

CHAPITRE 1 : Mécanisme de transfert de la matière

1. Introduction

Dans un système immobile, homogène et en équilibre la concentration des différents constituants est la même en tout point. Il en est de même de la température et de la pression. Si l'on fait varier l'un de ces facteurs, le système n'est plus en équilibre et il se produit à l'intérieur du système un phénomène appelé transfert qui tend à rétablir l'équilibre.

2. Transfert diffusif

S'il existe une différence de concentration dans l'espace, par exemple entre deux compartiments séparés par une membrane perméable (laissant passer le solvant et le soluté) ; il va y avoir, au cours du temps, un déplacement de la matière, du compartiment concentré vers le moins concentré, figure 1.1. Ce transfert s'effectue, jusqu'à ce que l'équilibre en concentration soit atteint. Ce phénomène spontané est appelé diffusion.



Figure 1.1. Diffusion du milieu le plus concentré vers le milieu le moins concentré.

Si on considère un plan normal à la direction du gradient de concentration d'un réactif A quelconque, ou n'importe quel autre plan, il existe un flux de molécules A à travers ce plan.

Le mouvement de l'élément chimique, de la région à haute concentration vers la région à faible concentration, peut être observé en mettant un morceau de KMnO_4 (permanganate de potassium) dans l'eau. Le KMnO_4 commence à se dissoudre dans l'eau et près du cristal on voit une couleur bleue foncée qui devient claire en s'éloignant du cristal.

2.1. La loi de Fick

Si on place une petite quantité d'un liquide volatil au fond d'un tube à essai et qu'on le laisse en contact avec un courant d'air sec, comme illustré dans la figure 1.2, un profil de concentration linéaire est établi dans le tube à essai à l'état stationnaire lorsque le temps

tend vers l'infini et une évaporation continue du liquide prendra place. Ce phénomène, selon lequel, un transfert de matière est causé par une distribution non-uniforme de la concentration est appelé diffusion.

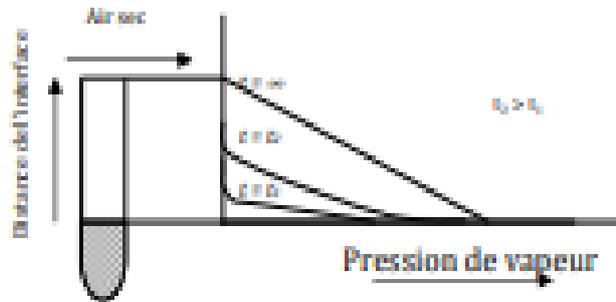


Figure 1.2. Diffusion d'une vapeur dans un gaz.

La diffusion peut être décrite par la loi empirique qui suit :

$$J_{xy} = -CD_{AB} \frac{dx_A}{dy} \qquad J_{xy} = -D_{AB} \frac{dC_A}{dy} \qquad (1.1)$$

L'indice A désigne l'espèce chimique qui se diffuse alors que y indique la direction dans laquelle le transport prend place. Dans ce cas, J_{Ay} est défini comme le flux molaire de l'espèce A par rapport à la vitesse moyenne, D_{AB} ; le coefficient de diffusion, C ; la concentration totale, x_A ; la fraction molaire de l'espèce A , C_A ; la concentration molaire de A .

Cette équation peut être exprimée soit en utilisant la fraction molaire ou la fraction massique comme suit :

$$j_{Ay} = -\rho D_{AB} \frac{d\omega_A}{dy} \qquad j_{Ay} = -D_{AB} \frac{d\rho_A}{dy} \qquad (1.2)$$

j_{Ay} est défini comme étant le flux massique relatif à la vitesse moyenne, ρ ; la concentration massique totale, ω_A et ρ_A ; la fraction massique et la concentration massique de l'espèce A , respectivement.

C'est la première loi de Fick de diffusion (1855) à une seule dimension. Elle est valide pour n'importe quel mélange solide, liquide ou gazeux.

2.2. Définition de la diffusion moléculaire

La diffusion moléculaire est ainsi appelée car elle résulte de l'agitation thermique des molécules et se réalise à l'échelle moléculaire. La cinétique du phénomène est quantifiée par la diffusivité qu'on appelle également le coefficient de diffusion D .

