t)$,
- enfin on calcule la racine de $\langle i^2(t) \rangle$.

Généralisation:

On peut calculer la valeur efficace X de toute grandeur variable $x(t)$:

$$X = \sqrt{\langle x^2(t) \rangle}$$

IX.3.3) Mesure d'une valeur efficace:

- Cas des appareils analogiques: On utilise des appareils ferromagnétiques (Symbole: Σ)

- Cas des appareils numériques: On utilise des appareils « RMS ». (Parfois en position AC+DC). Attention certains appareils ne mesurent une valeur efficace que si la grandeur est sinusoïdale.

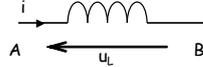
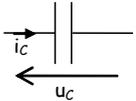
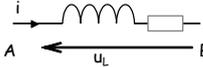
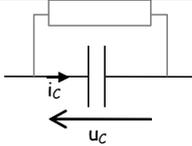
CHAPITRE : 2

RESUMÉ : ELECTROTECHNIQUE FONDAMENTALE 1

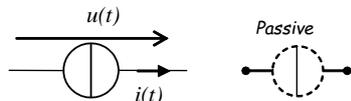
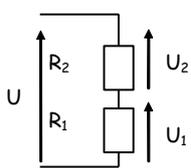
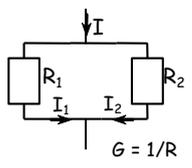
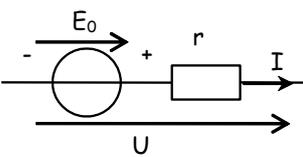
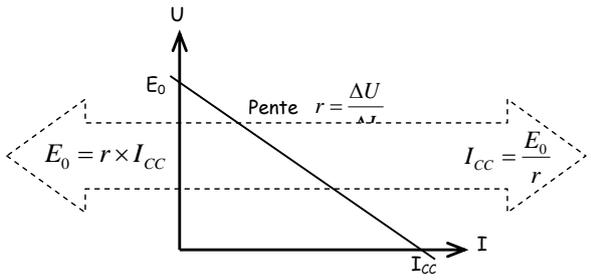
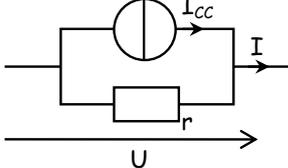
Système monophasé (DC, AC)

I) Dipôles passifs, actifs, lois générales associées :

I.1) Dipôles passifs

Dipôle	Résistance	Bobine	Condensateur
Schéma			
Loi d'ohm	$u_R = R \times i$	$u_L = L \times \frac{di}{dt}$	$i = C \frac{du_c}{dt}$
Association série :	$R_{\text{eq}} = \sum_{i=1}^n R_i$	$L_{\text{eq}} = \sum_{i=1}^n L_i$	$\frac{1}{C_{\text{eq}}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$
Association parallèle :	$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$	$\frac{1}{L_{\text{eq}}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{L_i}$	$C_{\text{eq}} = \sum_{i=1}^n C_i$
En sinusoïdal	$\underline{Z} = R = [R; 0]$ $P = RI^2 = U_R^2 / R$ $Q = 0$	$\underline{Z} = jL\omega = [L\omega; \frac{\pi}{2}]$ $P = 0$ $Q = L\omega I^2 = U_L^2 / L\omega$	$\underline{Z} = -j \frac{1}{C\omega} = [\frac{1}{C\omega}; -\frac{\pi}{2}]$ $P = 0$ $Q = -C\omega V^2 = -I^2 / (C\omega)$
Modèle plus réaliste			

I.2) Dipôles actifs

Source Parfaite	<p>de tension</p>  <p>la tension est imposée quel que soit i</p>	<p>de courant</p>  <p>le courant est imposé quel que soit u</p>	
Diviseur	<p>De tension</p> $u_i = \frac{R_i \times U}{\sum_{i=1}^n R_i}$ 	<p>De courant</p> $i_i = \frac{G_i \times i}{\sum_{i=1}^n G_i}$  <p>$G = 1/R$</p>	
Source Réelle	 <p>$U = E_0 - rI$</p> <p>Modèle équivalent de Thévenin</p>	 <p>Pente $r = \frac{\Delta U}{\Delta I}$</p> <p>$E_0 = r \times I_{cc}$</p> <p>$I_{cc} = \frac{E_0}{r}$</p>	 <p>$I = I_{cc} - \frac{U}{r}$</p> <p>Modèle équivalent de Norton</p>

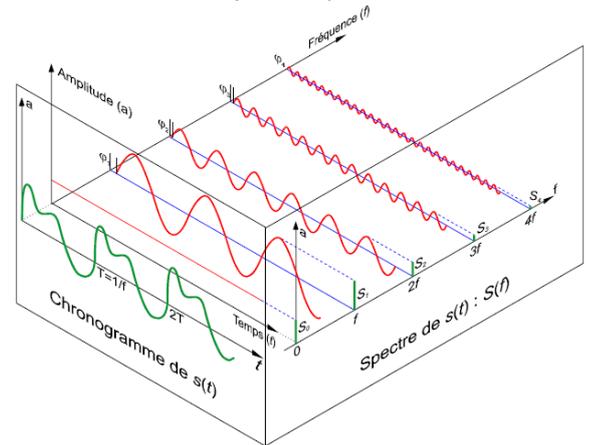
II) Régimes périodiques non sinusoïdaux:

II.1) Description d'un signal périodique

Décomposition en série de Fourier d'un signal périodique

$$x(t) = \underbrace{\langle x(t) \rangle}_{\text{valeur moyenne } X_0} + \underbrace{\sum_{n=1}^{+\infty} \hat{X}_n \cos(n\omega_0 t + \varphi_n)}_{\text{les harmoniques}}$$

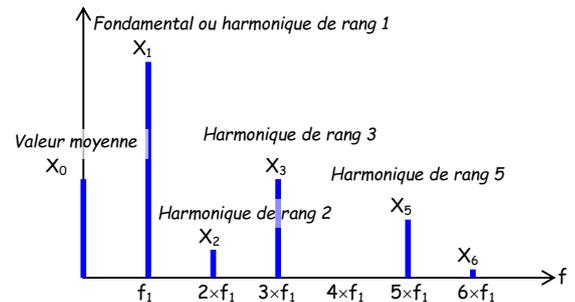
Représentation tridimensionnelle d'un signal périodique



Valeur moyenne : $\langle x \rangle = \bar{x} = X_0 = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} x(t) dt$

Valeur efficace : $X = \sqrt{\langle x^2(t) \rangle} = \sqrt{\langle x(t) \rangle^2 + \sum_{n=1}^{\infty} X_n^2}$

Facteur de forme $F = \frac{X}{\langle x \rangle} = \frac{\sqrt{\langle x^2 \rangle}}{\langle x \rangle}$



Taux Individuel d'harmonique h

$$S_h = \frac{I_h}{I_1}$$

Taux de distorsion harmonique THD

$$THD = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} I_n^2}}{I_1} = \frac{\sqrt{I^2 - I_1^2 - I_0^2}}{I_1} = \frac{D}{V \times I_1} = \frac{D}{\sqrt{P^2 + Q^2}}$$

Taux Global de Distorsion

$$TGD = DF = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} I_n^2}}{I} = \frac{\sqrt{I^2 - I_1^2}}{I}$$

II.2) Mesures accessibles:

Avec U_{DC} , U_{AC+DC} , et U_{AC} les valeurs mesurées par un multimètre.

Les harmoniques sont mesurables à l'aide d'un analyseur de spectre (fonction mathématique FFT d'un oscilloscope)

$$\underbrace{U_{AC+DC}}_{\text{val eff}}^2 = \underbrace{\langle U \rangle^2}_{\text{val moy}} + \underbrace{U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 + \dots + U_n^2}_{U_{AC} \text{ ou } U_{ond}}$$

avec $U_i = \frac{\hat{U}_i}{\sqrt{2}}$

II.3) Puissances en régime périodique:

En régime périodique, il existe encore plusieurs types de puissances. Les éléments réactifs créent des déphasages entre les tensions et les courants. On se place dans le cas où seul le courant est non sinusoïdal

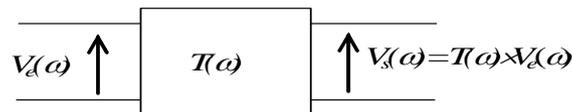
Puissances active	$P = \langle p \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T v(t) \cdot i(t) \cdot dt = \langle v \rangle \cdot \langle i \rangle + \sum_{n=1}^{\infty} V_n I_n \cos \varphi_n$ <p>Le plus souvent : $P = V \times I_1 \cos \varphi_1$</p>	
Puissance apparente	$S = V_{eff} I_{eff}$	
Facteur de déplacement	$FD = \cos \varphi = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}}$	

Facteur de puissance	$f_p = k = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2 + D^2}}$
Puissance réactive	$Q = VI_1 \sin \varphi_1$
Puissance déformante	$D = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2} = V \times I_1 \times THD$

Remarque : Les lois vues en terminale relatives au bilan des puissances (Boucherot) et au relèvement de facteur de puissance sont toujours vraies mais il faut garder en tête que tant que des harmoniques subsistent alors $S^2 \neq P^2 + Q^2$ ce qui ne permet plus de trouver aisément le courant absorbé par l'installation.

II.4) Circuits linéaires en régime sinusoïdal:

II.5) Fonction de transfert:



La fonction $T(\omega)$ est couramment appelée fonction de transfert du quadripôle. Il est plus commode d'utiliser la transformation complexe et de définir $\underline{T}(\omega)$ telle que : $\underline{T}(\omega) = \frac{V_s(\omega)}{V_d(\omega)}$

$\underline{T}(\omega)$ est alors un nombre complexe dont le module et l'argument dépendent de la fréquence, donc de la pulsation. Il est donc entièrement défini par les expressions :

- De son module $T = f_T(\omega)$
- De son argument $\varphi = f_\varphi(\omega)$

Afin de rendre compte des propriétés du quadripôle il est habituel de tracer les deux courbes correspondant aux évolutions de son module et de son argument en fonction de la fréquence. Pour des raisons de commodité on préfère utiliser des échelles logarithmiques, d'où l'introduction du *décibel*.

III. 1) Courant électrique alternatif sinusoïdal (sans harmoniques)

Cette étude est considérée comme une hypothèse ou une simplification du cas généralisé où le courant électrique a un ensemble d'harmoniques.

On considère que le courant électrique est sinusoïdal qui s'écrit par la formule suivante :

$$i(t) = I_{\max} \sin(\omega t + \varphi)$$

où

ω est la pulsation du courant en radians/seconde, telle que : $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$.

$(\omega t + \varphi)$ est la phase instantanée et radians.

