



UNIVERSITÉ ECHAHID HAMMA LAKHDAR EL-OUED

FACULTÉ DE TECHNOLOGIE



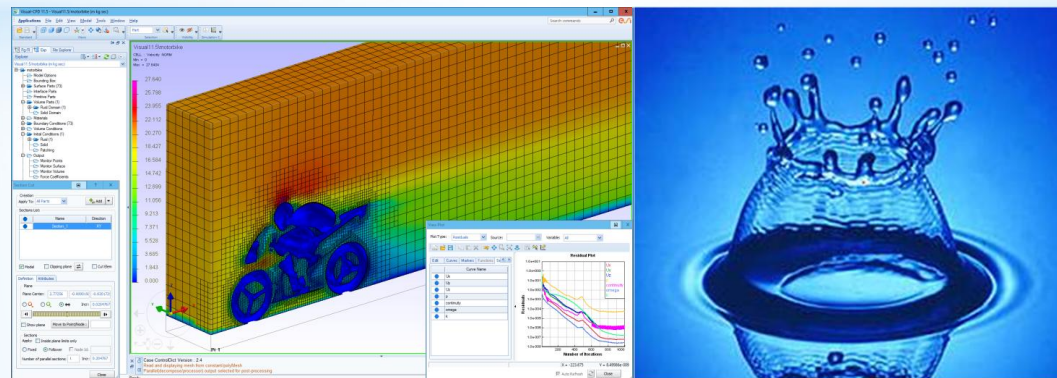
# Cours de Mécanique des fluides Approfondie

Filière : Génie Mécanique

Spécialité : Energétique & Energies Renouvelables en Mécanique

Présentée par :

ATIA Abdelmalek



2020-2021

Semestre : 1

Unité d'enseignement : UEF 1.1.1

Matière : Mécanique des fluides approfondie

VHS: 67 h30 (Cours: 3h00, TD: 1h30)

Crédits : 6

Coefficient : 3

**Objectifs de l'enseignement :**

Le but de la matière est de développer les connaissances de base de l'étudiant. La spécialité énergétique est étroitement liée à la phénoménologie des écoulements visqueux et turbulents observés dans les systèmes énergétiques, leur compréhension et analyse sont indispensables. L'imprégnation de l'étudiant des lois et modèles physiques et mathématiques de ces écoulements souvent complexes est un des fondamentaux de la spécialité dans l'acquisition d'un enseignement consistant nécessaire pour la recherche.

**Connaissances préalables recommandées :**

Base de Mécanique des fluides  
Les mathématiques  
Les méthodes numériques

**Contenu de la matière :**

**Chapitre 1 : Dynamique des fluides et équations de transport :** description du mouvement, tenseurs, dérivée particulaire, transport d'un volume infinitésimal, bilan de masse, de quantité de mouvement et d'énergie, fluides visqueux, équations de Navier-Stokes, éléments de rhéologie... **(4 semaines)**

**Chapitre 2 : Fluide parfait et ses applications :** écoulements potentiels, ondes d'interfaces **(2 semaines)**

**Chapitre 3 : Dynamique des fluides réels :** écoulement unidirectionnels, écoulement de Stokes, écoulement à faible vitesse, à faible nombre de Reynolds, lubrification hydrodynamique... **(3 semaines)**

**Chapitre 4 : Couches limites :** développement de la couche limite, solutions approchées, équation de Van Karman,... **(2 semaines)**

**Chapitre 5 : Ecoulements turbulents :** champ moyen et fluctuations, équations de Reynolds, modèle de Boussinesq, modèle de la longueur de mélange de Prandtl, échelles de turbulence, modèles de turbulence K- $\epsilon$ , K- $\omega$ , SST... **(4 semaines)**

**Mode d'évaluation :**

Contrôle Continu : 40%, Examen : 60%.

**Références bibliographiques :**

- 1- Inge L. Ryhming, *Dynamique des fluides*, Presse Polytechniques et Universitaire Romandes.
- 2- P. Chassaing, *Turbulence en mécanique des fluides*, CEPADUÉS- Editions
- 3- R. Comolet, *Mécanique expérimentale des fluides, Tome II, dynamique des fluides réels, turbomachines*, Editions Masson, 1982.
- 4- T. C. Papanastasiou, G. C. Georgiou and A. N. Alexandrou, *Viscous fluid flow*, CRC Press LLC, 2000.
- 5- Adil Ridha, *Cours de Dynamique des fluides réels, M1 Mathématiques et applications : spécialité Mécanique*, Université de Caen, 2009.
- 6- R. W. Fox, A. T. Mc Donald and P. J. Pritchard, *Introduction to fluid mechanics, sixth edition*, Wiley and sons editor, 2003
- 7- Hermann Schlichting, *Boundary layer theory*, McGraw Hill book Company.
- 8- W.P. Graebel, *Advanced fluid mechanics*, Academic Press 2007.
- 9- H. Tennekes and J. L. Lumley, *A first course in turbulence*, The MIT Press 1972

# Contenu de Cours

**Contenu de la matière :**

**Chapitre 1 : Dynamique des fluides et équations de transport :** description du mouvement, tenseurs, dérivée particulaire, transport d'un volume infinitésimal, bilan de masse, de quantité de mouvement et d'énergie, fluides visqueux, équations de Navier-Stokes, éléments de rhéologie... **(4 semaines)**

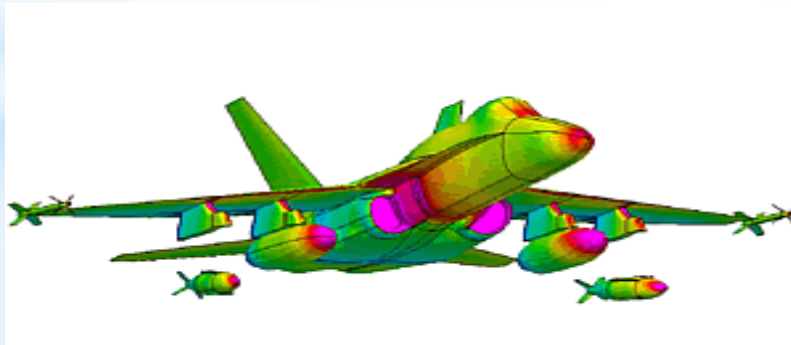
**Chapitre 2 : Fluide parfait et ses applications :** écoulements potentiels, ondes d'interfaces **(2 semaines)**

**Chapitre 3 : Dynamique des fluides réels :** écoulement unidirectionnels, écoulement de Stokes, écoulement à faible vitesse, à faible nombre de Reynolds, lubrification hydrodynamique... **(3 semaines)**

**Chapitre 4 : Couches limites :** développement de la couche limite, solutions approchées, équation de Van Karman,... **(2 semaines)**

**Chapitre 5 : Ecoulements turbulents :** champ moyen et fluctuations, équations de Reynolds, modèle de Boussinesq, modèle de la longueur de mélange de Prandtl, échelles de turbulence, modèles de turbulence K- $\epsilon$ , K- $\omega$ , SST... **(4 semaines)**

# Chapter 1 : Introduction to Fluid Mechanics





## II-1 Introduction

La mécanique des fluides(MDF) a pour objet l'étude du comportement des fluides **au repos et en mouvement.**

### II-2 Définitions

#### II-2-1 Notion de fluide

On appelle fluides l'ensemble des gaz et liquides.

**Exemples : l'eau liquide, l'huile, l'essence (liquide), l'oxygène (gaz), l'air (gaz).....**

Un fluide est défini comme étant un corps continu **sans rigidité** (contrairement aux solides) et qui peut subir de grandes déformations sous l'action des forces ➡ **Un fluide est un corps déformable.**

Les fluides sont des substances qui peuvent s'écouler.

### Domaines d'utilisation :

La mécanique des fluides couvre un large domaine d'applications, de l'écoulement du sang dans les capillaires, à l'écoulement de l'eau dans les conduites jusqu'à l'écoulement du gaz dans les gazoducs ou le pétrole dans les oléoducs pour des longues distances.

La mécanique des fluides est la clé pour la compréhension de la majorité des phénomènes naturels de l'univers : mouvement des couches d'air dans l'atmosphère (le déplacement des nuages), des océans, des glaciers ainsi que des laves des volcans





# Transport Phenomena: Fluid Flow, Heat Transfer, and Mass Transport

Naturels

Météorologie

Océanographie  
Hydraulique,...

Biomécanique, BioMédical,...