Considérons une plaque de verre assez fine de superficie S et d'épaisseur Y . Supposons qu'initialement (pour $t < 0$), les deux faces horizontales de la plaque soient en contact avec l'air, qu'on suppose totalement insoluble dans le verre. Au temps ($t = 0$), l'air en dessous de la plaque est soudainement remplacé par de l'hélium pur, qui par contre est très soluble dans le verre. L'hélium pénètre doucement dans le verre en vertu de son mouvement moléculaire et en définitive apparaît de l'autre côté au dessus de la plaque de verre. Ce transport d'une molécule par rapport à une autre substance est la diffusion moléculaire. Etant donné que l'air du dessus est rapidement remplacé, il n'y aura pas d'accumulation de molécules d'hélium sur cette face, Figure 1.3.

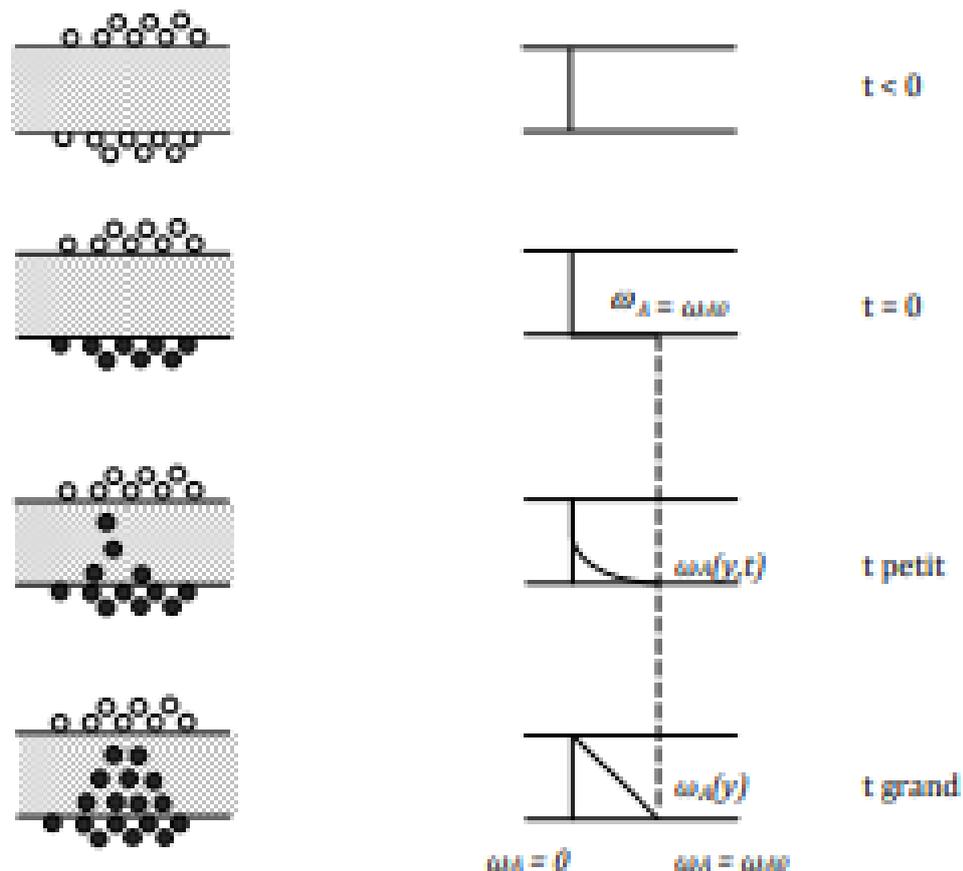


Figure 1.3. Progression de la diffusion de l'hélium (A) à travers le verre (B) et profil de concentration.

Dans ce système, l'hélium sera appelé espèce A et le verre espèce B. Les concentrations seront données par les fractions massiques ω_A et ω_B .

On dit qu'il existe un gradient de concentration de l'hélium dans la direction y .

Pour un temps $t < 0$, ω_A est partout égale à zéro.

Pour un temps $t > 0$, au niveau de la face inférieure, $y = 0$, la fraction massique de l'hélium est égale à ω_{A0} .

A mesure que le temps avance, le profil de la fraction massique se développe avec ω_{A0} au niveau inférieur de la plaque et $\omega_A = 0$ au niveau supérieur de celle-ci.

Comme indiqué sur la figure 1.3, le profil de concentration tend vers une ligne droite lorsque le temps devient grand.

