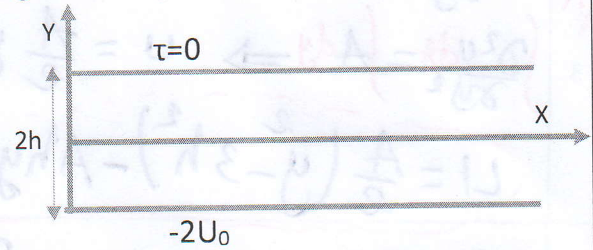
EXAMEN 2020/2021.	Université Echahid Hamma Lakhdar EL-Oued	التصحيح الاسم
Module : MDF Approfondie	Faculté de technologie	اللقب
	Département de génie mécanique	الفوج

EXO

On considère un Ecoulement d'un fluide newtonien, incompressible, visqueux et permanant entre deux plaques horizontales de longueurs l. La plaque inférieure est animée d'une vitesse constante ($-2U_0$) et en négligeant les force de cisaillement a la plaque supérieure . En plus, L'écoulement étant parallèle aux plaques de grandes largeur L dans le plan xoz (plan perpendiculaire à la feuille) et en négligeant les forces de pesanteurs:

1. Ecrire les équations de Navier-Stokes pour un écoulement incompressible et visqueux en coordonnées cartésiennes et définir chacun des termes présents dans ces équations.
2. Simplifier ces équations pour l'écoulement étudié. Justifier toutes vos simplifications.
3. Trouver le profil des vitesses de l'écoulement entre les plaques en fonction de μ, **U0**, **l**, **h** et la perte de charge **ΔP** (avec **ΔP** = **P**(x=0) - **P**(x=l) > 0).
4. Déterminer la vitesse maximale dans l'écoulement.
5. Exprimer le débit volumique
6. Déterminer la contrainte tangentielle à Y = 0
7. Coefficient de pertes de charge



شرح القرين: ليكن جريان مائع غير قابل للإنضغاط بين صفيحتين متوازيتين عرضهما أكبر بكثير من طولهما و المسمى ب l. الصفيحة السفلية لها سرعة كما هي موضحة في الشكل أما الصفيحة العلوية تنعدم عندها قوى القص المماسي. هذا الجريان سببه الإختلاف في الضغط مع العلم أن قوى الجاذبية مهملة.

N°	Réponse (الاجابة باختصار)
1	forme vectorielle compacte de l'equation de N.S : $$\underbrace{\frac{D\vec{q}}{Dt}}_{\text{terme convective}} = \underbrace{\vec{f}}_{\text{les forces externe}} - \underbrace{\frac{1}{\rho}\overrightarrow{grad}\,P}_{\text{gradiant de Pression}} + \underbrace{\nu\Delta\vec{q}}_{\text{terme diffusive.}}$$ 3pt
2	3pt · Ecoulement permanant : $\frac{\partial}{\partial t} = 0$ · Ecoulement // (x o z) : $\partial/\partial z = 0$, $v = w = 0$ · Ecoulement incompressible ⟹ l'equation de continuité devient : $\frac{\partial u}{\partial x} + \cancel{\frac{\partial v}{\partial y}} + \cancel{\frac{\partial w}{\partial z}} = 0 \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} = 0$ N.S selon x : $\cancel{\frac{\partial u}{\partial t}} + \cancel{u\frac{\partial u}{\partial x}} + \cancel{v\frac{\partial u}{\partial y}} + \cancel{w\frac{\partial u}{\partial z}} = \cancel{f_x} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} + \nu\left(\cancel{\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \cancel{\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}}\right)$, donc l'equation de Navier-Stocks devient ⟹ $\nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} = 0$

EXAMEN 2020/2021.	Université Echahid Hamma Lakhdar EL-Oued	الاسم
Module : MDF Approfondie	Faculté de technologie	اللقب
	Département de génie mécanique	الفوج

3	3pt $\nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{\nu \rho}\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{\mu}\frac{\partial p}{\partial x}$; $= A = \frac{1}{\mu}\frac{\Delta P}{l}$ $\int \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}dy = \int A\,dy \Rightarrow u = \frac{A}{2}y^2 + C_1 y + C_2$; $\left\{\begin{matrix} y=-h \\ u=-2U_0 \end{matrix}\right\}$ $\left\{\begin{matrix} y=h \\ \tau=\mu\frac{\partial u}{\partial y}=0 \end{matrix}\right\}$ بتطبيق الشروط الحدية سوف نحصل على C_1, C_2 $U = \frac{A}{2}(y^2 - 3h^2) - Ahy - 2U_0$
4	3pt La vitesse Maximale $\Rightarrow \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \Rightarrow Ay - Ah = 0 \Rightarrow y = h$ donc : $U_{max}\big\|_{y=h} = \frac{A}{2}(h^2 - 3h^2) - Ah^2 - 2U_0$ $U_{max} = -2Ah^2 - 2U_0$
5	3pt $Q_V = L\int_{-h}^{h} u\,dy = L\int_{-h}^{h}\left[\frac{A}{2}(y^2 - 3h^2) - Ahy - 2U_0\right]dy$ $Q_V = \left(\frac{10}{3}Ah^3 - 4U_0 h\right)L$
6	3pt $\tau = \mu\frac{\partial u}{\partial y}\Big\|_{y=0} = \mu\left[Ay - Ah\right]_{y=0} = -A\mu h$
7	2pt $\Delta P = \lambda \frac{\bar U^2}{2}\rho \frac{l}{D_H}$; $\lambda = \frac{2\Delta P D_H}{\rho l \bar U^2}$ $\bar U = \frac{Q_V}{S} = \frac{1}{2h}\left(\frac{10}{3}Ah^3 - 4U_0 h\right)$; $D_H = \frac{4S}{P} = \frac{4(2hL)}{2(2h+L)}$ $\lambda = \left(\frac{8\Delta P h L}{2h+L}\right) / \rho l\left[\frac{5}{3}Ah^2 - 2U_0\right]^2$; $D_H = \frac{4hL}{2h+L}$