énergie éolienne

Transport Phenomena  
c'est le domaine  
d'énergétique

Énergie solaire

Industriels

Génie Pétrolier

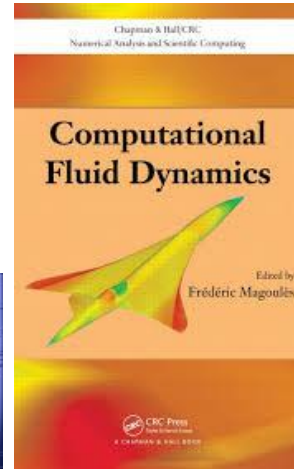
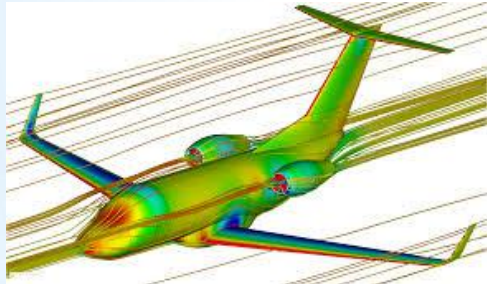
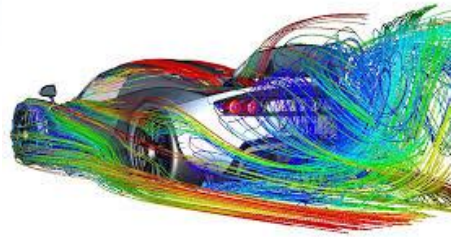
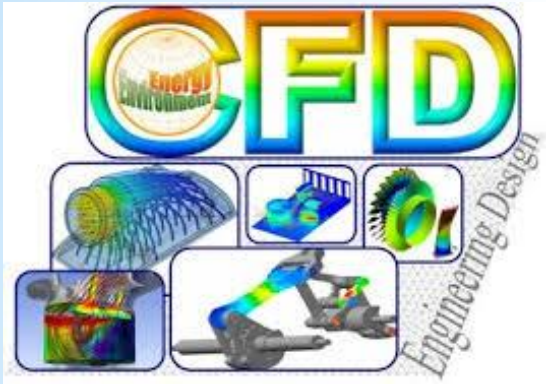
Génie Nucléaire

Génie des Procédés

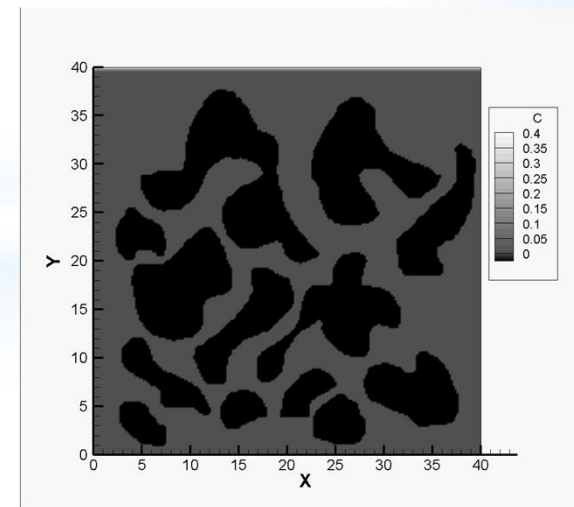
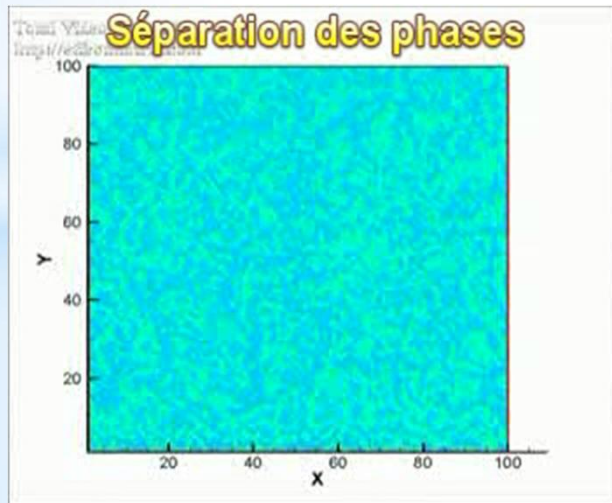
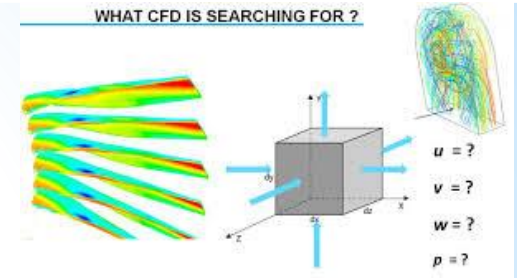
Mécanique des fluides/ transfert de chaleur/ transfert de matière



# Transport Phenomena



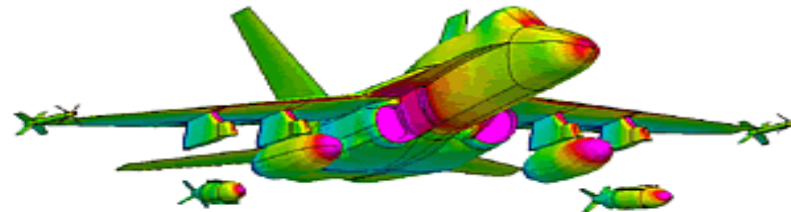
# Transport Phenomena



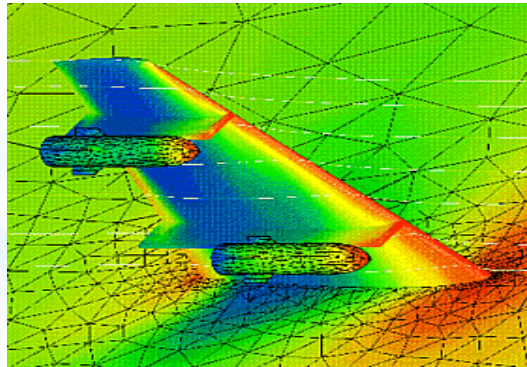


# MDF Applications (Aerospace)

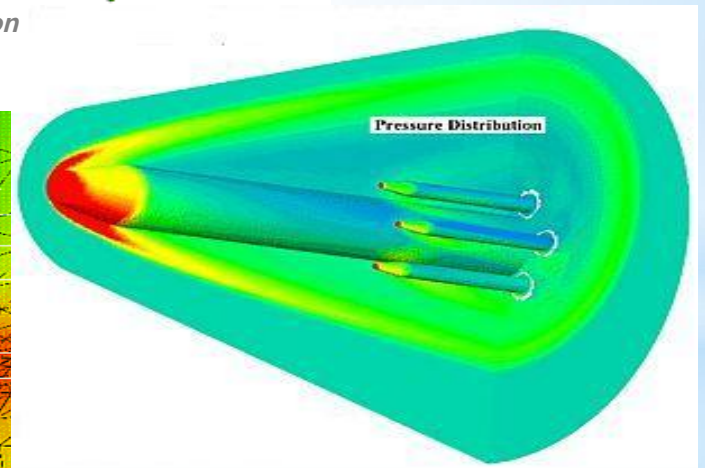
- Where is CFD used?
  - Aerospace
  - Appliances
  - Automotive
  - Biomedical
  - Chemical Processing
  - HVAC&R
  - Hydraulics
  - Marine
  - Oil & Gas
  - Power Generation
  - Sports



*F18 Store Separation*



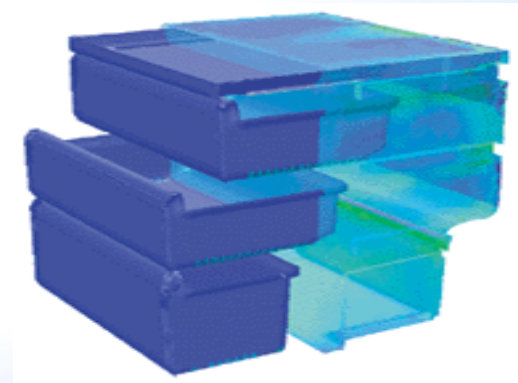
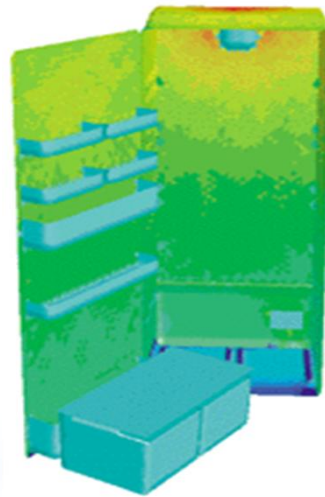
*Wing-Body Interaction*



*Hypersonic Launch Vehicle*

# MDF Applications

- Where is CFD used?
  - [Aerospace](#)
  - [Appliances](#)
  - [Automotive](#)
  - [Biomedical](#)
  - [Chemical Processing](#)
  - [HVAC&R](#)
  - [Hydraulics](#)
  - [Marine](#)
  - [Oil & Gas](#)
  - [Power Generation](#)
  - [Sports](#)

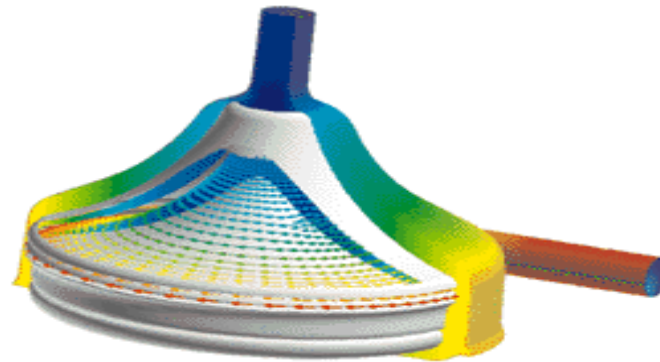


***Surface-heat-flux plots of the No-Frost refrigerator and freezer compartments helped BOSCH-SIEMENS engineers to optimize the location of air inlets.***