2.3. Notions de densité de flux de matière

Le transport de matière est quantifié par un flux de matière (ou plus exactement une densité de flux de matière), J , qui représente la masse (ou le nombre de moles) qui passe à travers une unité de surface (perpendiculaire à la direction du transport) par unité de temps. Son unité est ($\text{kg.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$ ou $\text{mol.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$), figure 1.4.

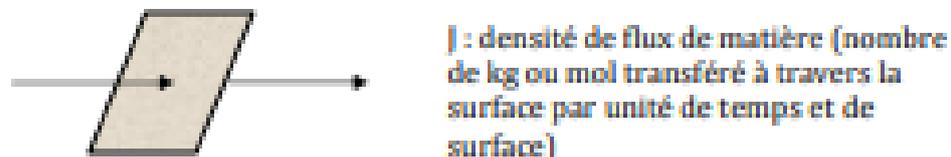


Figure 1.4. Schéma descriptif du flux de diffusion à travers un plan.

2.4. Définition des vitesses moyennes molaire et massique

a) La vitesse massique moyenne

Dans un mélange en diffusion les éléments sont en mouvement à des vitesses différentes. En supposant que v_i est la vitesse de l'élément i par rapport à un repère fixe. On définit la vitesse massique moyenne v pour un mélange de n constituants comme suit :

$$v = \frac{\sum_i (\rho_i v_i)}{\sum_i \rho_i} \quad (1.3)$$

$$v = \frac{1}{\rho} \sum_i (\rho_i v_i) \quad (1.4)$$

ρv est le débit de masse qui passe à travers une unité de surface placée perpendiculairement à la vitesse v .

b) La vitesse molaire moyenne

De la même façon, on pourrait définir la vitesse molaire moyenne comme suit :

$$v^* = \sum_i (c_i v_i) / \sum_i c_i \quad (1.5)$$

cv est le débit des moles qui passent à travers une unité de surface perpendiculairement à la vitesse v^* .

Pour un système multicomposant, les relations du tableau ci-dessous sont valables.

Tableau 1.1. Notations pour les vitesses dans un système multicomposant.

v_A	Vitesse de l'espèce A par rapport à un repère fixe
$v = \sum_i (\alpha_i v_i)$	Vitesse massique moyenne
$v^* = \sum_i (x_i v_i)$	Vitesse molaire moyenne
$v_A - v$	Vitesse de diffusion de l'espèce A par rapport à la vitesse massique moyenne
$v_A - v^*$	Vitesse de diffusion de l'espèce A par rapport à la vitesse molaire moyenne

c) Les flux

Le flux massique (molaire) de l'élément i représente la masse (nombre de moles) de l'élément i qui passe pendant une unité de temps à travers une surface perpendiculaire à la direction de diffusion).

Tableau 1.2. Expressions des différents flux massiques et molaires.

Flux massique	Formule	Unité
Par rapport à un repère fixe	$n_i = \rho_i v_i$	
Par rapport à la vitesse massique moyenne v	$j_i = \rho_i (v_i - v)$	[kg/(m ² s)]
Par rapport à la vitesse molaire moyenne v^*	$j_i^* = \rho_i (v_i - v^*)$	
Flux molaire		
Par rapport à un repère fixe	$N_i = c_i v_i$	
Par rapport à la vitesse massique moyenne v	$J_i = c_i (v_i - v)$	[mole/(m ² s)]
Par rapport à la vitesse molaire moyenne v^*	$J_i^* = c_i (v_i - v^*)$	

Le tableau 1.2. regroupe les différentes expressions des flux. Le mouvement peut être représenté par rapport à un repère fixe ou par rapport à la vitesse massique moyenne v ou bien par rapport à la vitesse molaire moyenne v^* .

Remarque

Lorsqu'il s'agit de transport de matière, on définit trois types de débits :

Le débit volumétrique est le volume par unité de temps; [$L \cdot s^{-1}$].

Le débit molaire est le nombre de moles par unité de temps; [$mol \cdot s^{-1}$].

Le débit massique est le nombre de grammes par unité de temps; [$kg \cdot s^{-1}$].

3. Transfert convectif

En plus du transport par mouvement moléculaire, la matière peut également être transportée par le mouvement de masse du fluide.