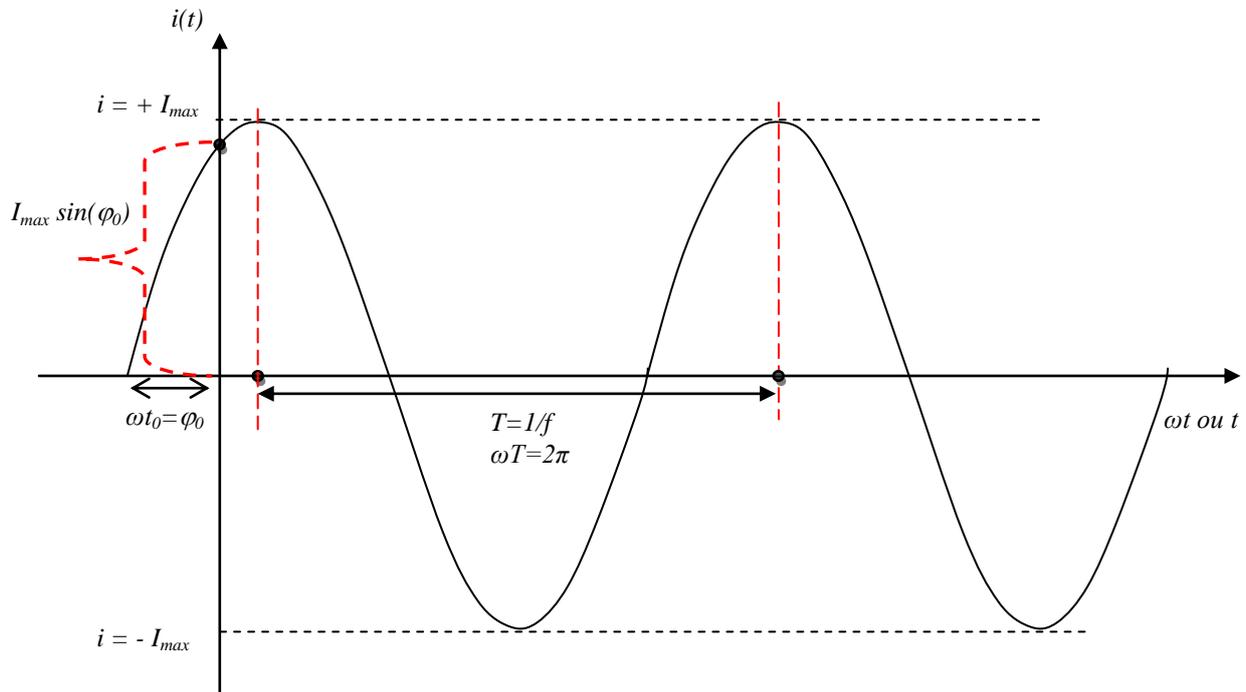
φ est le déphasage initial en radians, tel que : φ_0 est le déphasage initial (pour $t = 0$, $\varphi = \varphi_0$).

III.2) Représentation d'un courant sinusoïdal

Soit le signal du courant instantané défini par :

$$i(t) = I_{\max} \sin(\omega t + \varphi_0), \text{ avec } \omega = 2\pi f, \omega \text{ s'exprime en rad/s et } f \text{ en Hertz.}$$

L'allure de cette formule est représentée comme suit :



III.3) Notion d'impédance

L'impédance électrique Z mesure l'opposition d'un circuit électrique au passage d'un courant alternatif sinusoïdal. La définition de l'impédance est une généralisation de la loi d'Ohm au courant alternatif. On passe de $R = \frac{U}{I}$ à $Z = \frac{U}{I}$, mais avec U et I de formes sinusoïdales.

La Commission électrotechnique internationale (CEI), définit l'impédance d'un dipôle linéaire passif de bornes A et B en régime sinusoïdal de courant et de tension comme le quotient de la tension entre ses bornes et du courant qui le traverse. Soit formellement le quotient des nombres complexes phaseur \underline{U}_{AB} et phaseur I : $\underline{Z} = \frac{\underline{U}_{AB}}{I}$, Z est un nombre complexe qui peut être représentée comme la somme d'une partie réelle et une partie imaginaire comme suit :

$a+jb$ et en général noté \underline{Z} ou \bar{Z} . *Nous préférons d'utiliser la notation \underline{Z} .*

Le concept d'impédance permet d'appliquer au régime sinusoïdal les formules utilisées en régime continu, tout en intégrant l'effet d'éléments capacitifs et inductifs.

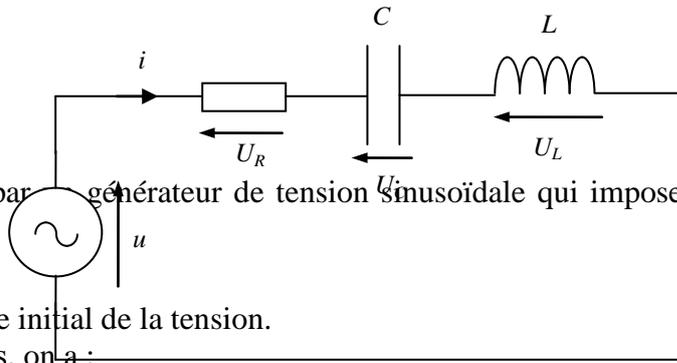
III.4) Charge RLC série

En électrocinétique, un circuit RLC est un circuit linéaire contenant une résistance électrique, une bobine (inductance) et un condensateur (capacité).

Il existe deux types de circuits RLC série ou parallèle, selon l'interconnexion des trois types de composants. Le comportement d'un circuit RLC est généralement décrit par une équation différentielle du second ordre (là où des circuits RL ou circuits RC se comportent comme des circuits du premier ordre).

Généralement, un montage en parallèle ou en série est équivalent à une résistance pure (R) et une réactance (X). Cette réactance est soit capacitive (condensateurs, capacités parasites, etc.), notée X_C , soit inductive (selfs et bobinages, transformateurs, selfs parasites, etc.) notée X_L .

Soit le montage suivant qui ressemble trois éléments R, L et C en série :



Le circuit est alimenté par un générateur de tension sinusoïdale qui impose une tension sinusoïdale de la formule suivante :

$$u = U_{\max} \sin(\omega t + \varphi_u)$$

Avec, φ_u est le déphasage initial de la tension.

D'après la loi des mailles, on a :

$$u = u_R + u_C + u_L \Rightarrow u = Ri + \frac{1}{C} \int i \cdot dt + L \frac{di}{dt}$$

$$\text{Soit encore : } L \frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = \frac{du}{dt} = U_{\max} \cdot \omega \cdot \cos(\omega t + \varphi_u)$$

Il s'agit d'une équation différentielle du second ordre à coefficients constants.

On sait que la solution de cette équation est égale à la solution générale de l'équation sans second membre, à laquelle on ajoute une solution particulière de l'équation complète.

- ✓ Le régime permanent est donné par la solution particulière de l'équation complète (régime forcé) après disparition des termes transitoires. On sait que ce régime permanent est sinusoïdal et imposé par la source (second membre de l'équation).
- ✓ La solution générale de l'équation sans second membre ne dépend pas du générateur. Elle ne dépend que du circuit lui-même, c'est-à-dire des éléments RLC.

Par conséquent, cette solution générale définit le régime propre du circuit. L'une des méthodes qui vérifie la résolution du problème est la suivante :

L'intensité du courant en régime permanent établi est supposée sinusoïdale et de même pulsation que la tension appliquée. On peut donc mettre l'équation du courant comme suit :

$$i = I_{\max} \sin(\omega t + \varphi_i)$$

Avec, φ_i est le déphasage initial du courant.

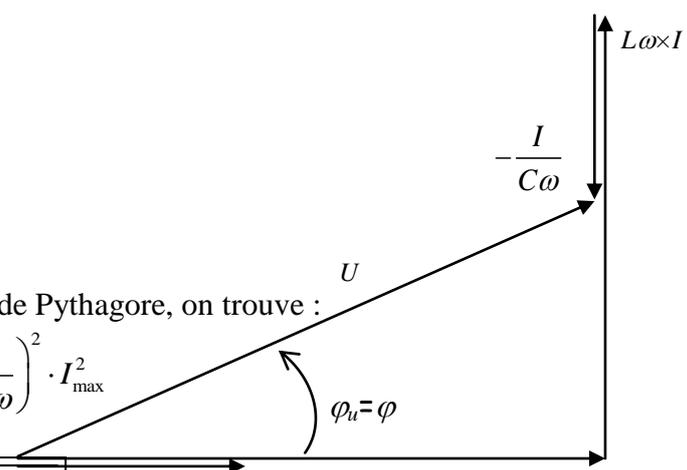
L'équation globale du circuit qui a été écrite précédemment sera :

$$U_{\max} \sin(\omega t + \varphi_u) = Ri + \frac{1}{C} \int i \cdot dt + L \frac{di}{dt}$$

D'où :

$$U_{\max} \sin(\omega t + \varphi) = RI_{\max} \sin(\omega t) + L\omega I_{\max} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{I_{\max}}{C\omega} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Si on prend l'intensité I comme origine des phases ($\varphi_i=0$), le diagramme des vecteurs (ou bien représentation de Fresnel) relatif à cette somme de fonctions sinusoïdales est alors le suivant :



En appliquant le théorème de Pythagore, on trouve :

$$U_{\max}^2 = (RI_{\max})^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2 \cdot I_{\max}^2$$

D'où :

$$\frac{U_{\max}}{I_{\max}} = Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

La quantité Z, qui est homogène à une résistance (la loi d'Ohm), est appelée l'impédance du circuit. Elle s'exprime en ohms (Ω).

Tout simplement, le déphasage φ de la tension par rapport au courant est donné par :

$$\tan \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} \text{ ou } \varphi = \arctan \left(\frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} \right)$$

Pour chaque dipôle, on peut étudier l'influence de ces effets :

	Impédance $Z = \frac{U}{I}$	Déphasage tension/ courant	Effet(s)	Variations de Z et des effets quand la fréquence augmente
Conducteur ohmique (R)	$Z = R$	$\varphi_{u/i} = 0$	résistif	aucune
bobine pure (L)	$Z = L \times \omega$	$\varphi_{u/i} = \frac{\pi}{2}$	inductif	Augmentation
Condensateur (C)	$Z = \frac{1}{C \times \omega}$	$\varphi_{u/i} = -\frac{\pi}{2}$	capacitif	Diminution

Le circuit sera donc simultanément le siège des trois effets possibles suivants :

1/Résistif ; 2/Inductif ; 3/ Capacitif.

D'après la formule de l'impédance totale du circuit RLC série, on voit une quantité de soustraction soumis à une discussion sur trois cas possible ; cette impédance et sous les trois formes : nombre complexe, module et argument est définie par les expressions suivantes:

$$\underline{Z} = R + j \left(L \times \omega - \frac{1}{C \times \omega} \right) \quad Z = \sqrt{R^2 + \left(L \times \omega - \frac{1}{C \times \omega} \right)^2} \quad \varphi_{u/i} = \arctan \left(\frac{L \times \omega - \frac{1}{C \times \omega}}{R} \right)$$

CHAPITRE : 3

RESUMÉ : ELECTROTECHNIQUE FONDAMENTALE 1 LES SYSTÈMES TRIPHASÉS

I) Présentation

I.1) Intérêt du triphasé :

Avantages par rapport au courant monophasé:

- possibilité de produire aisément des champs tournants (moteurs ...),
- pertes en ligne (transport de l'énergie électrique) beaucoup plus faibles que le courant monophasé.

I.2) Diagrammes de Fresnel :

I.2.1) Définitions :

Par convention, on appelle système **direct** un système dont les tensions sont ordonnées dans le sens trigonométrique négatif (sens horaire). Dans un système direct, les grandeurs passent par un maximum dans l'ordre de numérotation. Dans le cas contraire, le système est dit **inverse**.