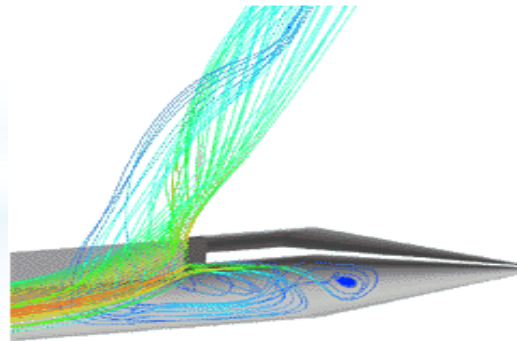


# MDF Applications (Biomedical)

- Where is CFD used?
  - [Aerospace](#)
  - [Appliances](#)
  - [Automotive](#)
  - [Biomedical](#)
  - [Chemical Processing](#)
  - [HVAC&R](#)
  - [Hydraulics](#)
  - [Marine](#)
  - [Oil & Gas](#)
  - [Power Generation](#)
  - [Sports](#)



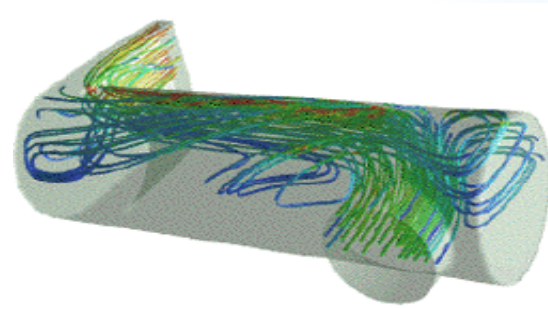
*Medtronic Blood Pump*



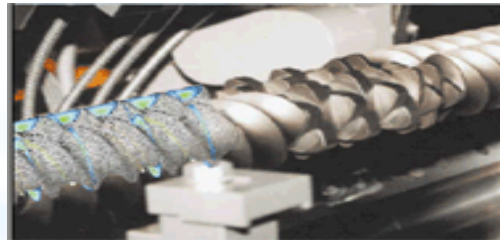
13  
*Spinal Catheter*

# MDF Applications (Chemical Processing)

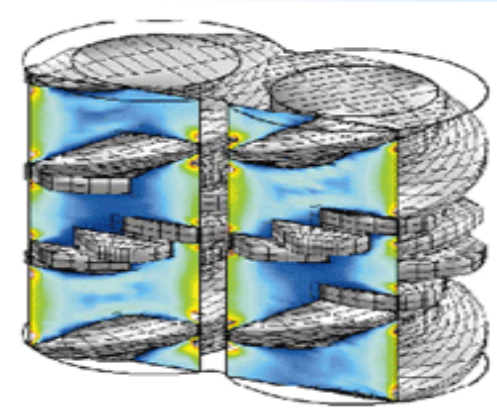
- Where is CFD used?
  - [Aerospace](#)
  - [Appliances](#)
  - [Automotive](#)
  - [Biomedical](#)
  - [Chemical Processing](#)
  - [HVAC&R](#)
  - [Hydraulics](#)
  - [Marine](#)
  - [Oil & Gas](#)
  - [Power Generation](#)
  - [Sports](#)



*Polymerization reactor vessel - prediction of flow separation and residence time effects.*



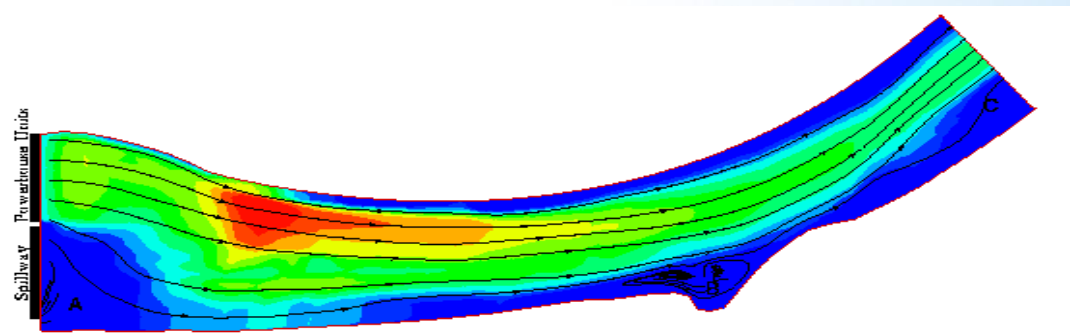
*Twin-screw extruder modeling*



*Shear rate distribution in twin-screw extruder simulation*

# MDF Applications (Hydraulics)

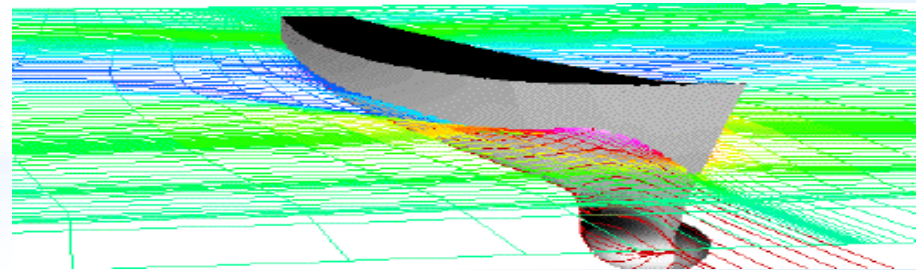
- Where is CFD used?
  - [Aerospace](#)
  - [Appliances](#)
  - [Automotive](#)
  - [Biomedical](#)
  - [Chemical Processing](#)
  - [HVAC&R](#)
  - [Hydraulics](#)
  - [Marine](#)
  - [Oil & Gas](#)
  - [Power Generation](#)
  - [Sports](#)



**Total Discharge = 125,000 cfs (no flow through spillway)**

# MDF Applications (Marine)

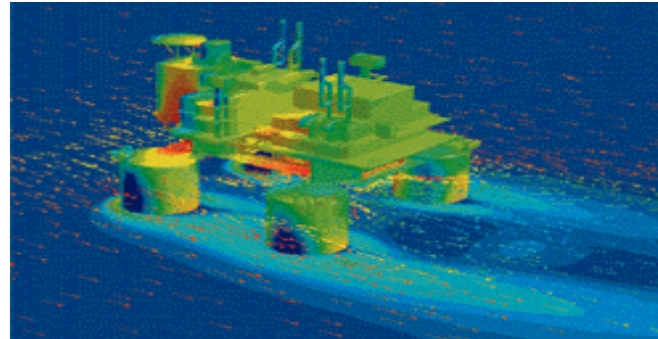
- Where is CFD used?
  - [Aerospace](#)
  - [Appliances](#)
  - [Automotive](#)
  - [Biomedical](#)
  - [Chemical Processing](#)
  - [HVAC&R](#)
  - [Hydraulics](#)
  - [Marine](#)
  - [Oil & Gas](#)
  - [Power Generation](#)
  - [Sports](#)



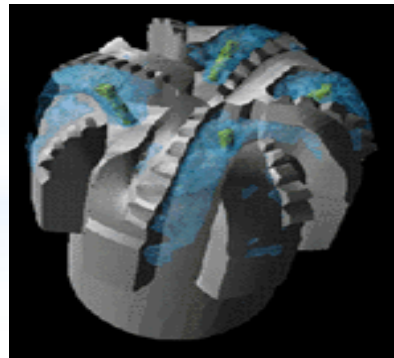


# MDF Applications (Oil & Gas)

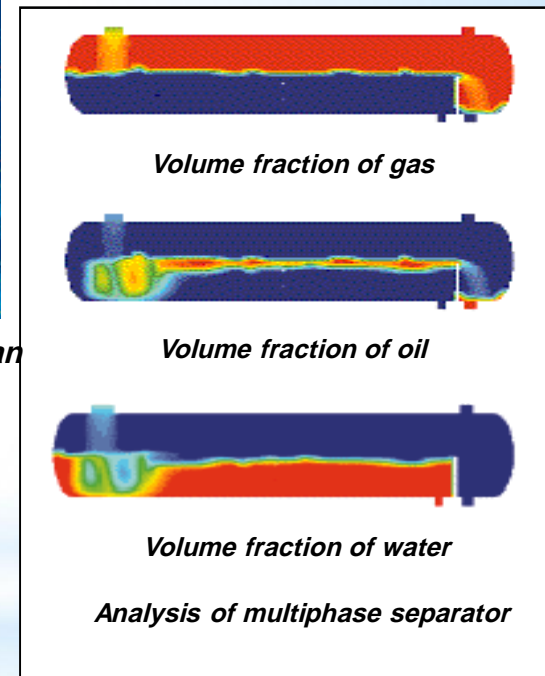
- Where is CFD used?
  - [Aerospace](#)
  - [Appliances](#)
  - [Automotive](#)
  - [Biomedical](#)
  - [Chemical Processing](#)
  - [HVAC&R](#)
  - [Hydraulics](#)
  - [Marine](#)
  - [Oil & Gas](#)
  - [Power Generation](#)
  - [Sports](#)