Un exemple typique de la contribution de la convection dans le transfert de matière en génie des procédés est le cas de la distillation. Dans l'opération de distillation binaire, par exemple, la condensation des mélanges de vapeurs et l'évaporation des solutions volatiles s'accompagne toujours d'une vitesse interfaciale, due à la condensation des vapeurs ou à l'évaporation des liquides. Bien que le transfert de matière dans de tels cas soit considérablement affecté par le flux de masse convectif, cet effet a longtemps été négligé par les ingénieurs.

4. Transfert combiné : diffusion + convection

Soit un mélange binaire où les molécules se déplacent par diffusion moléculaire : il en résulte, pour chaque constituant, un flux de masse, soit N_A et N_B ($mole/cm^2 \cdot s$). Si c_A et c_B sont les concentrations molaires ($mole/cm^3$) de A et B , respectivement, on peut définir pour chaque constituant une vitesse v tel que :

En plus du transport de la matière en vertu du mouvement des molécules, la matière peut être également transportée par le mouvement du fluide.

Soit un mélange binaire où les molécules se déplacent par diffusion moléculaire : il en résulte, pour chaque constituant, un flux de masse, soit N_A et N_B ($mole/cm^2 \cdot s$). Si c_A et c_B sont les concentrations molaires ($mole/cm^3$) de A et B , respectivement, on peut définir pour chaque constituant une vitesse tel que :

$$N_A = c_A v_A \quad N_B = c_B v_B \quad (1.6)$$

La diffusion s'accompagne d'un mouvement du fluide même en l'absence de tout gradient de pression/concentration. La vitesse molaire moyenne peut être écrite pour un système binaire :

$$v^* = x_A v_A + x_B v_B = 1/C (N_A + N_B) \quad (1.7)$$

x_A et x_B sont les fractions molaires de A et B. C est la concentration molaire totale.

$$C = c_A + c_B \quad (1.8)$$

On sait que si une solution dont la concentration de ses constituant est partout uniforme, aucun changement ne prend place, mais tant qu'il n'y pas d'uniformité, la solution est spontanément ramenée à l'uniformité par la diffusion.

Ainsi le débit de déplacement du soluté d'un point à un autre doit dépendre du gradient de concentration sur cette distance.

Puisque

$$J_A^* = c_A (v_A - v^*) \quad (1.9)$$

$$J_A^* = c_A v_A - c_A \left(\frac{c_A v_A + c_B v_B}{c} \right) \quad (1.10)$$

$$J_A^* = N_A - x_A (N_A + N_B) \quad (1.11)$$

Donc,

$$N_A = J_A^* + x_A (N_A + N_B) \quad (1.12)$$

$$N_A = -D_{AB} \nabla C_A + x_A (N_A + N_B) \quad (1.13)$$

Cette équation montre que le flux N_A , relatif à un repère fixe, est la résultante de deux vecteurs :

- $x_A (N_A + N_B)$ est le flux de convection de A dû au mouvement du fluide.
- $-D_{AB} \nabla C_A$ est le flux de A résultant d'une diffusion moléculaire.

Pour l'élément B on a :

$$N_B = -D_{AB} \nabla C_B + x_B (N_A + N_B) \quad (1.14)$$

La somme N_A et N_B donne :

$$-D_{AB}\nabla C_A - D_{BA}\nabla C_B = 0 \quad (1.15)$$

Et

$$J_A^* + J_B^* = 0 \quad (1.16)$$

Tableau 1.3. Formes équivalentes de la première loi de Fick (cas d'une diffusion binaire).

Flux	Gradient	Première loi de Fick
N_A	∇x_A	$N_A = -CD_{AB}\nabla x_A + x_A(N_A + N_B)$
n_A	$\nabla \omega_A$	$n_A = -\rho D_{AB}\nabla \omega_A + \omega_A(n_A + n_B)$
J_A^*	∇x_A	$J_A^* = -CD_{AB}\nabla x_A$
j_A^*	$\nabla \omega_A$	$j_A^* = -\rho D_{AB}\nabla \omega_A$
$\rho(v_A - v_B)$	$\nabla \omega_A$	$\rho(v_A - v_B) = -\left[\frac{\rho D_{AB}}{\omega_A \omega_B}\right] \nabla \omega_A$
$C(v_A - v_B)$	∇x_A	$C(v_A - v_B) = -\left[\frac{CD_{AB}}{x_A x_B}\right] \nabla x_A$

5. Conclusion

La loi de Fick est la principale équation qui est en rapport avec le transport de la matière d'un milieu à un autre. Elle peut s'écrire sous plusieurs formes.