On appelle **homopolaire** un système dans lequel toutes les grandeurs sont en phase.

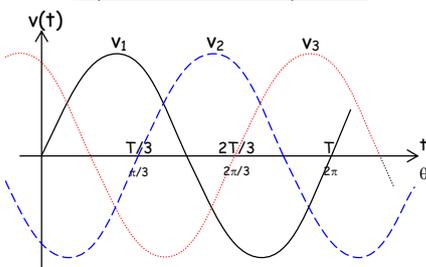
I.2.2) Préambule mathématique :

Si $\underline{a} = e^{j\frac{2\pi}{3}} = e^{-j\frac{4\pi}{3}} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$ alors $\underline{a}^2 = e^{j\frac{4\pi}{3}} = e^{-j\frac{2\pi}{3}} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$ et on remarque que $1 + \underline{a} + \underline{a}^2 = 0$

I.2.3) Tensions simples :

Les trois tensions entre phase et neutre sont dites **simples** et vérifient

a) représentation temporelle

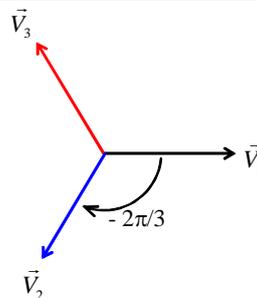


$$\begin{cases} v_1(t) = V\sqrt{2} \sin \omega t \\ v_2(t) = V\sqrt{2} \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \\ v_3(t) = V\sqrt{2} \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) \end{cases}$$

On remarque qu'à tout instant

$$v_1(t) + v_2(t) + v_3(t) = 0.$$

b) vecteurs de Fresnel associés



$$\underline{V}_1 + \underline{V}_2 + \underline{V}_3 = \underline{0}$$

c) grandeurs complexes associées

$$\begin{aligned} v_1(t) &= \hat{V} e^{j\omega t} = [V; 0] \\ v_2(t) &= \hat{V} e^{j(\omega t - 2\pi/3)} = [V; -2\pi/3] \\ v_3(t) &= \hat{V} e^{j(\omega t - 4\pi/3)} = [V; -4\pi/3] \end{aligned}$$

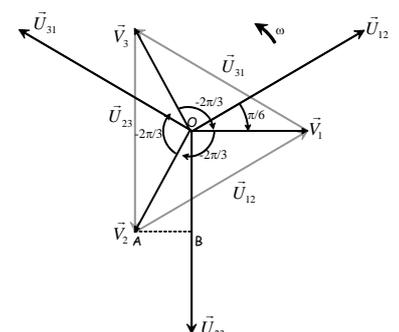
et comme

$$\underline{V}_1 + \underline{V}_2 + \underline{V}_3 = \underline{V}_1 + \underline{a}^2 \underline{V}_1 + \underline{a} \underline{V}_1$$

$$\underline{V}_1 + \underline{V}_2 + \underline{V}_3 = \underline{V}_1 \underbrace{(1 + \underline{a} + \underline{a}^2)}_0 = 0$$

donc

$$\underline{V}_1 + \underline{V}_2 + \underline{V}_3 = 0$$



I.2.4) Couplage des phases :

Le couplage des phases est tel que $U = V\sqrt{3}$.

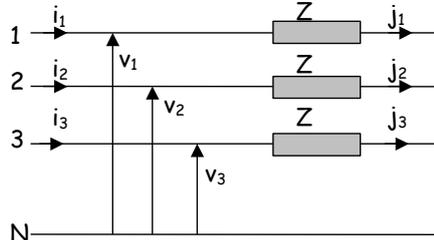
II) Couplages des charges

II.1) Montage Etoile

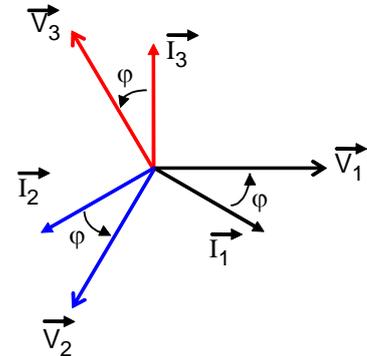
II.1.1) Montage étoile équilibré

Lorsque la distribution triphasée alimente une étoile symétrique $\underline{Z} = [Z; \varphi]$

$$\begin{cases} \underline{I}_1 = \frac{V_1}{\underline{Z}} = \frac{V}{Z} \sqrt{2} e^{j(\omega t - \varphi)} \\ \underline{I}_2 = \frac{V_2}{\underline{Z}} = \frac{V}{Z} \sqrt{2} e^{j(\omega t - \varphi - \frac{2\pi}{3})} \\ \underline{I}_3 = \frac{V_3}{\underline{Z}} = \frac{V}{Z} \sqrt{2} e^{j(\omega t - \varphi - \frac{4\pi}{3})} \end{cases}$$



Montage en étoile

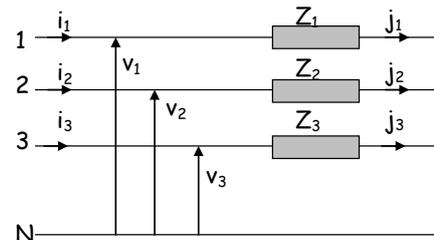


II.1.2) Montage étoile déséquilibré avec neutre

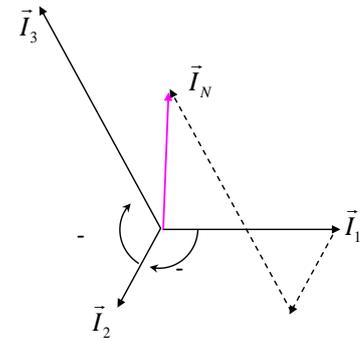
Le courant dans le fil neutre est la somme vectorielle des courants dans les trois fils de phase: $\vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3 = \vec{I}_N$

Remarque : Le fil neutre permet d'éviter une aux bornes d'un récepteur.

$$\begin{cases} \underline{I}_1 = \frac{V_1}{\underline{Z}_1} = \frac{V}{Z_1} \sqrt{2} e^{j(\omega t - \varphi_1)} \\ \underline{I}_2 = \frac{V_2}{\underline{Z}_2} = \frac{V}{Z_2} \sqrt{2} e^{j(\omega t - \varphi_2 - \frac{2\pi}{3})} \\ \underline{I}_3 = \frac{V_3}{\underline{Z}_3} = \frac{V}{Z_3} \sqrt{2} e^{j(\omega t - \varphi_3 - \frac{4\pi}{3})} \end{cases}$$



Montage en étoile déséquilibré



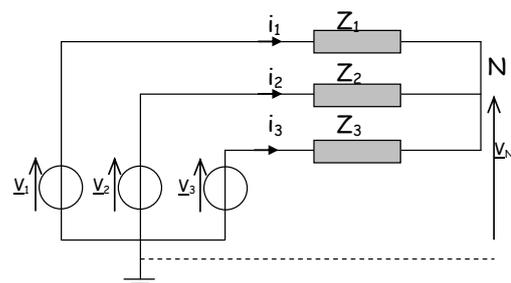
Construction graphique avec des charges purement résistives et différentes

II.1.3) Montage étoile déséquilibré sans neutre

Le potentiel de neutre de la charge est donc libre et se déplace par rapport à celui du réseau.

Le système des courants et des tensions est dissymétrique.

$$V_N = \frac{Y_1 \cdot V_1 + Y_2 \cdot V_2 + Y_3 \cdot V_3}{Y_1 + Y_2 + Y_3} \text{ et } \begin{cases} \underline{I}_1 = \frac{V_1 - V_N}{Z_1} \\ \underline{I}_2 = \frac{V_2 - V_N}{Z_2} \\ \underline{I}_3 = \frac{V_3 - V_N}{Z_3} \end{cases}$$

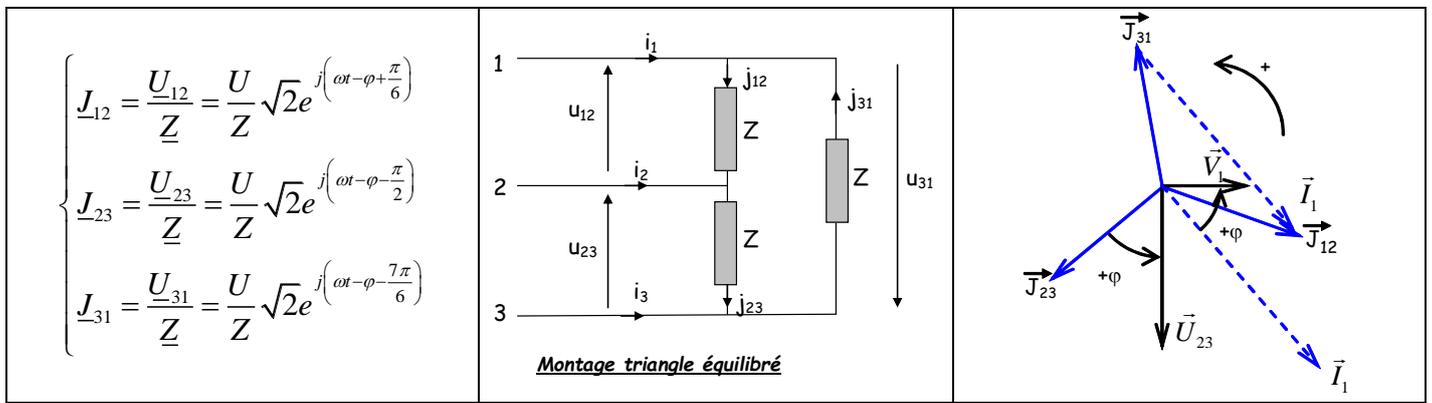


II.2) Montage Triangle

II.2.1) Montage triangle équilibré

Chaque phase du récepteur est soumise à une tension composée. $J_{12} = J_{23} = J_{31} = J = \frac{U}{Z}$ et $I = J\sqrt{3}$

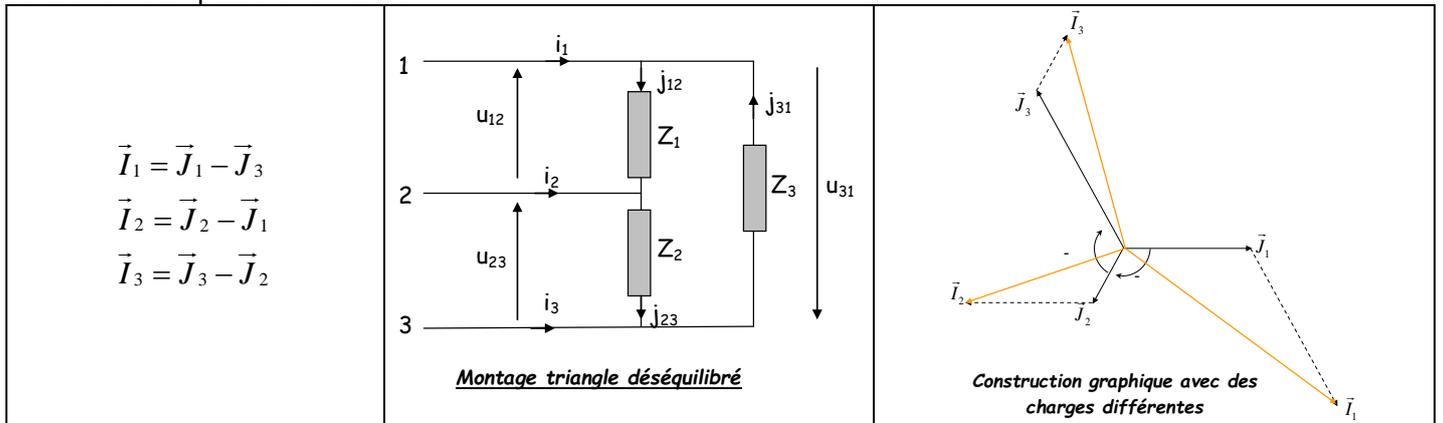
L'angle φ entre U et J est imposé par la charge



Remarque : A chaque instant $i_1+i_2+i_3=0$ et $j_{12}+j_{23}+j_{31}=0$

II.2.2) Montage triangle déséquilibré

Les récepteurs différents sont reliés entre deux fils de phase, les courants dans chaque récepteur sont différents en phase et en valeur.