*Flow vectors and pressure distribution on an offshore oil rig*



*Flow of lubricating mud over drill bit*



*Volume fraction of gas*

*Volume fraction of oil*

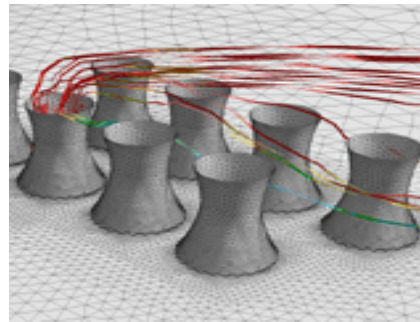
*Volume fraction of water*

*Analysis of multiphase separator*

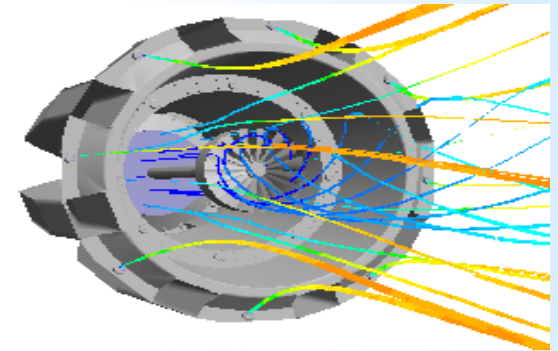
# MDF Applications (Power Generation)

- Where is CFD used?

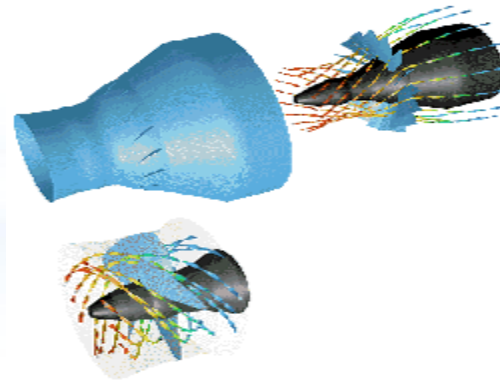
- [Aerospace](#)
- [Appliances](#)
- [Automotive](#)
- [Biomedical](#)
- [Chemical Processing](#)
- [HVAC&R](#)
- [Hydraulics](#)
- [Marine](#)
- [Oil & Gas](#)
- [Power Generation](#)
- [Sports](#)



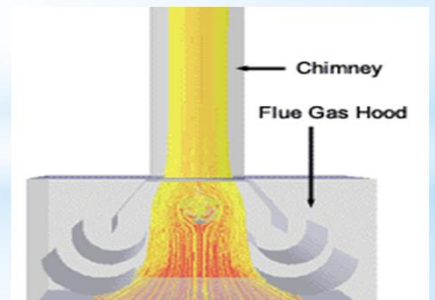
*Flow around cooling towers*



*Flow in a burner*



*Flow pattern through a water turbine.*

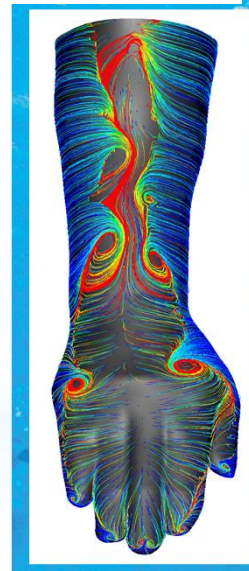
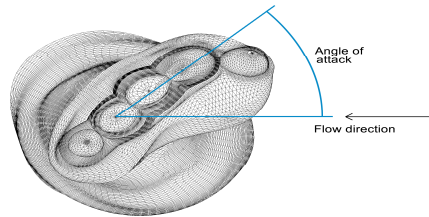


*Pathlines from the inlet colored by temperature during standard operating conditions*

# MDF Applications (Sports)

- Where is CFD used?

- [Aerospace](#)
- [Appliances](#)
- [Automotive](#)
- [Biomedical](#)
- [Chemical Processing](#)
- [HVAC&R](#)
- [Hydraulics](#)
- [Marine](#)
- [Oil & Gas](#)
- [Power Generation](#)
- [Sports](#)





## II-2-2 Propriétés d'un fluide

Un fluide se caractérise par trois (03) grandeurs principalement :  
Pression, température et masse volumique.

### II-2-2-1 Notions de compressibilité et incompressibilité

Un fluide est dit **compressible** si sa masse volumique  $\rho$  varie avec la pression ou la température. En général, les gaz sont des fluides compressibles ( $\rho$  varie) et qui occupent tout le volume qui leur est offert.



Un fluide est dit **incompressible** si sa masse volumique  $\rho$  est constante ( $\rho$  ne varie pas avec la pression ou la température...).

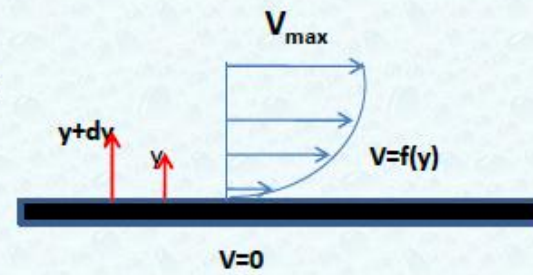
Tous les liquides sont des fluides incompressibles:  $\rho_{(\text{liquide})} = \text{cte}$

Remarque : Les gaz peuvent être considérés incompressibles dans certaines conditions de pression et température.

Exemple : L'air dans les conditions atmosphériques : 100KPa et  $T_{\text{ambiante}}$

## II-2-2-2 Notion de viscosité

a) C'est une propriété **des fluides réels et visqueux**. Elle mesure le **taux de frottements** entre les couches des fluides.



L'expérience (de Newton) a montré que lors d'un écoulement d'un fluide le long d'une paroi, le profil de vitesse des couches constituant le fluide n'ont pas la même vitesse (nulle à la paroi et maximale loin de la paroi). **Ceci est dû aux contraintes de cisaillement (frottement)  $\tau$**

La loi de Newton :  $\tau = \mu \frac{dv}{dy}$

Avec  $\tau = \frac{F_{tang.}}{S}$  et  $\frac{dU}{dy}$  : gradient de vitesse

$\mu$  viscosité dynamique, son unité : N s /m<sup>2</sup> = Pa.s ou Pouiseuille [P<sub>l</sub>]

• On définit également la viscosité cinématique  $\nu$ :

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \cdot [m^2/s] \text{ ou Stokes [St]}$$

Exemple de fluides visqueux : les huiles

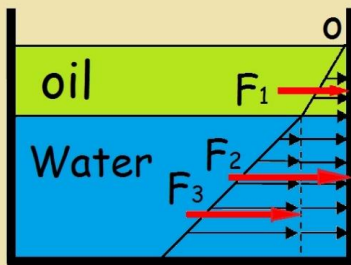
b) Un fluide est dit **parfait** si sa viscosité est négligeable (pas de frottements lors de l'écoulement).