CHAPITRE 2 : Estimation des coefficients de diffusion

1. Introduction

Le coefficient de diffusion peut être déterminé en utilisant des appareillages plus ou moins sophistiqués. Le coefficient de diffusion D_{AB} est une propriété du système dépendant de la température, de la pression et de la nature des constituants. Le coefficient de diffusion des gaz à faible densité est pratiquement indépendant de la concentration, il augmente avec la température et est inversement proportionnel à la pression totale. Par contre pour les liquides et solides, le coefficient de diffusion dépend fortement de la concentration.

2. Coefficients de diffusion (phase gazeuse, phase liquide)

Les valeurs des coefficients de diffusion tabulées dans les différentes références sont limitées car celles-ci donnent en général, la valeur du coefficient de diffusion à 25 °C d'un composé chimique par rapport à l'air. Très peu de données sont disponibles sur le coefficient de diffusion d'autres paires de gaz dans d'autres conditions de pression et de température. A partir de cette constatation, des chercheurs ont, depuis plusieurs décennies, tenté d'estimer le coefficient de diffusion à partir des propriétés physicochimiques des composés en diffusion.

2.1. Coefficients de diffusion en phase gazeuse

Plusieurs méthodes ont été proposées pour l'estimation de D_{AB} à basse pression pour un système binaire gazeux. En général, ces équations sont basées sur la théorie cinétique des gaz. **Hirschfelder et coll. (1949)**, utilisant le potentiel de Lennard-Jones pour évaluer l'influence des forces moléculaires, ont présenté une équation du coefficient de diffusion pour des gaz paires de molécules non polaires et non réactives:

$$D_{AB} = 0,0018583 \frac{\left(T^{3/2} \left(\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_B} \right)^{0.5} \right)}{P \sigma_{AB}^2 \Omega_{DAB}}$$

Avec :

D_{AB} [$\text{cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$],

M_A, M_B : masses molaires [g/mol] de A et B, respectivement,

T: température thermodynamique [K],

K: constante de Boltzmann $1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$,

σ_{AB} : Le diamètre de collision effectif (Å) c'est un facteur dépendant de la structure de la molécule. Il est donné par la relation ci-dessous.

$$\sigma_{AB} = \frac{\sigma_A + \sigma_B}{2}$$

Ω_{DAB} : C'est une valeur adimensionnelle qui découle de la fonction d'intégral de collision, il est tabulé comme fonction de KT/ϵ_{AB} . Cette valeur peut être obtenue du tableau: 1.

Les valeurs de D_{AB} estimées à partir de cette équation, en général, en accord avec l'expérimental avec 5 à 10% d'écart seulement.

Tableau A.1 L'intégrale de collision à utiliser avec le potentiel de Lennard- Jones pour la prédiction du coefficient de diffusion des gaz à basse densité.

$\kappa T/\varepsilon$ or $\kappa T/\varepsilon_{AB}$	$\Omega_{\mathcal{D},AB}$ (for viscosity and thermal conductivity)	$\Omega_{\mathcal{D},AB}$ (for diffusivity)	$\kappa T/\varepsilon$ or $\kappa T/\varepsilon_{AB}$	$\Omega_{\mathcal{D},AB}$ (for viscosity and thermal conductivity)	$\Omega_{\mathcal{D},AB}$ (for diffusivity)
0.30	2.840	2.649	2.7	1.0691	0.9782
0.35	2.676	2.468	2.8	1.0583	0.9682
0.40	2.531	2.314	2.9	1.0482	0.9588
0.45	2.401	2.182	3.0	1.0388	0.9500
0.50	2.284	2.066	3.1	1.0300	0.9418
0.55	2.178	1.965	3.2	1.0217	0.9340
0.60	2.084	1.877	3.3	1.0139	0.9267
0.65	1.999	1.799	3.4	1.0066	0.9197
0.70	1.922	1.729	3.5	0.9996	0.9131
0.75	1.853	1.667	3.6	0.9931	0.9068
0.80	1.790	1.612	3.7	0.9868	0.9008
0.85	1.734	1.562	3.8	0.9809	0.8952
0.90	1.682	1.517	3.9	0.9753	0.8897
0.95	1.636	1.477	4.0	0.9699	0.8845
1.00	1.593	1.440	4.1	0.9647	0.8796
1.05	1.554	1.406	4.2	0.9598	0.8748
1.10	1.518	1.375	4.3	0.9551	0.8703
1.15	1.485	1.347	4.4	0.9506	0.8659
1.20	1.455	1.320	4.5	0.9462	0.8617

