قسم الرياضيات	جامعة الشهيد حمه لخضر – الوادي كلية العلوم الدقيقة	مقيـاس: المعادلات التفاضلية
السنة الثالثة رياضيات		السنة الجامعية: 2022/2021

سلسلة تمارين رقم 01 (المعـادلات التفـاضليـة من الرتبة الأولى)

التمرين1: أُذكر نوع كل معادلة من المعادلات التفاضلية التالية، ثمّ قُم بحلّها:

1) $e^{y}y'=\dfrac{e^{y}+1}{x}$ 2) $y'+3x^{2}y=x^{2}$ 3) $xy'+y=x^{4}y^{3}$

4) $xy'=y\left(\ln y-\ln x+1\right),\quad x>0,\ y>0$

5*) $x^{2}y'=y-xy$ 6*) $y'-2xy=-(2x-1)e^{x}$ 7*) $y'+2y=e^{x}y^{2}$

التمرين2:

احسب الحل الدقيق للمسألة: $\begin{cases}y'=2xy+4x\\ y(0)=1\end{cases}$، ثم تحقق من تقارب التقريبات المتعاقبة نحو هذا الحل.

التمرين3:

على المستطيل $\left\{|x|\le\dfrac{1}{2},\ |y-1|\le 1\right\}$ $R=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^{2}:\ \right.$، بيّن أنّ مسألة كوشي التالية: $\begin{cases}y'=y^{2}-\cos\left(xy^{2}\right)\\ y(0)=1\end{cases}$

تقبل حلا وحيدا على مجال يُطلب تعيينه.

التمرين4:

لنعتبر على المستطيل $\left\{|x|\le 1,\ |y-d|\le 2\right\}$ $R=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^{2}:\ \right.$ مسألة كوشي التالية: $\begin{cases}y'=a\,y+b\,y^{2}\\ y(0)=d\end{cases}$

حيث a ، b ، d ثوابت حقيقية موجبة تماما.

1) بيّن أنّ هذه المسألة تقبل حلا وحيدا على مجال يُطلب تعيينه.

2) احسب الحل الدقيق لها.

التمرين5*:

الهدف من هذا التمرين هو دراسة المسألة $(\mathrm{P})\begin{cases}y'=f(x,y)\\ y(x_0)=y_0\end{cases}$ في حالة $f(x,y)=a(x)y+b(x)$.

1) متى تقبل المسألة (P) حلا وحيدا؟

2) بضرب طرفي المعادلة $(E)\cdots y'=f(x,y)$ في دالة μ.

– تحت أيّة شروط يمكن كتابة المعادلة (E) على الشكل $h'(x)=g(x)$ حيث g و h دالتان يُطلب تعيينهما.

3) عيّن صيغة حل المسألة (P) في هذه الحالة.

4) تطبيق: أدرس المسألتين التاليتين: $(\mathrm{P}_1)\begin{cases}y'+2xy=x\\ y(1)=2\end{cases}$، $(\mathrm{P}_2)\begin{cases}y'=(1+y)x\\ y(0)=-1\end{cases}$