La somme des courants dans les fils de ligne est nulle : $\vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3 = \vec{0}$

III) Puissances en triphasé

III.1) Théorème de Boucherot

$$P = \sum_k P_k \text{ et pour la puissance réactive, s'il n'y a pas de changement de fréquence, se conserve: } Q = \sum_k Q_k$$

III.2) Système équilibré

$$P = 3VJ \cos \varphi = \sqrt{3}UI \cos \varphi \text{ avec } \varphi = \varphi_{V,I} \quad S = 3VJ = \sqrt{3}UI \quad Q = 3VJ \sin \varphi = \sqrt{3}UI \sin \varphi$$

III.3) Puissance absorbée par une charge triphasée quelconque

La puissance absorbée par une charge triphasée est la somme des puissances absorbées par chaque phase.

Pour la puissance active : $P = V_1 I_1 \cos \varphi_1 + V_2 I_2 \cos \varphi_2 + V_3 I_3 \cos \varphi_3$

Pour la puissance réactive : $Q = V_1 I_1 \sin \varphi_1 + V_2 I_2 \sin \varphi_2 + V_3 I_3 \sin \varphi_3$

En complexe $\underline{S} = \underline{P} + j\underline{Q}$

IV) Mesures de puissance $M_{23}^1 = \langle (v_2 - v_3) i_1 \rangle = U_{23} I_1 \cos(\widehat{U_{23}, I_1})$

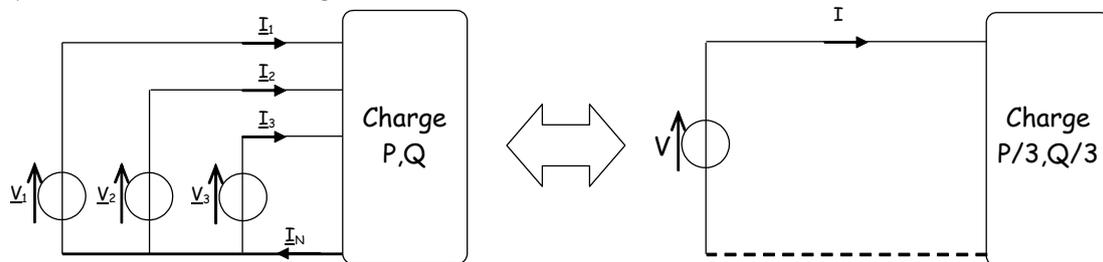
		Puissance active : P	Puissance réactive : Q
Monophasé avec la charge entre	Phase et neutre	$P = M_{1N}^1$	$Q = \frac{M_{23}^1}{\sqrt{3}}$
	Phase 2 et 3	$P = M_{23}^2$	$Q = -\sqrt{3}M_{1N}^2$
Triphasé équilibré avec neutre		• $P = 3 \times M_{1N}^1$	• $Q = \sqrt{3}M_{23}^1$

	<ul style="list-style-type: none"> $P = M_{13}^1 + M_{23}^2$ 	<ul style="list-style-type: none"> $Q = \sqrt{3}(M_{13}^1 - M_{23}^2)$
Triphasé équilibré sans neutre	<ul style="list-style-type: none"> $P = M_{13}^1 + M_{23}^2$ 	<ul style="list-style-type: none"> $Q = \sqrt{3}M_{23}^1$ $Q = \sqrt{3}(M_{13}^1 - M_{23}^2)$
Triphasé déséquilibré avec neutre	<ul style="list-style-type: none"> $P = M_{1N}^1 + M_{2N}^2 + M_{3N}^3$ 	<ul style="list-style-type: none"> $Q = \frac{M_{23}^1 + M_{31}^2 + M_{12}^3}{\sqrt{3}}$
Triphasé déséquilibré sans neutre	<ul style="list-style-type: none"> $P = M_{13}^1 + M_{23}^2$ $P = M_{1N'}^1 + M_{2N'}^2 + M_{3N'}^3$ avec un neutre artificiel 	<ul style="list-style-type: none"> $Q = \frac{M_{23}^1 + M_{31}^2 + M_{12}^3}{\sqrt{3}}$ $Q = \sqrt{3}(M_{2N'}^1 - M_{1N'}^2)$ avec un neutre artificiel

V) Schéma monophasé équivalent d'un système équilibré

Si un système est équilibré, il n'est pas nécessaire d'étudier son fonctionnement dans sa globalité et l'étude du fonctionnement d'une de ses phases est suffisante.

Le schéma monophasé équivalent va donc modéliser le fonctionnement d'une phase et il fera intervenir les tensions simples et les courants de ligne.



VI) Etudes systèmes triphasés déséquilibrés : les composantes symétriques

VI.1) Généralités

Il existe deux méthodes de résolution des circuits déséquilibrés :

- Les méthodes algébriques (loi des nœuds, loi des mailles, transformation étoile-triangle, théorème de Thévenin...)
- La méthode des composantes symétriques

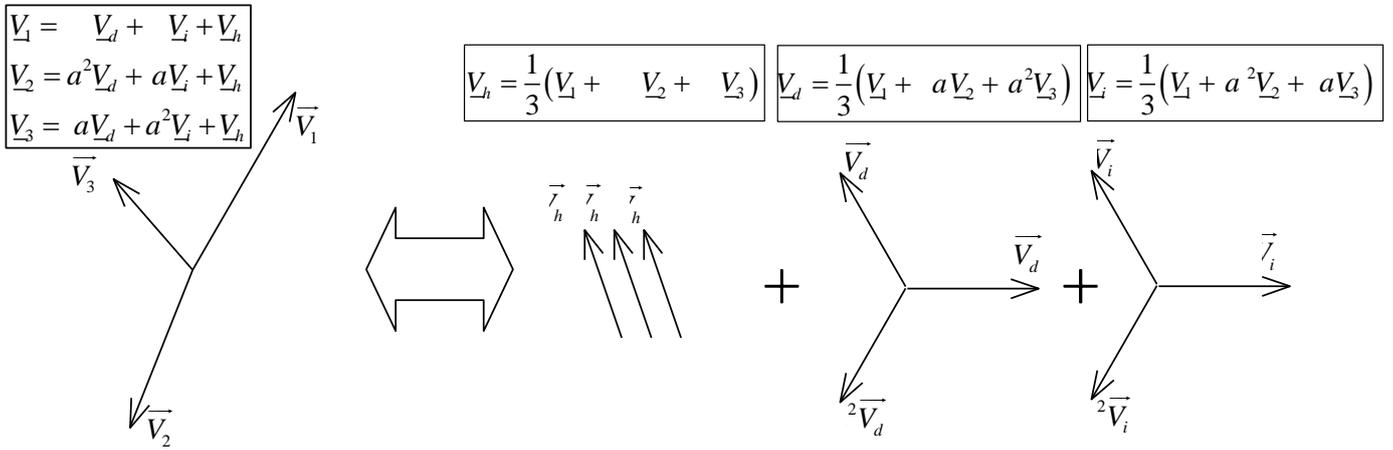
Tout système de trois grandeurs vectorielles (V_1, V_2, V_3) de même nature et de même fréquence est égal à la superposition de trois systèmes de même fréquence : un système équilibré direct (V_d, a^2V_d, aV_d) , un système équilibré inverse (V_i, aV_i, a^2V_i) et un système homopolaire (V_h, V_h, V_h)

Comme l'étude d'un système équilibré est plus facile, cette transformation peut parfois se justifier.

- Les composantes se déterminent donc par une construction vectorielle
- Ou par les relations de passages suivantes

VI.2) Relations de passage

On passe de l'une à l'autre par la transformation de **Fortescue**



VI.3) Bilan de puissances

$$\begin{cases} \underline{V}_1 = V \\ \underline{V}_2 = V e^{-j2\pi/3} \\ \underline{V}_3 = V e^{-j4\pi/3} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} \underline{I}_1^* = I e^{j\varphi_1} \\ \underline{I}_2^* = I e^{j(\varphi_2 + 2\pi/3)} \\ \underline{I}_3^* = I e^{j(\varphi_3 + 4\pi/3)} \end{cases}$$

Puissance apparente complexe :

$$\underline{S} = \underline{V}_1 \cdot \underline{I}_1^* + \underline{V}_2 \cdot \underline{I}_2^* + \underline{V}_3 \cdot \underline{I}_3^* = 3 \times (\underline{V}_d \cdot \underline{I}_d^* + \underline{V}_i \cdot \underline{I}_i^* + \underline{V}_h \cdot \underline{I}_h^*) = P + jQ$$

donc $\underline{S} = \underline{S}_d + \underline{S}_i + \underline{S}_h$

$$P = \text{Re}\{\underline{S}\} = P_d + P_i + P_h$$

$$Q = \text{Im}\{\underline{S}\} = Q_d + Q_i + Q_h$$

$$k = \frac{P}{S} = \frac{P_d + P_i + P_h}{\sqrt{(P_d + P_i + P_h)^2 + (Q_d + Q_i + Q_h)^2}}$$

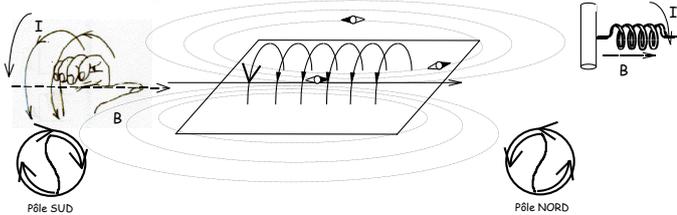
CHAPITRE : 4

RESUMÉ : ELECTROTECHNIQUE FONDAMENTALE 1 CIRCUITS MAGNETIQUES

I) Grandeurs magnétiques :

I.1) Le vecteur champ d'induction magnétique : \vec{B}

Les lignes de champ vont du Nord vers le Sud



Relation Champ d'induction/ Champ d'excitation

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \text{ avec } \mu = \mu_0 \mu_r$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$$