Equation de Gilliland (1934)

Gilliland a développé une équation empirique en admettant que les diamètres de collision sont proportionnels à la racine cubique des volumes molaires à la température normale d'ébullition.

$$D_{AB} = 0,0043 \left(\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_B} \right)^{1/2} \frac{T^{3/2}}{P[V_A^{1/3} + V_B^{1/3}]^2}$$

Avec, D_{AB} [$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$]; P : [atm]; T : [K]; V : volume molaire moléculaire [$\text{m}^3 \cdot \text{mol}^{-1}$], M_A et M_B : [kg. mol^{-1}]. A partir de cette équation on peut déduire une équation approximative pour le calcul du coefficient de diffusion à T_2 et P_2 si ce dernier est connu à T_1 et P_1 :

$$(D_{AB})_{T_2, P_2} = (D_{AB})_{T_1, P_1} \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{3/2} \frac{P_1}{P_2}$$

Les valeurs de V_A et V_B sont les volumes molaires du gaz et de l'air (en $\text{cm}^3 \cdot \text{mol}^{-1}$), respectivement. L'estimation du volume molaire de gaz spécifiques nécessiterait des données sur la structure atomique. Le tableau suivant donne les valeurs des volumes atomiques permettant de calculer le volume molaire de nombreux composés organiques en faisant la somme des volumes de diffusion atomiques.

Tableau:2. Volume de diffusion atomique et volume de diffusion moléculaire de quelques composés.

C	16,5	H	1,98	O	5,48	N	5,69	Cl	19,5
S	17,0	H₂	7,07	D₂	6,70	He	2,88	N₂	17,9
O₂	16,6	Air	20,1	Ar	16,1	Kr	22,8	Xe	37,9
CO	18,9	CO₂	26,9	N₂O	35,9	NH₃	14,9	H₂O	12,7
CCl₂F₂	114,8	SF₆	69,7	Cl₂	37,7	Br₂	67,2	SO₂	41,1

Source : E.N. Fuller, P.D.Shettler, J.C. Giddings, Ind. Eng.Chem., 58(5), 19 (1966).

2.2 Coefficients de diffusion en phase liquide

le coefficient de diffusion dans les liquides varie appréciablement avec la concentration et son estimation n'est pas aussi précise que celles des gaz. L'équation suivante sera utilisée pour les solutions diluées. Pour les solutions diluées, on recommande la corrélation de **Wilke et Chang** qui est la formule la plus utilisée :

$$D_{AB} = 7,4 \cdot 10^{-8} \frac{T(\Phi M_B)^{0,5}}{\mu V_A^{0,6}}$$

Où : D_{AB} : coefficient de diffusion [$\text{cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$], T : [K], M_B : masse molaire du solvant [g/mol], V_A : volume molaire du soluté au point normal d'ébullition [mol/cm^3], μ : viscosité du solvant en CPoise ($10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$).

Φ : facteur d'association du solvant (sans unité).

Wilke et Chang ont proposé que Φ vaut 2,6 pour l'eau comme solvant; 1,9 pour le méthanol; 1,5 pour l'éthanol et 1,0 pour les solvants non associés tels que le benzène, éther, heptane.

Série N⁰01

Exercice1: un mélange gazeux d'O₂ et N₂ dont le rapport des pressions partielles sont $P_{O_2}/P_{N_2}=0.21/0.79$. Calculer : les fractions massiques de chaque élément dans le mélange.

