جامعة الشهيد حمة لخضر- الوادي-
كلّية العلوم الدقيقة
قسم الرياضيّات

السّنة الثانية
مادّة مدخل إلى الطبولوجيا
السّنة الجامعية: 2020 / 2021

السلسلة رقم 1

التمرين 1

ليكن $E=\{a,b,c,d,e\}$ و $\tau=\{\{a\},\{c,d\},\{a,c,d\},\{b,c,d,e\},\{\ \},E\}$

1. برهن أن τ طبولوجيا على E.
2. عين كل الأجزاء المغلقة.
3. أوجد كل جوارات النقطة a و الجزء $\{a,b\}$
4. أوجد النقاط الداخلية، المعزولة ونقاط التراكم للجزء $\{c,d\}$.

التمرين 2

لتكن E مجموعة كيفية غير منتهية و τ جماعة من أجزاء E تضم المجموعة الخالية، وكل جزء من E تكون متممته منتهية.
برهن أن τ طبولوجيا على E.

التمرين 3

برهن أن كل جزء من IR يكون مفتوحا إذا وفقط إذا كان اتّحادا لمجالات مفتوحة من IR.

التمرين 4

نعتبر IR مزود بالطبولوجيا الاعتيادية، وليكن $A\subset IR$.
نضع $-A=\{-x:x\in A\}$ و من أجل $\lambda\neq 0$ ، $\lambda A=\{\lambda x:x\in A\}$. برهن أن

1. A مفتوح $\Leftrightarrow -A$ مفتوح
2. A مفتوح $\Leftrightarrow \lambda A$ مفتوح

التمرين 5

ليكن (E,τ) فضاء طبولوجي منفصل، وليكن $A\subset E$ و $x_0\in E$.

1. برهن أن $x_0\in E$ نقطة تراكم لـ A إذا وفقط إذا كان كل جوار لـ x_0 يقطع A في عدد غير منته من النقاط.
2. استنتج أن كل جزء منتهي من فضاء طبولوجي منفصل لا يملك نقطة تراكم.

التمرين 6

ليكن (A,τ_A) فضاء طبولوجي جزئي من (E,τ). برهن أن

1. كل مفتوح في A هو مفتوح في E إذا وفقط إذا كان A مفتوح في E.
2. كل مغلق في A هو مغلق في E إذا وفقط إذا كان A مغلق في E.