Théorème d'Ampère :

$$\sum H d\ell = \sum NI$$

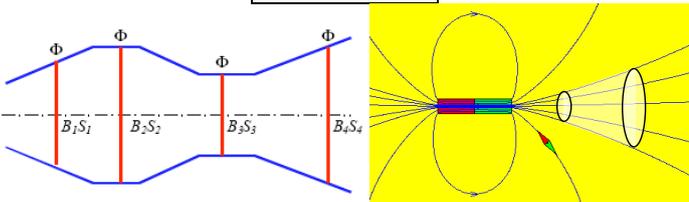
II) Lois fondamentales du magnétisme :

II.1) Loi de Faraday Loi de Lenz

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = \|\vec{B}\| \cdot \|\vec{S}\| \cdot \cos(\vec{B}, \vec{S})$$

$$e(t) = - \frac{d\phi(t)}{dt}$$

Le courant induit par ses effets s'oppose à la cause qui lui a donné naissance



Dans un circuit magnétique le flux se conserve et la surface décrivant ce flux s'appuie sur les lignes de champ

II.2) Force appliquée sur une particule ou un conducteur :

Loi de Lorentz : $\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$

Loi de Laplace : $\vec{F} = i\ell \wedge \vec{B}$

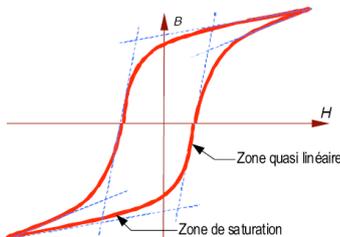
II.3) Applications :

TV , Effet Hall, Haut parleur, MCC, Appareils de mesure magnétoélectrique , Conducteurs tressés

III) Les circuits magnétiques linéaires :

III.1) Circuit magnétique parfait:

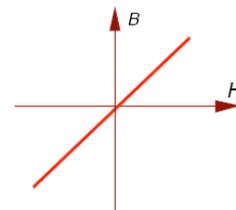
Circuit Non linéaire



Linéarisation

- Pas de lignes de fuites .
- L'induction magnétique est uniforme,
- Circuit linéarisé $B = \mu_0 \mu_r H$, avec μ constant

Circuit linéarisé

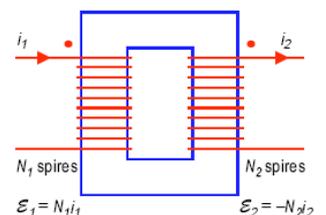


III.2) Conséquences : relations d'Hopkinson:

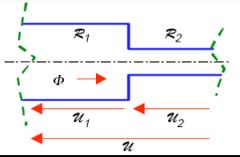
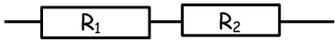
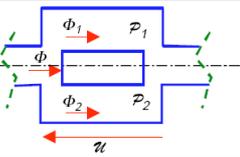
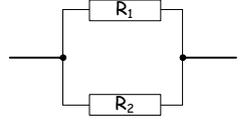
On peut considérer que les lignes de champs sont concentrées dans le circuit magnétique.

$$H \cdot \ell = NI = \mathcal{E} \quad \text{On a alors : } H = \frac{B}{\mu} = \frac{B}{\mu_0 \mu_r} = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \cdot \frac{\phi}{S} \text{ d'où la relation}$$

$$\mathcal{E} = H \cdot \ell = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \cdot \frac{\phi}{S} \ell \text{ avec } \mathfrak{R} = \frac{\ell}{\mu S} \text{ Donc la relation d'Hopkinson : } \sum NI = \left(\sum_i \mathfrak{R}_i \right) \cdot \phi$$



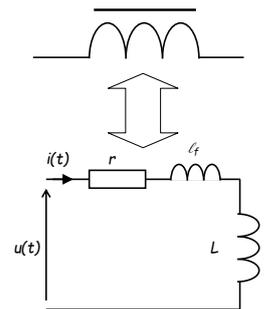
III.3) Analogie électrique:

Grandeurs magnétiques		Grandeurs électriques	
Force magnétomotrice : $\mathcal{E} = Ni$ en A/m ou A.tr/m		Force électromotrice : E en Volts (V)	
flux d'induction : φ en Webers (Wb)		Courant électrique : i en Ampères (A)	
Réluctance : $\mathfrak{R} = \frac{\ell}{\mu S}$		Résistance : $R = \rho \frac{\ell}{S}$	
ddp magnétique : $\mathcal{U} = \mathfrak{R} \varphi$		ddp électrique : $U = R I$	
maille magnétique $\sum_{maille} \mathcal{U}_m = 0$		Maille électrique : $\sum_{maille} U_m = 0$	
nœud magnétique $\sum_{noeud} \varphi_m = 0$		nœud électrique : $\sum_{noeud} I_n = 0$	
Association série $\mathfrak{R}_{eq} = \mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2$		Association série $R_{eq} = R_1 + R_2$	
Association parallèle : $\frac{1}{\mathfrak{R}_{eq}} = \frac{1}{\mathfrak{R}_1} + \frac{1}{\mathfrak{R}_2}$		Association parallèle : $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$	

IV) Les circuits magnétiques en régime sinusoïdal : bobine à noyau de fer:

IV.1) Caractérisation de la bobine à noyau de fer en régime linéaire:

- Coefficient d'auto induction : $L = \frac{N^2}{\mathfrak{R}}$ avec $L = \frac{N^2 \mu_0 S}{\ell}$ et $\phi = N \varphi = Li$
- Afin de tenir compte de la résistance des fils on ajoute une résistance r .
- Le flux de fuite fait apparaître une inductance de fuite. $\ell_f = \frac{N^2}{\mathfrak{R}_{air}}$



IV.2) Comportement simplifié dans l'hypothèse de Kapp: $\ell_f \frac{di(t)}{dt} \text{ et } r i(t) \ll N \frac{d\phi(t)}{dt}$

En régime sinusoïdal
$$U = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} B_{\max} N S f = 4,44 \times B_{\max} N S f$$

La loi d'Hopkinson nous rappelle que $Ni = \mathfrak{R} \cdot \phi$ donc $i = \frac{\mathfrak{R} \cdot \phi}{N} = \frac{\mathfrak{R}}{N^2} \frac{U \sqrt{2}}{\omega} \sin \omega t = \frac{U \sqrt{2}}{L \omega} \sin \omega t$ et l'on retrouve la

définition de l'inductance en régime sinusoïdal : $Z = L \omega$ On a donc toujours $V = L \omega I$ avec $L = \frac{N^2}{\mathfrak{R}}$

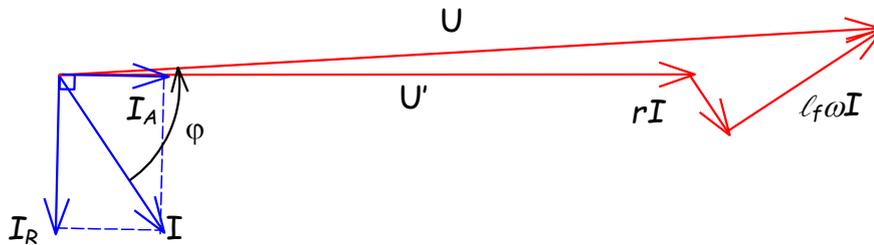
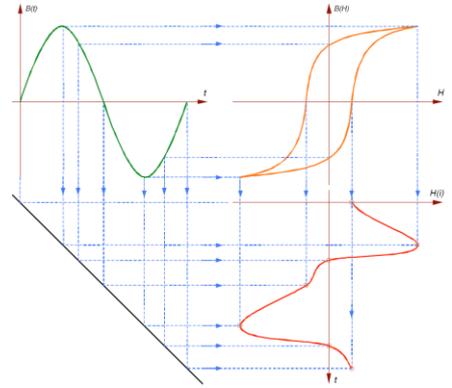
On peut déterminer
$$X = L \omega = \frac{U^2}{Q_{fer}} = \frac{Q_{fer}}{I_R^2} = \frac{U}{I_R}$$

IV.3) Caractérisation de la bobine à noyau de fer en régime non linéaire: saturation du matériau

Le cycle d'hystérésis déforme le courant qui génère donc des harmoniques et des pertes par hystérésis $P_H = k_H \cdot f \cdot B_M^2$ et courant de Foucault

$P_F = k \frac{B_M^2 f^2}{\rho}$ que l'on modélisera par une résistance

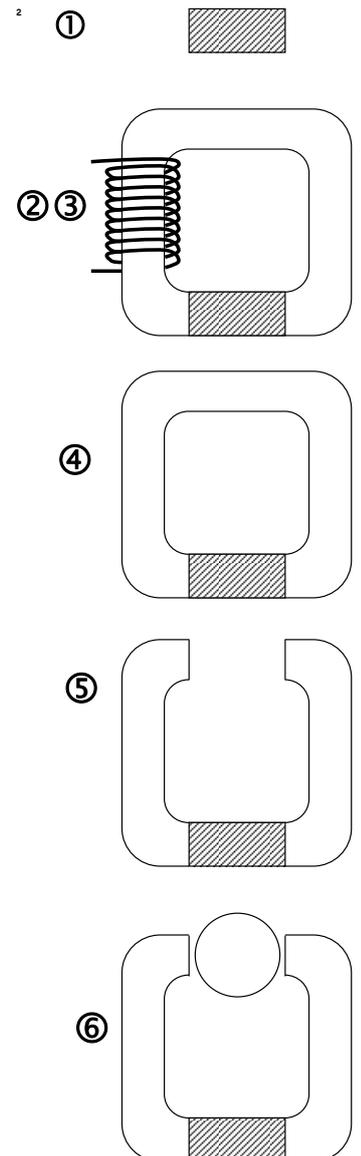
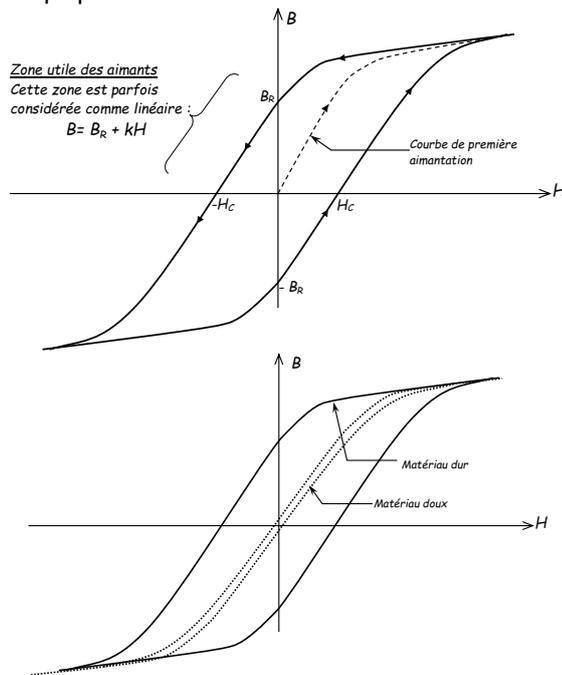
$$R_f = \frac{U^2}{P_{fer}} = \frac{P_{fer}}{I_A^2} = \frac{U}{I_A}$$



V) Les milieux magnétiques, aimants permanents:

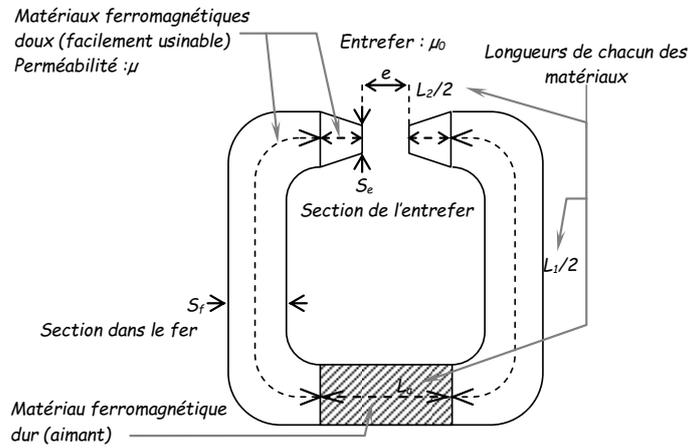
V.1) Cycle d'hystérésis de divers matériaux

Pour certains matériaux le fait de revenir en arrière fait apparaître un dédoublement de la courbe qui dépend du passé magnétique du matériau qui présente ainsi un effet de mémoire.