Exercice2 : soit un mélange binaire composé de A et B en mouvement ; tel que : $x_A=1/6$; $v^*=12\text{cm/s}$; $v_A-v^*=3\text{cm/s}$; $M_A=5M_B$. Calculer, dans le cas d'une diffusion unidirectionnelle, les quantités : v_B ; v_B-v^* ; v ; v_A-v ; v_B-v

Exercice3: considérons le transfert de matière, en régime unidirectionnel, pour un mélange gazeux formé d'oxygène(A) et de gaz carbonique(B) à la température de 294K et à la pression totale de $1.519.10^5\text{Pa}$. Sachant que : $x_A=0.4$; $v_A=0.08\text{m/s}$; $v_B = - 0.02\text{m/s}$. calculer :

- a) la masse molaire moyenne du mélange.
- b) les concentrations massiques de A et de mélange
- c) la concentration molaire de B
- d) les vitesses de diffusion massique de A et molaire de B
- e) la densité de flux molaire de transport de A
- f) la densité de flux massique de diffusion de B

Exercice02.

$$a) u^* = \frac{\sum C_i u_i}{\sum C_i} = \frac{\sum C_i u_i}{C} = \sum \frac{C_i u_i}{C} = \sum x_i u_i = x_a u_a + x_b u_b \Rightarrow u_b = \frac{u^* - x_a u_a}{x_b}$$

$$\text{avec } u_a = (u_a - u^*) + u^* = 3 + 12 = 15 \text{ cm/s} \quad \text{et } x_b = 1 - x_a = 1 - 1/6 = 5/6$$

$$u_b = \frac{12 - 1/6 \times 15}{5/6} = 11,4 \text{ cm/s}$$

$$b) u_b - u^* = 11,4 - 12 = -0,6 \text{ cm/s}$$

$$c) u = \frac{\sum \bar{C}_i u_i}{\sum \bar{C}_i} = \frac{\sum M_i C_i u_i}{\sum M_i C_i} = \frac{\sum M_i x_i C_i u_i}{\sum M_i x_i C} = \frac{\sum M_i x_i u_i}{\sum M_i x_i} = \frac{M_a x_a u_a + M_b x_b u_b}{M_a x_a + M_b x_b}$$

Exercice03.

$$a) M = \sum M_i y_i = 32 \times 0,4 + 44 \times 0,6 = 39,2 \text{ g/mol}$$

$$b) \bullet \bar{C}_A = \frac{m_A}{V} = \frac{M_A N_A}{V} = \frac{M_A y_A N}{V} = \frac{P}{RT} M_A y_A = \frac{1,519 \cdot 10^5}{8,314 \times 294} 32 \times 0,4 = 795 \text{ g/m}^3$$

$$\bullet \bar{C} = \rho = \bar{C}_A + \bar{C}_B = \frac{P}{RT} \sum M_i y_i = \frac{1,519 \cdot 10^5}{8,314 \times 294} (32 \times 0,4 + 44 \times 0,6) = 2436 \text{ g/m}^3$$

$$c) C_B = \frac{N_B}{V} = \frac{y_B N}{V} = \frac{y_B P}{RT} = \frac{0,6 \times 1,519 \cdot 10^5}{8,314 \times 294} = 37,3 \text{ mol/m}^3$$

$$\text{autre méthode } C_B = \frac{\bar{C}_B}{M_B} = \frac{\bar{C} - \bar{C}_A}{M_B} = \frac{2436 - 795}{44} = 37,3 \text{ mol/m}^3$$

$$d) \bullet u_A - u = u_A - \frac{\sum M_i y_i u_i}{\sum M_i y_i} = u_A - \frac{\sum M_i y_i u_i}{M}$$
$$= 0,8 - \frac{32 \times 0,4 \times 0,8 + 44 \times 0,6 \times (-0,02)}{39,2} = 0,067 \text{ m/s}$$

$$\bullet u_B - u^* = u_B - \sum y_i u_i = (-0,02) - [0,4 \times 0,8 + 0,6 \times (-0,02)] = -0,04 \text{ m/s}$$

$$e) \phi_A^* = C_A u_A = \frac{y_A P}{RT} u_A = \frac{0,4 \times 1,519 \cdot 10^5}{8,314 \times 294} \times 0,8 = 1,988 \text{ mol/m}^2 \text{s}$$

$$f) j_B = \bar{C}_B (u_B - u) = M_B C_B \left(u_B - \frac{\sum M_i y_i u_i}{M} \right)$$
$$= 44 \times 37,3 \times \left((-0,02) - \frac{32 \times 0,4 \times 0,8 + 44 \times 0,6 \times (-0,02)}{39,2} \right) = -53,5 \text{ g/m}^2 \text{s}$$