Exemple : L'eau, l'air



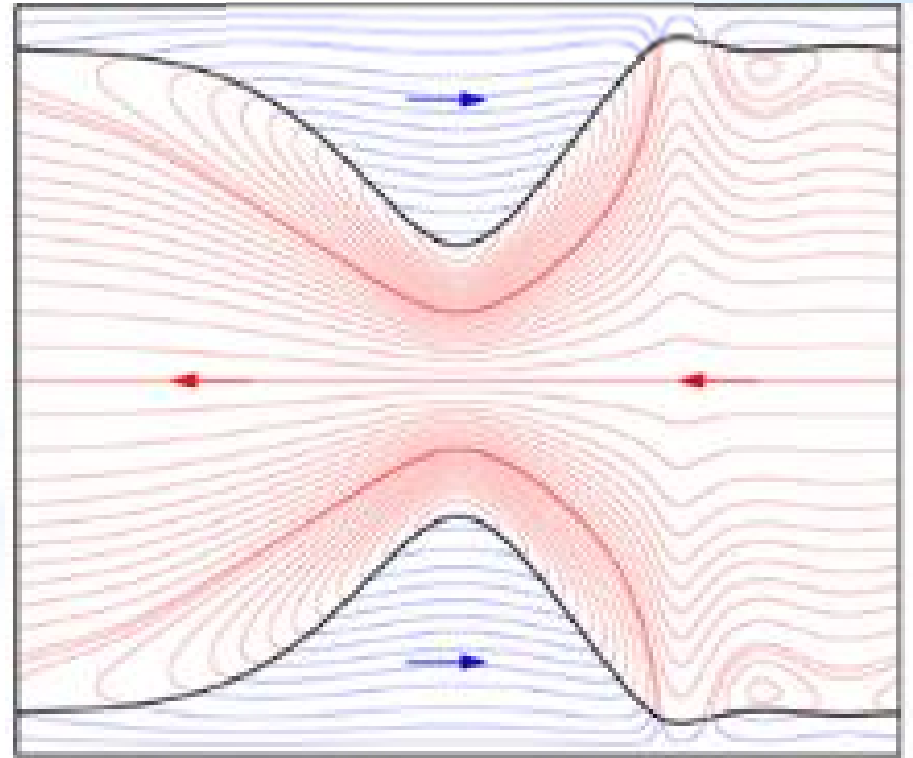
## \* Statique

Fluid Mechanics  
Hydrostatic Pressure



## \* Fluid Mechanics Axes

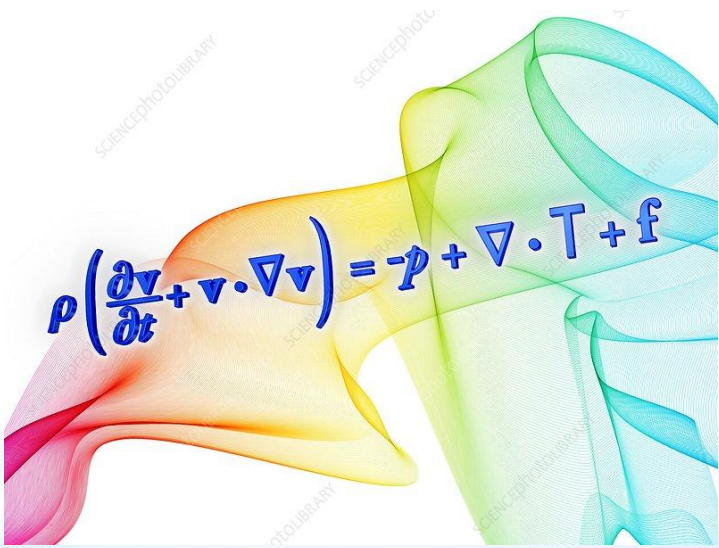
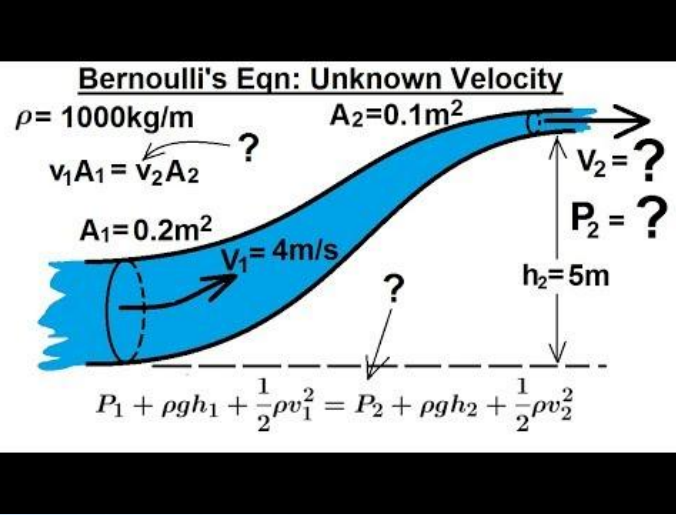
## \* Cinématique



# \* Dynamique des Fluides parfait

# \* Fluid Mechanics Axes

## \* Dynamique des Fluides Réels.



$$\begin{aligned}
 x: \quad & \rho \left( \frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{3} \mu \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \rho g_x \\
 y: \quad & \rho \left( \frac{\partial u_y}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_y}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{3} \mu \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \rho g_y \\
 z: \quad & \rho \left( \frac{\partial u_z}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_z}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_z}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left( \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{3} \mu \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \rho g_z
 \end{aligned}$$

Navier

1785- 1836

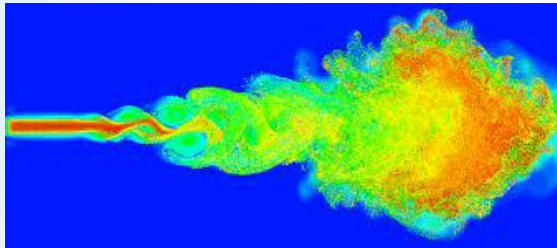
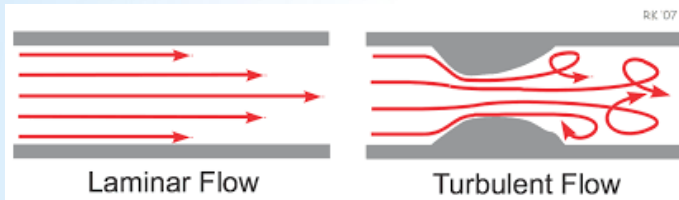


Stokes

1819- 1903

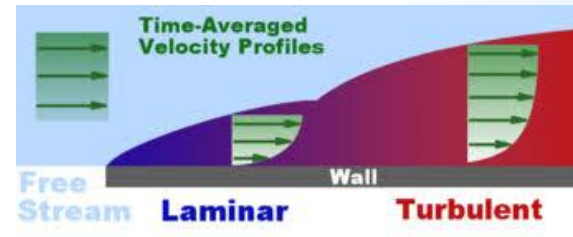


## \* Ecoulement Turbulent



## \* Fluid Mechanics Axes

### \* Couche Limite



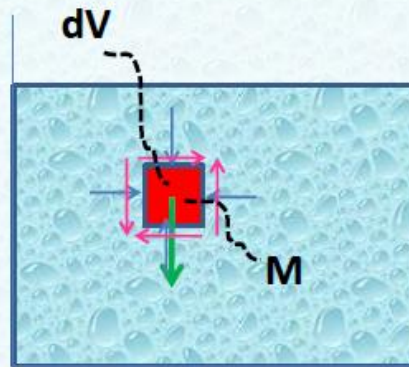


## II-3 La statique des fluides

### II-3-1 L'équation fondamentale

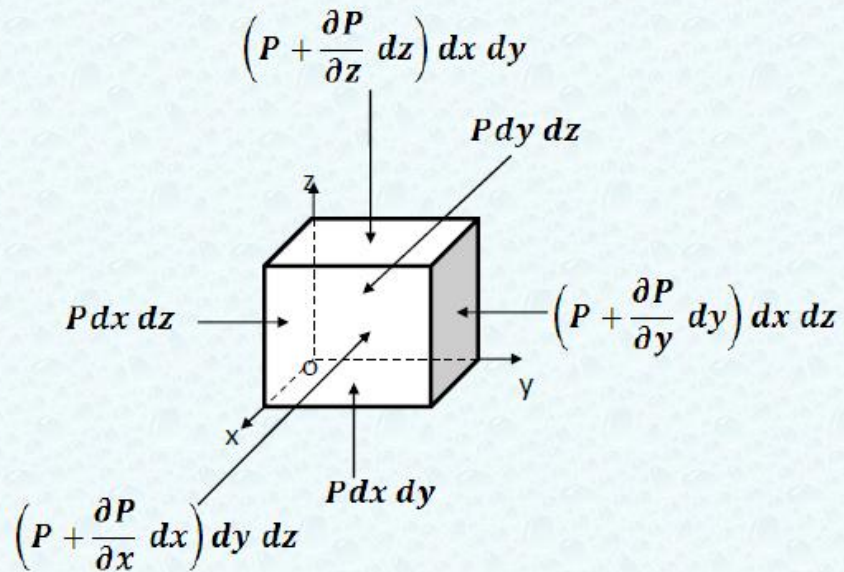
Considérons un élément de fluide infinitésimal de volume  $dV$ , en équilibre (statique) / à un repère orthonormé  $R(o,x,y,z)$ .

L'élément de fluide est soumis à son propre poids ( $dm g = \rho dV g = \rho dx dy dz g$ ) et aux forces de pression.



L'équilibre pour cet élément de volume donne :

$$\sum \vec{F}_{\text{pression}} + \rho dV \vec{g} = 0$$



## Développement de Taylor

$$f(x, y) = f(x_0, y_0) + \frac{1}{1!} [(x - x_0) f'_x(x_0, y_0) + (x - x_0) f'_y(x_0, y_0)] +$$

$$\frac{1}{2!} [(x - x_0)^2 f''_{x^2}(x_0, y_0) + 2(x - x_0)(y - y_0) f''_{xy}(x_0, y_0) +$$

$$(y - y_0)^2 f''_{y^2}(x_0, y_0)] + \dots$$

En considérant que:

$\frac{\partial P}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial P}{\partial y}$  et  $\frac{\partial P}{\partial z}$  sont les variations de P le long de dx, dy et dz,  
l'équilibre donne :

Suivant l'axe des X:

$$P_x dydz - (P_x + \frac{\partial P}{\partial x} dx) dydz = 0$$

Suivant l'axe des Y:

$$P_y dx dz - (P_y + \frac{\partial P}{\partial y} dy) dx dz = 0$$

Suivant l'axe des Z:

$$P_z dx dy - (P_z + \frac{\partial P}{\partial z} dz) dx dy - \rho g dx dy dz = 0$$



$$\frac{\partial P}{\partial x} = 0 \implies P \text{ ne varie pas suivant } x$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = 0 \implies P \text{ ne varie pas suivant } y$$

$$\implies \frac{\partial P}{\partial z} = \frac{dP}{dz}$$

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g \text{ ou } dP = -\rho g dz$$

C'est l'équation fondamentale de la statique des fluides

## II-3-2 Cas de l'hydrostatique

L'hydrostatique est la statique des fluides incompressibles (tels que les liquides ou les gaz à faible variation de pression) dans le champ de pesanteur  $\vec{g}$ .