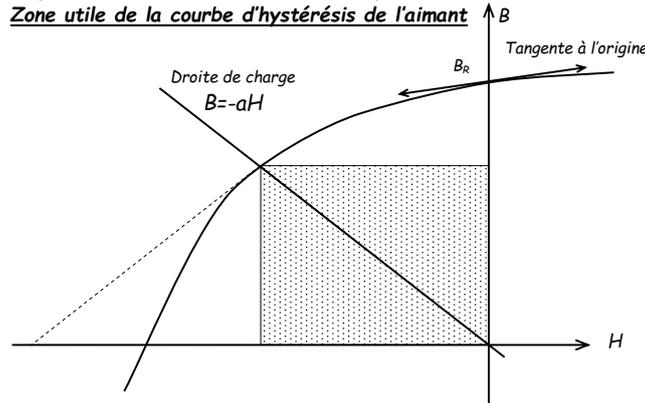


V.2) Droite de charge : Calcul de longueur d'aimant

$$B = -a \times H \quad \text{avec} \quad a = \mu_0 \frac{S_e \times L}{S_a \times e}$$



Son intersection avec la courbe d'hystérésis de l'aimant donne le point de fonctionnement.

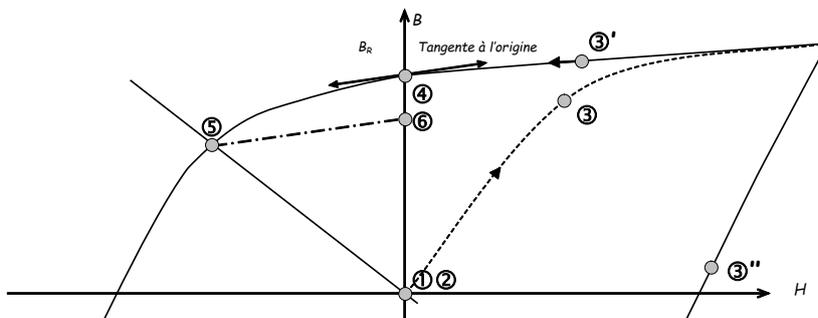


Maximum d'énergie magnétique pour un minimum de volume d'aimant $\left(V_{\text{volume aimant}} = \frac{b_e^2 S_e}{\mu_0} \cdot \frac{1}{B \times H} \right)$: il faut que le produit de

B par H (aire du rectangle) maximum.

Ainsi la longueur d'aimant à usiner est donnée par $L = \frac{S_a B_a}{\mu_0 H S_e} \cdot e$

V.3) Désaimantation : droite de recul



V.4) Les électroaimants:

Un électroaimant génère une force. Le circuit magnétique se déforme de façon à rendre le flux le plus grand possible (donc en diminuant la reluctance du circuit, c'est-à-dire en diminuant l'entrefer)

La force de l'électroaimant est du type :

$$F = \frac{\mu_0}{2} \frac{N^2 I^2}{(e+x)^2} S$$

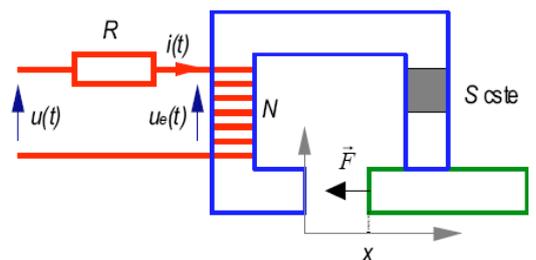
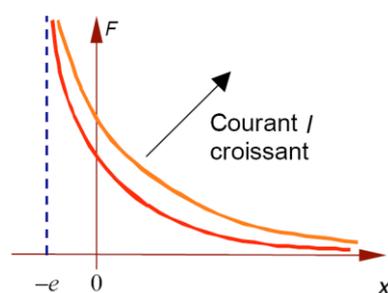


Figure 1 : armature en translation

VI) Couplage des circuits :

VI.1) Rappels sur les inductances:

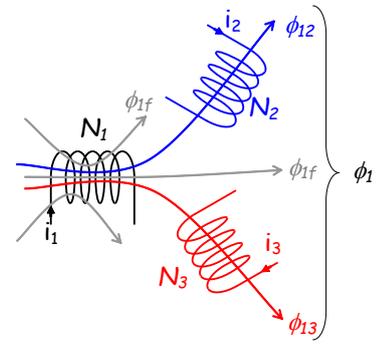
Inductance propre: $L_1 = \frac{N_1 \phi_1}{i_1}$ avec ϕ_1 : tous les flux qui traversent la bobine 1

Inductance principale: $L_{1p} = \frac{N_1 \phi_{1p}}{i_1}$ avec $\phi_{1p} = \phi_1 - \phi_{1f}$: tous les flux utiles qui

traversent des bobines

Inductance de fuite: $\ell_{1f} = \frac{N_1 \phi_{1f}}{i_1}$ avec ϕ_{1f} : tous les flux qui ne traversent aucune partie

utile



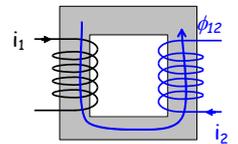
VI.2) Inductances mutuelles: Inductance mutuelle : $M_{12} = \frac{N_2 \phi_{12}}{i_1}$ et $M_{21} = \frac{N_1 \phi_{21}}{i_2}$

VI.2.1) Sans fuites de flux:

Entre deux bobines parfaitement couplées : $\phi_{12} = \phi_{21} = \phi_1 = \phi_2$

$$M_{12} = M_{21} = M$$

$$M = \frac{N_2}{N_1} L_1 = \frac{N_1}{N_2} L_2 \quad \text{et} \quad M = \frac{N_2 N_1}{\mathfrak{R}} \quad \text{et} \quad M = \sqrt{L_2 L_1} \quad \text{et} \quad \frac{L_2}{L_1} = \left(\frac{N_2}{N_1} \right)^2$$

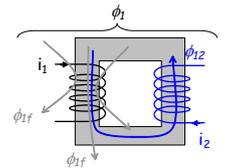


VI.2.2) Avec fuites de flux: coefficients de couplage

$$\ell_{f1} = L_1 - M \frac{N_1}{N_2} \quad \text{et} \quad \ell_{f2} = L_2 - M \frac{N_2}{N_1} \quad \text{où apparaissent les inductances primaires :}$$

$$L_{1p} = L_1 - \ell_{f1} = M \frac{N_1}{N_2} \quad \text{et de même} \quad L_{2p} = L_2 - \ell_{f2} = M \frac{N_2}{N_1} \quad \text{donc} \quad (L_1 - \ell_{f1})(L_2 - \ell_{f2}) = M^2 \quad \text{et en se servant des}$$

inductances primaires $M = \sqrt{L_{2p} L_{1p}}$



- **Coefficient de couplage :** $k_{12} = \sqrt{\frac{\phi_{12} \phi_{21}}{\phi_1 \phi_2}} = \frac{M_{12}}{\sqrt{L_1 L_2}} \leq 1$ permet de voir le niveau de couplage (=1 si couplé)

- **Coefficient de dispersion de Blondel :** chiffre les fuites : $\sigma_{12} = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 L_2} = 1 - k_{12}^2 = 1 - \frac{M^2}{L_1 L_2}$

➤ Sans fuite : $L_1 L_2 = M^2 \Rightarrow \sigma_{12} = 0$

➤ Avec fuites : $L_1 L_2 > M^2$

- **Coefficient d'Hopkinson :** rapport du flux total sur le flux utile $\gamma = \frac{\phi_1}{\phi_{12}} = 1 + \frac{\phi_{f1}}{\phi_{12}} > 1$

Série N° 1 :

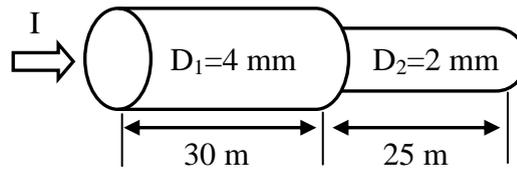
Exercice 1 : - Dans un fil, le débit des électrons est 200 milliards par seconde. Calculer l'intensité du courant. ($e=1,6 \times 10^{-19}$ C).

- Un câble de 2 mètres de longueur et d'une section de 1 mm^2 à 20°C . ($\rho_{\text{cu}}=1,7 \times 10^{-8} \Omega\text{m}$, $\alpha=4 \times 10^{-3}$). Calculer la résistance du câble sous une température de 60°C .

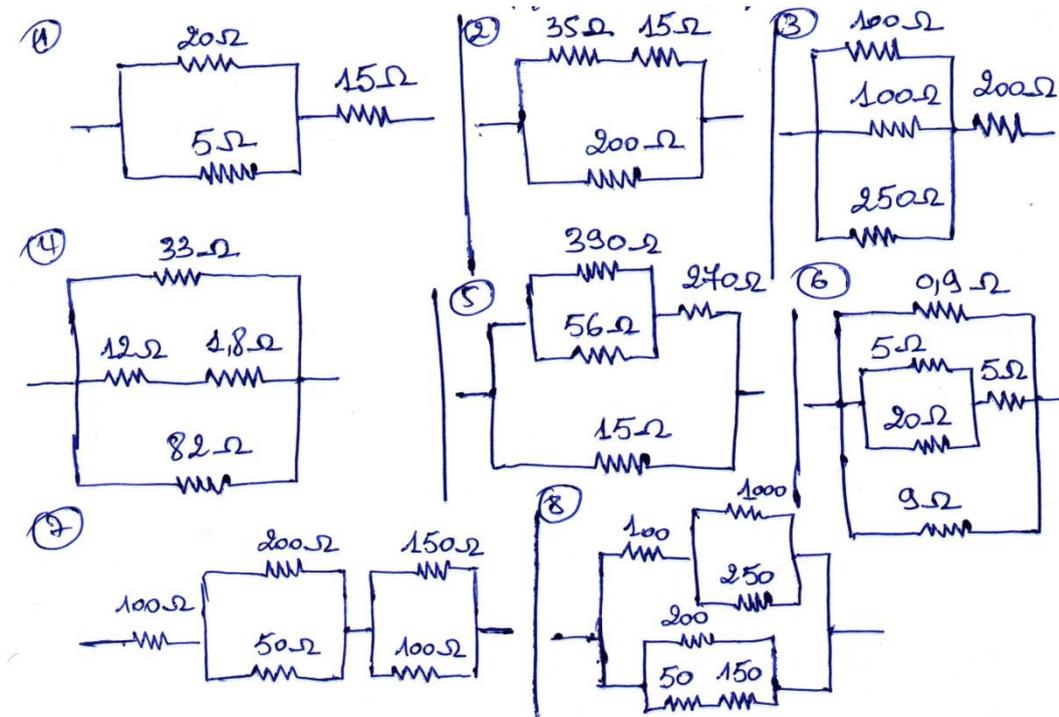
Exercice 2 : Soit le conducteur en cuivre suivant :

- Calculer la valeur de R.

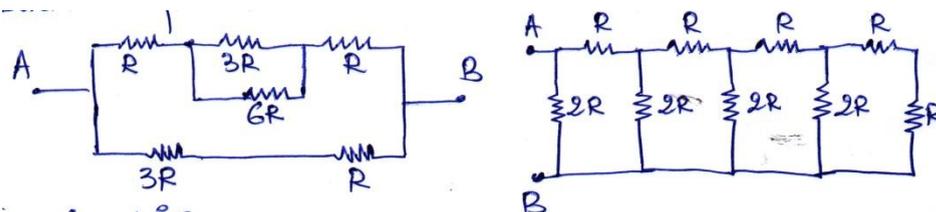
Avec, $\rho_{\text{cu}}=1,7 \times 10^{-8} \Omega\text{m}$.



Exercice 3 : Calculer R des circuits suivants :

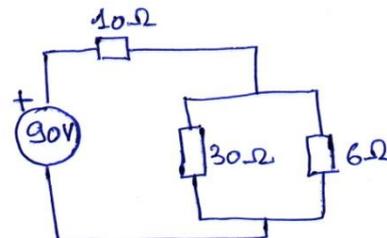


Exercice 4 : Pour les figures suivantes, calculer la résistance équivalente entre A et B.

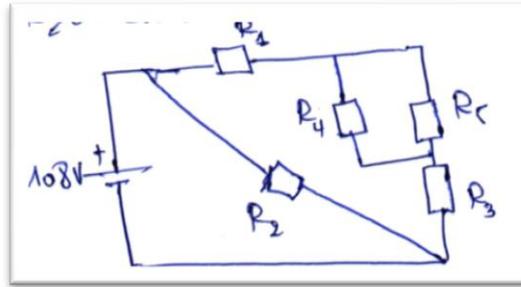


Exercice 5 :

- 1- Trouver la puissance dissipée dans chacune de résistance.

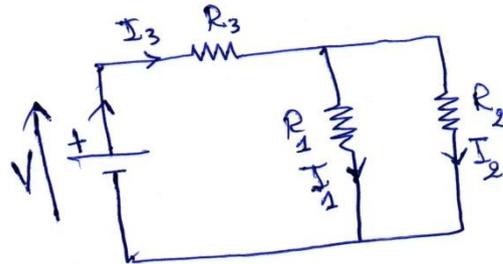


- 2- Le circuit ci-après est raccordé à une génératrice dont la tension est de 108 V. Trouver le courant et la tension pour chacun des éléments du circuit. $R_1=1 \Omega$, $R_2=4 \Omega$, $R_3=3 \Omega$, $R_4=72 \Omega$, $R_5=9 \Omega$.



- 3- Calculer l'intensité du courant I_1 , I_2 et I_3 du circuit suivant :

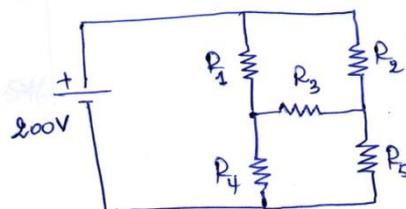
On donne : $V=12 \text{ V}$, $R_1=330 \Omega$, $R_2=220 \Omega$, $R_3=820 \Omega$.



Série N° 2 :

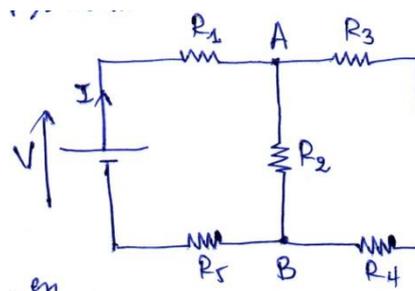
Exercice 1 : Trouver les tensions et les courants dans chacune des branches du circuit suivant :

Avec, $R_1=8 \Omega$, $R_2=12 \Omega$, $R_3=10 \Omega$, $R_4=24 \Omega$, $R_5=6 \Omega$.



Exercice 2 : Soit le circuit suivant :

- 1- Quelle est la valeur du courant qui traverse R_5 .
- 2- Pour $I_4=6 \text{ mA}$, calculer I_2 .
- 3- Soit $V_1=4.7 \text{ V}$, calculer V_5 .
- 4- Déduire I_3 .
- 5- Etablir l'expression de V_2 en fonction de V_3 et V_4 .
- 6- Calculer V_3 pour $V_4=1.2 \text{ V}$.

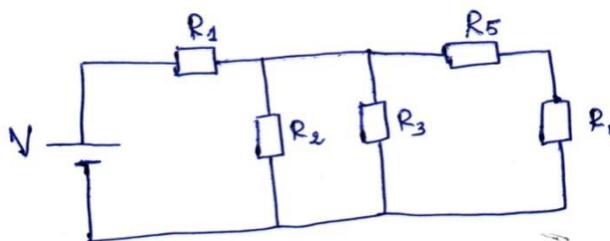


Sachant que : $V=12 \text{ V}$, $V_{AB}=4 \text{ V}$, $I=10 \text{ mA}$, $R_1=470 \Omega$, $R_2=1 \text{ k}\Omega$.

Exercice 3 : Soit le circuit ci-dessous qui a les données suivantes :

$V=15 \text{ V}$, $R_1=1 \text{ k}\Omega$, $R_2=2 \text{ k}\Omega$, $R_3=2 \text{ k}\Omega$, $R_4=0.75 \text{ k}\Omega$.

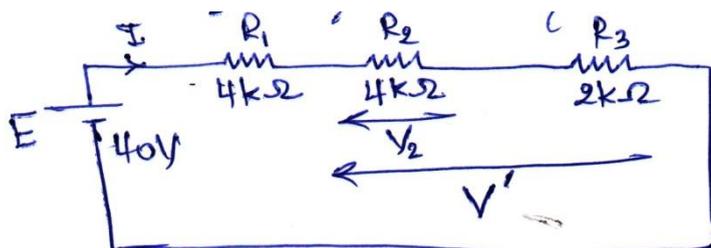
- 1- Calculer R_T et I_T .
- 2- Calculer V_3 aux bornes de R_3 ; puis V_4 et V_5 .
- 3- Trouver I_1 , I_2 , I_3 , I_4 et I_5 .
- 4- Calculer la puissance totale P_T puis P_1 , P_2 , P_3 , P_4 et P_5 .
- 5- On remplace R_4 par un court-circuit ; est-ce-que la puissance totale dissipée P_T va augmenter ou diminuer ? Pourquoi ?



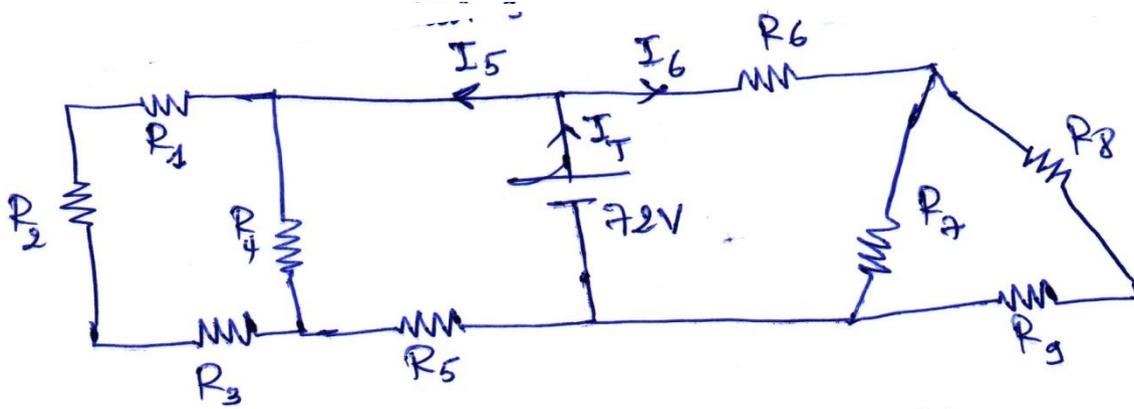
Exercice 4 : Un moteur a une résistance interne $r=0.5 \Omega$, on applique entre ses bornes une tension fixe $U=120\text{V}$.

- 1- Etablir l'équation donnant l'intensité I en fonction de la puissance mécanique P fournie par le moteur. A-t-elle toujours des racines ?
- 2- Déterminer la chute de tension et les pertes par effet Joule débitées par la résistance r pour $I=23 \text{ A}$ et $P=2.5 \text{ kW}$. Evaluer le rendement du moteur η .

Exercice 5 : Déterminer V_2 et V' du circuit suivant :

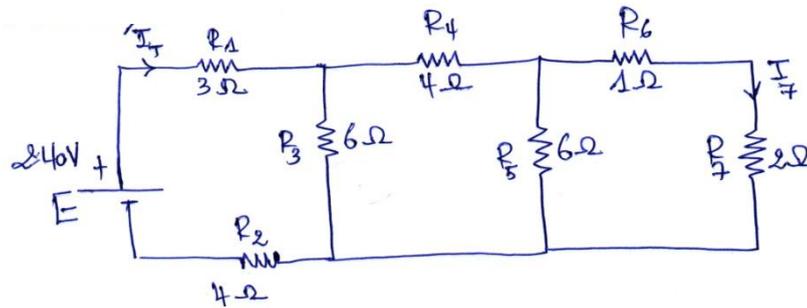


Exercice 6 : Déterminer les courants et les tensions dans chaque élément du circuit suivant:



On donne : $R_1=4\text{ k}\Omega$, $R_2=8\text{ k}\Omega$, $R_3=R_5=R_6=12\text{ k}\Omega$, $R_4=24\text{ k}\Omega$, $R_7=9\text{ k}\Omega$, $R_8=3\text{ k}\Omega$, $R_9=6\text{ k}\Omega$.

Exercice 7 : Calculer I_7 et V_5 du circuit suivant :



Série N° 3 :

Exercice 1 : la tension mesurée par un Voltmètre aux bornes d'une inductance indique 100 V, soit $L=0.12$ H et $f=50$ Hz. Calculer X_L , I_{eff} et Q_L .

Exercice 2 : Dans un circuit RLC série, le condensateur a une capacité de $300 \mu F$, la bobine a une inductance de $L=5$ mH, et la résistance de 10Ω . Le générateur est le réseau de distribution ($U_{max}=325$ V, $f=50$ Hz).