Dans le cas des fluides incompressibles, la masse volumique  $\rho$  est constante.

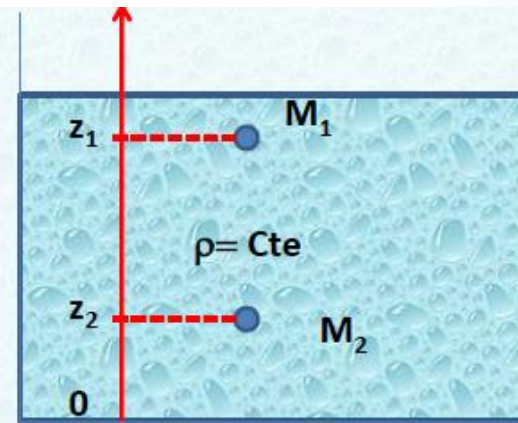
Dans ce cas on peut intégrer la relation précédente entre deux points  $M_1$  et  $M_2$  du même fluide.

$$\int_1^2 dp = \int_1^2 -\rho g dz = -\rho g \int_1^2 dz$$

$$p_2 - p_1 = -\rho g(z_2 - z_1)$$

$$p_2 + \rho g z_2 = p_1 + \rho g z_1$$

$$p + \rho g z = Cte$$



**Remarques :**

- La pression augmente lorsque z diminue à cause du signe (-)
- Si les deux points M1 et M2 sont séparés d'une hauteur h

$$z_1 - z_2 = h \Rightarrow p_2 - p_1 = \rho g h \Rightarrow p_2 = p_1 + \rho g h$$



• Si les deux points  $M_1$  et  $M_2$  sont d'égales côtes :

$$z_1 = z_2 \Rightarrow p_2 = p_1$$

Conclusions :

Pour un fluide incompressible au repos :

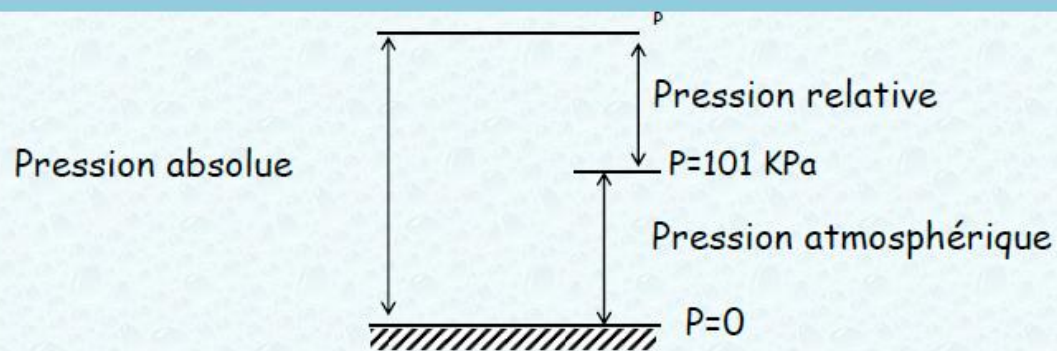
- ✓ La pression croît du haut en bas.
- ✓ Les surfaces isobares sont des plans horizontaux.
- ✓ La surface de séparation entre deux fluides non miscibles (qui ne se mélangent pas) est un plan horizontal

## I-3-3 Mesure de pression

### Notions de Pressions absolue et relative

- a) Dans de nombreuses relations c'est la pression absolue qui est utilisée.

**Pression absolue = Pression relative + Pression atmosphérique**



La pression absolue est mesurée relativement au vide absolu.

Différence entre pression relative et pression absolue

Définition :

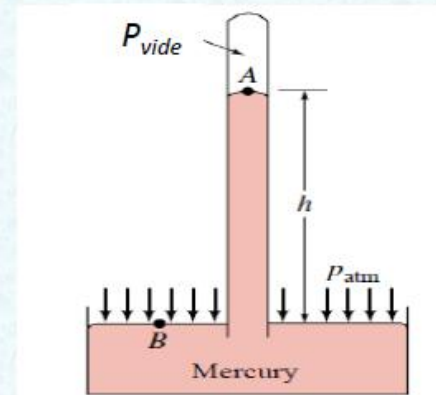
La pression absolue  $p_{abs}$  est la pression par rapport à la pression zéro dans du vide (vacuum).

La pression relative  $p_{rel}$  est la pression par rapport à la pression barométrique du moment  $p_{amb}$  (pression atmosphérique).

## b) Mesure de la pression atmosphérique :

Appelée également **pression barométrique** est mesurée par un baromètre.

- Pour cela, on fait le vide dans une éprouvette et on la plonge dans un récipient rempli de mercure (Hg). On mesure la hauteur  $h$  jusqu'à laquelle monte le mercure.
- L'application de la loi hydrostatique entre les points B et A donne :



$$P_B = P_A + \rho_{Hg}gh ; \text{ Comme } P_A = 0 \text{ (vide) On a : } P_B = P_{atm} = \rho_{Hg}gh$$

$$\text{Pour : } \rho_{Hg} = 13600 \text{ Kg/m}^3 , g = 9.81 \text{ m/s}^2 \text{ et } h = 760 \text{ mm}$$

$$\text{On obtient : } P_{atm} = 101396.16 \text{ Pa} = 101.396 \text{ kPa}$$



• Si l'éprouvette est plongée **dans de l'eau** au lieu du mercure, la hauteur  $h$  devient :

$$h = \frac{P_{atm}}{\rho_{eau} g} = \frac{101 \cdot 10^3}{10^3 \cdot 9.81} \approx 10 \text{ m}$$

### c) La pression relative :

Appelée également **pression manométrique** est mesurée par rapport à la pression atmosphérique par des manomètres.

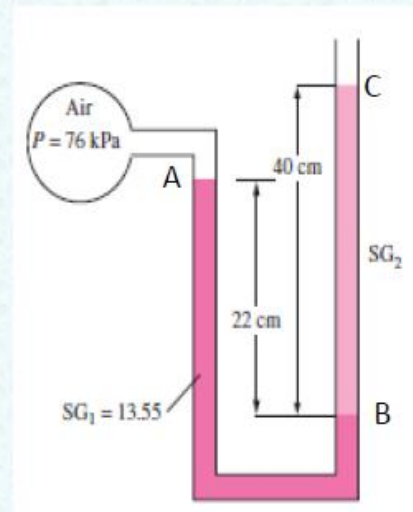
Un manomètre est constitué d'un tube en U en plastique ou en verre qui contient un ou plusieurs fluides tels que : le mercure, l'eau, l'alcool, l'huile....

d) Application : Exercice (n°23 de la série 2)

Considérer un manomètre à double fluide relié à une conduite d'air tel qu'indiqué sur la figure ci-contre.

Si la densité du fluide 1 est de 13.55, déterminer la densité du fluide 2 si la pression absolue de l'air est de 76 KPa.

Supposer une pression atmosphérique de 100 KPa et on donne  $g=9.81\text{m/s}^2$





Solution : On cherche la densité du fluide 2

$$d_2 = \frac{\rho_2}{\rho_{\text{eau}}} \Rightarrow \rho_2 = d_2 \cdot \rho_{\text{eau}}$$

$$d_1 = \frac{\rho_1}{\rho_{\text{eau}}} \Rightarrow \rho_1 = d_1 \cdot \rho_{\text{eau}} = 13.55 \times 10^3 = 13550 \text{ Kg/m}^3$$

**Application de la loi de l'hydrostatique donne :**

Pour le fluide 1, entre A et B:  $P_B = P_A + \rho_1 g h_{AB}$

Pour le fluide 2, entre B et C:  $P_B = P_{\text{atm}} + \rho_2 g h_{BC}$

D'où, on a :  $P_A + \rho_1 g h_{AB} = P_{\text{atm}} + \rho_2 g h_{BC}$

$$\Rightarrow \rho_2 = \frac{(P_A - P_{\text{atm}}) + \rho_1 g h_{AB}}{g h_{BC}}$$

Application numérique :

$$\rho_2 = \frac{(76-100) 10^3 + 13550 * 9.81 * 0.22}{9.81 * 0.4}$$

$$\Rightarrow \rho_2 = 1336.29 \text{ Kg/m}^3$$

$$\Rightarrow d_2 = \frac{\rho_2}{\rho_{eau}} = \frac{1336.29}{1000} = 1.33$$

## II-4 La dynamique des fluides

Les fluides qui ne sont pas au repos, sont en **écoulement** ou dans un état dynamique.