- 1) Calculer X_L , X_C et l'impédance du circuit Z .
- 2) Calculer l'amplitude du courant et le déphasage φ .
- 3) Faire la représentation (construction) de Fresnel.
- 4) Déterminer la période propre (de résonance) du circuit.
- 5) Réaliser le diagramme d'impédance en déduisant Z graphiquement.
- 6) Calculer P , Q , S et FP .

Exercice 3 : Un réseau monophasé 230V/50Hz alimente une résistance de 10Ω et une charge inductive de 3273.5 VA qui consomme 2024.2 W.

- 1- Calculer Z et L .
- 2- Calculer le courant (module et argument) fourni par le réseau.
- 3- Tracer la construction de Fresnel des courants et des tensions.
- 4- Calculer le facteur de puissance de l'installation.

Exercice 4 : Un petit commerce est alimenté par le réseau électrique $V=240$ V et $f=50$ Hz. Il comprend associés en parallèle :

- 20 lampes de 100 W ;
- Un chauffage résistif de 2.2 kW ;
- Deux moteurs monophasés de 0.75 kW (puissance utilisé ou utile), de rendement $\eta=0.78$ et un facteur de puissance $FP_m=\cos\varphi_m=0.75$.

Calculer, lorsque l'ensemble fonctionne simultanément :

- 1- La puissance active et réactive absorbées par le petit commerce.
- 2- L'intensité et le facteur de puissance de l'ensemble.

Exercice 5 : Considérons un moteur monophasé alimenté par une tension sinusoïdale à 50 Hz de valeur efficace de 220 V. Ce moteur constitue une charge inductive qui peut être représentée par une impédance complexe $\underline{Z}=R+jX$ avec $X=X_L$, où la résistance $R=42 \Omega$ et la réactance $X_L=26 \Omega$; calculer :

- 1- L'impédance Z et la valeur efficace du courant.
- 2- La puissance active, réactive et apparente.
- 3- Le FP. Quelle est la valeur d'un condensateur C qui doit placer en série avec R et L pour obtenir un $\cos\varphi_N=0.9$?

Exercice 6 : Une résistance $R=100 \Omega$ est branchée en série avec un condensateur de capacité $C=10 \mu F$.

- 1- a- Calculer X_C ($f=50$ Hz).
- b- Déduire l'impédance Z .
- 2- On applique aux bornes du dipôle la tension : $u(t) = 220\sqrt{2} \sin(100\pi t)$ déterminer le courant qui correspond $i(t) = I\sqrt{2} \sin(100\pi t - \varphi)$

Série N° 4 :

Exercice 1 :

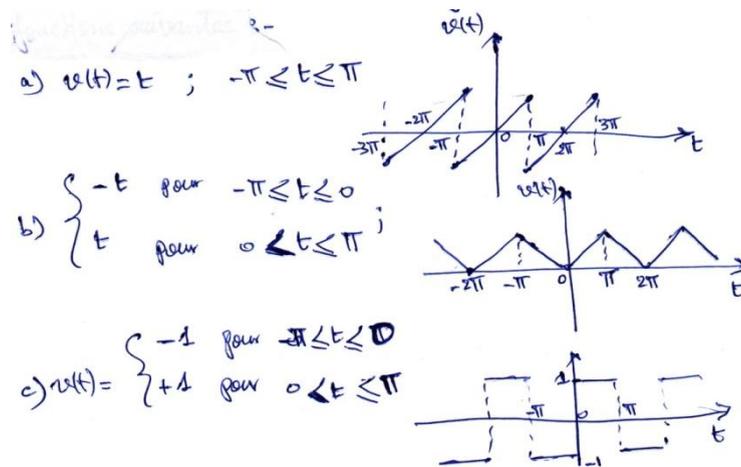
1- Calculer la valeur moyenne et la valeur efficace des fonctions suivantes :

a- $v(t) = V_M \sin \omega t + \frac{V_M}{3} \sin 3\omega t$

b- $v(t) = V_M \cos^2(\omega t + \alpha)$

c- $v(t) = V_M^2 \cos(\omega t) \cos(2\omega t + \alpha)$

2- Déterminer le développement en série de Fourier (SF) et la valeur moyenne et efficace des fonctions suivantes :



Exercice 2 : Un Voltmètre à courant alternatif indique que la tension dans une résistance est de 120 V, $f=60\text{Hz}$. Calculer :

a- La valeur crête de la tension.

b- La valeur minimale de la tension.

c- Le taux de variation maximal de tension $\left(\frac{\Delta V}{\Delta t}\right)_{\text{Max}}$ qui est la valeur max de $\frac{dv(t)}{dt}$.

Exercice 3 : Ces questions sont indépendantes l'une de l'autre.

1- Faire une représentation temporelle des signaux suivants :

$x(t) = A \sin \omega t$, $y(t) = B \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)$, $z(t) = C \cos \omega t$ Avec, $A = \frac{B}{2} = 2C$

2- Une tension sinusoïdale $u(t)$ possède une période $T=2$ ms et une valeur de crête $U_{\text{Max}}=311$ V qui est atteinte au temps 0.2 ms.

- Ecrire l'équation de cette tension. Représenter-la.

3- Une puissance moyenne de 675 W est dissipée par une résistance de 3Ω parcourue par un courant sinusoïdal.

- Quelle est la valeur efficace de la tension aux bornes de cette résistance ?

4- Démontrer que la valeur moyenne d'une grandeur sinusoïdale est nulle.

Exercice 4 : Un ruban de ferro-nickel, de résistivité $\rho=8 \times 10^{-7} \Omega\text{m}$, de longueur $l=12$ m, de largeur $l'=1.5$ m et d'épaisseur $e=0.2$ mm, est placé entre deux bornes reliées à une source de courant (à choisir son sens) qui maintient entre elles une tension alternative de valeur efficace $U=120$ V.

1- Calculer :

a/ La résistance du ruban.

b/ l'intensité efficace du courant.

2- Tracer la tension et le courant pour $f=50$ Hz.

Série N° 5 :

Exercice 1 : Un alternateur triphasé à 50 Hz génère une tension sinusoïdale de 34600 V entre les lignes. Calculer :

- 1) La tension efficace entre une ligne et le neutre.
- 2) La tension de crête (maximale) entre deux lignes.
- 3) L'intervalle de temps qui sépare U_{abMax} et U_{bcMax} .

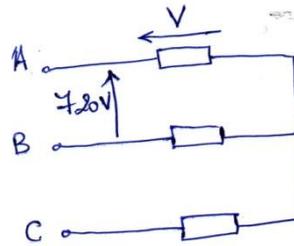
Exercice 2 : Une ligne triphasée à 550 V (tension composée) alimente trois résistances identiques montées en étoile. Quelle est la tension et le courant aux bornes de chaque résistance ? ($R=26.5 \Omega$).

Exercice 3 : Trois impédances identiques montées en triangle sur une ligne triphasée à 680 V tirent un courant de 10 A. Calculer :

- a) Le courant dans chaque impédance et la tension à ses bornes.
- b) La valeur des impédances.

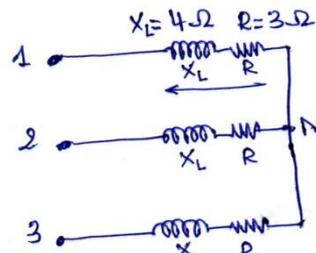
Exercice 4 : Trois résistances égales montées en étoile sur une ligne triphasée à 720 V dissipent une puissance totale de 3300 W. Calculer :

1. Le courant dans chaque ligne.
2. La valeur de chaque résistance.



Exercice 5 : Pour le circuit suivant ; calculer :

- 1) Le courant dans chaque ligne.
- 2) La tension aux bornes des inductances.
- 3) L'inductance L utilisée et le FP.



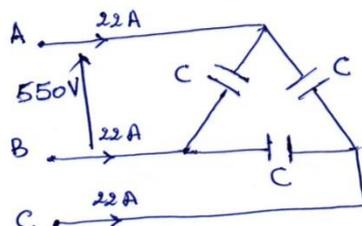
On donne aussi : $U=440 \text{ V}$ et $f= 50\text{Hz}$.

Exercice 6 : Une usine absorbe 414 kVA d'une ligne triphasée à 2400 V (voir la figure). La charge assez bien équilibrée, et le facteur de puissance de 87.5% (en retard). Déterminer :

- 1- L'impédance de l'usine, par phase.
- 2- L'angle entre le courant de ligne et la tension simple.
- 3- Le diagramme de tension vectoriel complet de l'usine.

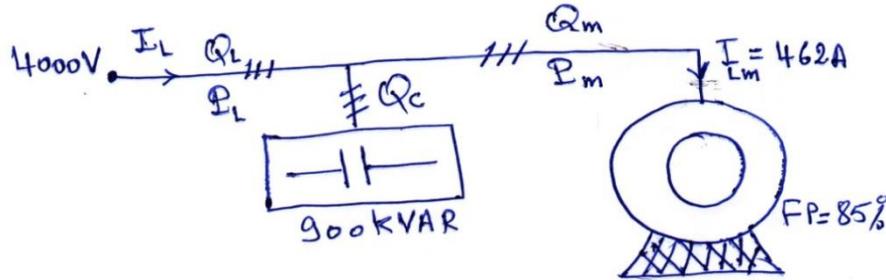


Exercice 7 : Une ligne triphasée à 550 V (60 Hz), alimente trois condensateurs identiques montés en triangle. Le courant de ligne est de 22 A. Calculer la capacité de chaque condensateur.



Exercice 8 : Un moteur absorbe un courant de ligne (vers le moteur) de 462 A d'une ligne triphasée à 4000 V comme tension composée. Le facteur de puissance du moteur est de 85%. Une installation de condensateur de 900kVAR est disposée aux bornes du moteur pour améliorer le facteur de puissance de la ligne. Calculer :

- 1) La puissance active et réactive absorbées par le moteur.
- 2) La puissance réactive fournie par la ligne.
- 3) Le courant tiré de la ligne.
- 4) Tracer le diagramme vectoriel de tension pour une phase.



Exercice 9 : Soit une charge triphasée composée d'impédance Z correspondant à la mise en série d'une résistance R de 15Ω et d'une inductance L de 32 mH . Cette charge est connectée en triangle et alimentée par un réseau triphasé symétrique de 380 V (valeur efficace de la tension composée). On désire de déterminer :

- 1- La puissance active fournie par ce réseau.
- 2- La puissance réactive fournie par ce réseau.
- 3- La puissance apparente fournie par ce réseau.
- 4- La représentation vectorielle des tensions pour une phase.

Exercice 10 : On considère que la charge triphasée qui a été définie dans l'exercice précédent (exercice 5-9) est connectée en étoile au lieu d'être connectée en triangle. Déterminer :

1. Le courant de ligne.
2. La puissance active, apparente et réactive.
3. Si la phase 2 est débranchée (accidentellement), trouver le courant de neutre.

Exercice 11 : Soient des impédances d'une charge triphasée (couplage étoile) possèdent le même argument φ et les modules sont : $Z_1=5 \Omega$, $Z_2=10 \Omega$, $Z_3=20 \Omega$, et que la tension composée du réseau vaut 380 V ($\text{FP}=0.86$). Déterminer :

- 1- Le courant dans chaque phase.
- 2- Les puissances : active, réactive et apparente.
- 3- Le courant de neutre.