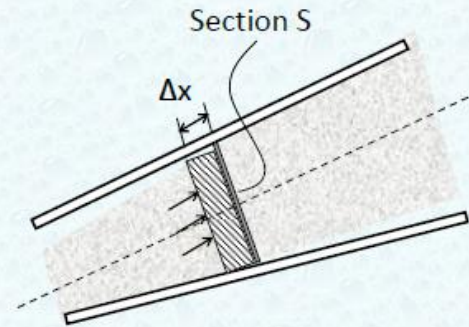
Ci-dessous, on présentera quelques propriétés des écoulements.



## II-4-1 Notion de débit

### • Débit Volumique

Soit un écoulement d'un fluide dans une conduite. Pendant un intervalle de temps  $\Delta t$ , le volume du fluide qui traverse la section  $S$  est :  $\Delta V = S \Delta x$



On appelle **débit volumique** le volume du fluide qui traverse une section  $S$  par unité de temps.

$$Q_v = \lim \frac{\Delta V}{\Delta t} = \lim S \frac{\Delta x}{\Delta t} = V S \quad \text{Son unité : m}^3/\text{s}$$

Avec :  $V$  vitesse moyenne de l'écoulement, normale à la section  $S$

• Débit massique

C'est la masse du fluide qui traverse une section  $S$  par unité de temps.

$$Q_m = \lim \frac{\Delta m}{\Delta t} = \lim \rho S \frac{\Delta x}{\Delta t} = \rho V S \quad \text{Son unité : Kg /s}$$

Avec :  $V$  vitesse moyenne de l'écoulement, normale à la section  $S$

$$Q_m = \rho Q_v$$

## II-4-2 Notion de régime

### • Régime permanent (stationnaire)

• Un régime est dit **permanent** si ses propriétés (sa vitesse, sa pression et sa masse volumique) **ne varient pas dans le temps**.

$$\frac{\partial V}{\partial t} = 0, \frac{\partial P}{\partial t} = 0 \text{ et } \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

### • Régime instationnaire

Un régime est dit instationnaire si **au moins une** de ses propriétés (vitesse, pression ou masse volumique) **varie dans le temps**.

$$\frac{\partial V}{\partial t} \neq 0 \text{ ou } \frac{\partial P}{\partial t} \neq 0 \text{ ou } \frac{\partial \rho}{\partial t} \neq 0$$

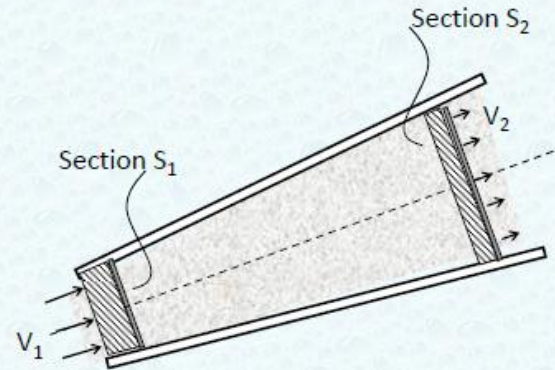


## II-4-4 Equation de conservation de masse dans le cas du régime permanent

Considérons un fluide en écoulement dans une conduite.

Soient :

- $\Delta m_1$  la masse traversant la section  $S_1$  pendant un intervalle de temps  $\Delta T$
- $\Delta m_2$  la masse traversant la section  $S_2$  pendant le même intervalle de temps  $\Delta T$ .



En régime permanent, le principe de la conservation de la masse donne :

$$\Delta m_1 = \Delta m_2$$



En divisant par  $\Delta T$ , on obtient :

$$\Delta m_1 / \Delta T = \Delta m_2 / \Delta T$$

En faisant tendre  $\Delta T$  vers 0, on obtient :

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta m_1}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta m_2}{\Delta t} \rightarrow Q_{m1} = Q_{m2}$$

Soit :

$$\rho_1 S_1 V_1 = \rho_2 S_2 V_2$$

**Débit massique constant le long de l'écoulement**

• Si le fluide est **incompressible** ( $\rho = \text{cte}$ )

$$Q_V = V_1 S_1 = V_2 S_2 = VS = \text{cte}$$

**Débit volumique constant le long de l'écoulement**

## II-4-5 Dynamique des fluides parfaits

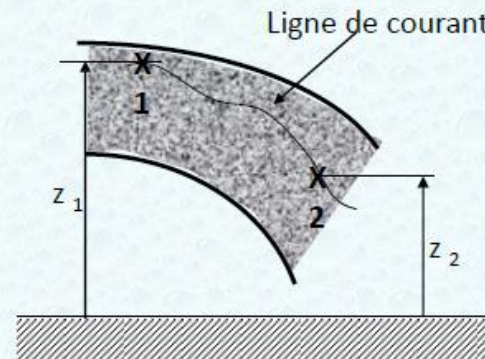
### A. Ecoulement sans échange de travail

On démontre dans le cas :

- D'un fluide parfait et incompressible
- Régime permanent
- Le long d'une ligne de courant

Que l'écoulement entre deux points est régi par une équation appelée : **Equation de Bernoulli**

Plan de référence =  $z = 0$



•En termes de pression :

$$P_1 + \rho (V_1)^2 / 2 + \rho g z_1 = P_2 + \rho (V_2)^2 / 2 + \rho g z_2$$

**$P + \rho (V)^2 / 2 + \rho g z = \text{cte}$  Son unité : Pa**

Avec P : pression statique,  $\rho (V)^2 / 2$  : pression dynamique ,  $\rho g z$  : pression de pesanteur

•En termes de hauteur :

$$P_1 / \rho g + (V_1)^2 / 2g + z_1 = P_2 / \rho g + (V_2)^2 / 2g + z_2$$

**$P / \rho g + (V)^2 / 2g + z = \text{cte}$  Son unité : m**

Avec :  $P / \rho g + z$  : hauteur piézométrique  
 $(V)^2 / 2g$  : hauteur dynamique

•En termes d'énergie :

$$P_1 / \rho + (V_1)^2 / 2 + g z_1 = P_2 / \rho + (V_2)^2 / 2 + g z_2$$

$$P/\rho + (V)^2 / 2 + g z = \text{cte} \quad \text{Son unité : Joules/Kg}$$

Avec :  $(V)^2 / 2$  : énergie cinétique  
 $g z$  : énergie potentielle



## 2.11 Interprétation de l'équation de Bernoulli

Soit une masse de 1 *Kg* de liquide parfait passant de l'état (1) à l'état (2). Nous pouvons donc écrire :

$$\underbrace{\frac{P_2 - P_1}{\rho}}_{(1)} + \underbrace{\frac{1}{2} (q_2^2 - q_1^2)}_{(2)} + \underbrace{g (z_2 - z_1)}_{(3)} = 0 \quad [J/kg] \quad (2.24)$$

où :

- (1) : variation de l'énergie potentielle due à la variation de pression ;
- (2) : variation de l'énergie cinétique due à la variation de vitesse ;
- (3) : variation de l'énergie potentielle due à la variation d'altitude.

L'équation de Bernoulli nous indique donc que l'énergie mécanique totale d'une particule de fluide est conservée le long d'une ligne de courant (bien que l'une des formes d'énergie peut se transformer en une autre) (Fig.2.9).

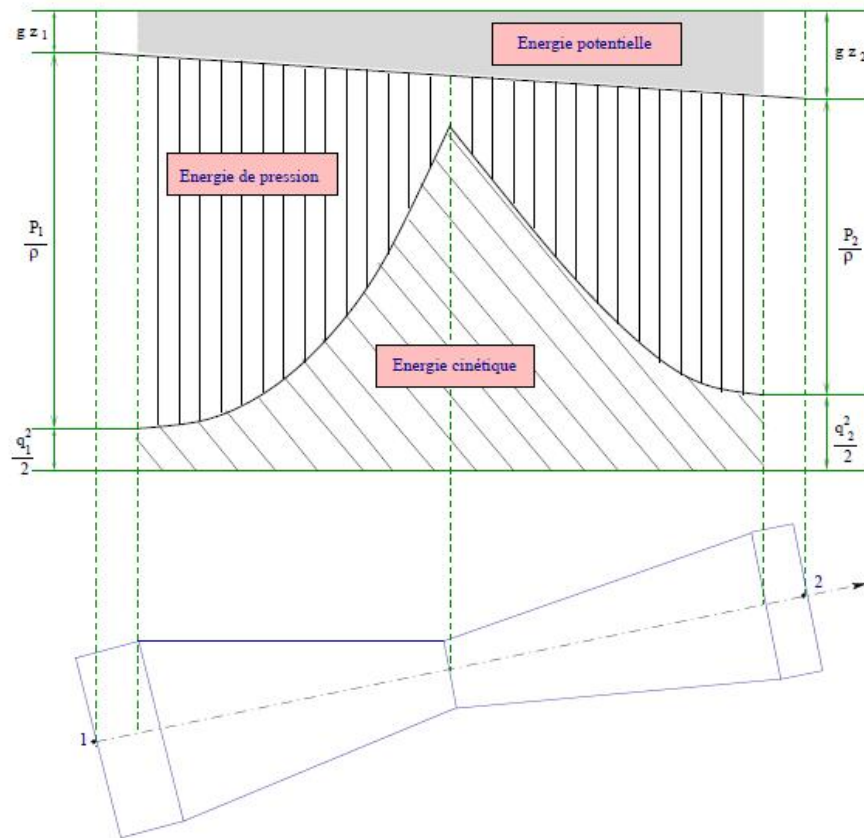


FIGURE 2.9: *Différentes formes d'énergie dans un écoulement idéal.*

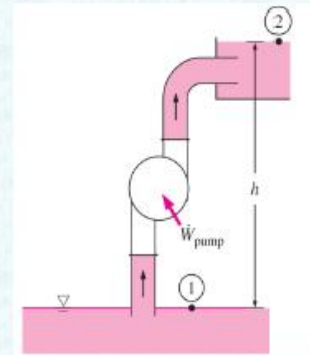
L'équation (2.23) est l'équation de Bernoulli; *elle est valable seulement pour un écoulement idéal, permanent, incompressible et suivant la même ligne de courant* (l'écoulement n'est pas forcément homogène).

## B- Écoulement avec échange de travail

On démontre dans le cas :

- D'un fluide parfait et incompressible
- Régime permanent
- Lorsque le fluide traverse une machine (turbine, pompe...)  $\Rightarrow$  il échange du travail avec cette machine.

Que l'écoulement entre deux points (1) et (2) à l'amont et à l'aval de la machine est régi par l'équation d'énergie suivante :



$$P_1 / \rho + (V_1)^2 / 2 + g z_1 = P_2 / \rho + (V_2)^2 / 2 + g z_2 + \frac{\dot{W}}{Q_m} \quad (2)$$



$$P_1 / \rho + (V_1)^2 / 2 + g z_1 = P_2 / \rho + (V_2)^2 / 2 + g z_2 + \frac{\dot{W}}{Q_m}$$

Avec :

$\dot{W}$  : La puissance de la machine en Watt : en J/s

$\dot{W} > 0$  Si la machine est motrice (exemple : turbine, éolienne). La machine fournit de l'énergie.

$\dot{W} < 0$  Si la machine est réceptrice (exemple : pompe, ventilateur). La machine reçoit de l'énergie.

$Q_m$  : Débit massique du fluide en Kg/s

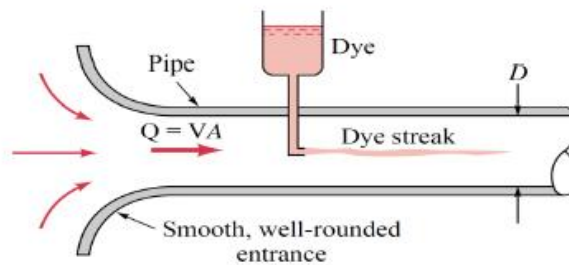
$\dot{W}/Q_m$  : J/Kg

## II-4-6 Dynamique des fluides visqueux

Ci-dessous, on présentera quelques propriétés des écoulements des fluides visqueux où **l'effet des frottements est non négligeable.**

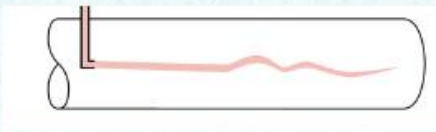
## A- Types de Régimes d'écoulement

• L'expérience réalisée par **Reynolds** (1883) consistait à injecter un colorant lors de l'écoulement de l'eau dans une conduite en verre cylindrique et rectiligne et puis à faire croître progressivement la vitesse de l'eau dans la conduite. Les observations ont montré l'existence de deux régimes d'écoulement : **laminaire et turbulent**.





**Régime laminaire**  
Le colorant constitue des lignes droites.



**Régime transitoire**  
Le colorant constitue des lignes spirales

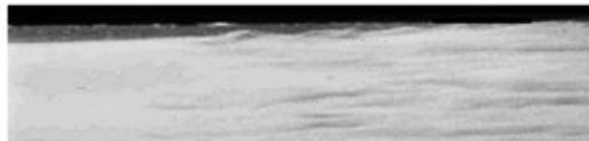


**Régime turbulent**  
Le colorant est complètement mélangé





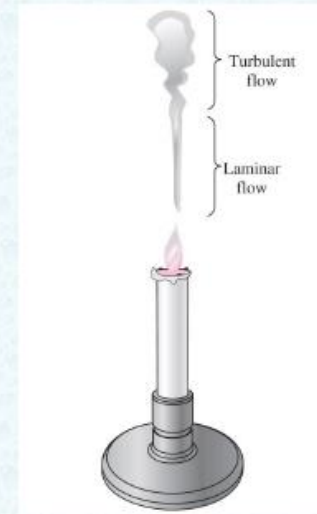
Laminar



Transitional



Turbulent



Les régimes laminaire  
et turbulent de la  
fumée d'une bougie

•**Écoulement laminaire** : C'est un écoulement **ordonné** où les particules du fluide se déplacent en lignes droites parallèles disposées en couches ou lamelles.

C'est le cas des écoulements à faibles vitesses des fluides à forte viscosité (telles que les huiles).

•**Écoulement turbulent** : C'est un écoulement **complètement désordonné** dans lequel, les particules de fluide se déplacent dans toutes les directions au hasard. Il se produit dans les écoulements à grandes vitesses pour les fluides à faible viscosité tel que l'air.

•**Écoulement transitoire** : C'est un écoulement **intermédiaire** entre les régimes laminaire et turbulent.

## B- Nombre de Reynolds

C'est un nombre sans dimensions qui permet de distinguer entre les deux régimes d'écoulements laminaire et turbulent. Il est donné par :

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} \quad \text{ou} \quad Re = \frac{V D}{\nu}$$

Avec :  $\rho$  masse volumique du fluide [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ],

$V$  vitesse du fluide [ $\text{m}/\text{s}$ ]

$D$  diamètre de la conduite [ $\text{m}$ ],

$\mu$  Viscosité dynamique [ $\text{Pa}\cdot\text{s}$ ]

Et  $\nu$  Viscosité cinématique [ $\text{m}^2/\text{s}$ ] ou  
Stokes

$0 < Re < 2000$	Régime laminaire
$2000 < Re < 4000$	Régime transitoire
$Re > 4000$	Régime turbulent



### C- Equation de Bernoulli avec pertes de charges

Elle s'applique entre deux points de l'écoulement dans le cas :

- D'un fluide visqueux et incompressible
- Régime permanent
- Pour un écoulement qui ne traverse aucune machine (pompe, turbine)  $\Rightarrow$  **Il n'échange pas du travail avec cette machine.**

- Elle est donnée par :

$$P_1 / \rho + (V_1)^2 / 2 + g z_1 = P_2 / \rho + (V_2)^2 / 2 + g z_2 + J_{12} \quad (3)$$

- $J_{12}$  représente les pertes de charges, c'est une énergie perdue par le fluide sous forme de chaleur ( $J_{12}$ )

$$J_{12} = \sum J_L + \sum J_s$$



•  $J_L$  Pertes de charges régulières ou linéaires sont dues aux frottements du fluide avec les parois de la conduite. Elles dépendent de la longueur, du diamètre et de la rugosité de la conduite ainsi que de la vitesse de l'écoulement.

•  $J_s$  Pertes de charges singulières sont dues aux variations brusques de section et de direction (coudes, élargissement ou rétrécissement de la section). Elles dépendent de la forme des changements de section et de la vitesse de l'écoulement.

## D- Calcul des pertes de charges linéaires

Formule de WEISBACH :  $J_L = \lambda \frac{V^2 L}{2D}$

Avec :

$\lambda$  Coefficient de frottements ou pertes de charge linéaires [sans unité]

V Vitesse moyenne dans la conduite [m/s]

L longueur de la conduite [m]

Selon le type de l'écoulement, le coefficient de frottements  $\lambda$  se calcule par différentes formules :

Régime laminaire  $Re < 2000$   $\longrightarrow$   $\lambda = \frac{64}{Re}$

Régime turbulent lisse  $2000 < Re < 10^5$   $\longrightarrow$   $\lambda = \frac{0.316}{Re^{0.25}}$

Régime turbulent rugueux  $Re > 10^5$   $\longrightarrow$   $\lambda = 0.79 \sqrt{\frac{\varepsilon}{D}}$

Avec :  $\varepsilon$  Rugosité [mm]

D diamètre de la conduite

## E- Calcul des pertes de charges singulières

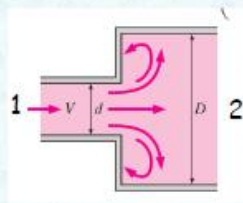
Elles se calculent par la relation suivante :

$$J_s = \xi \frac{V^2}{2}$$

Avec :  $V$  vitesse dans les changements de section ou dans les coudes.

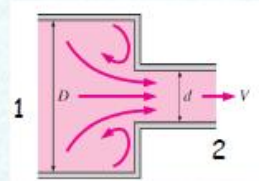
$\xi$  coefficient de forme sans dimensions donné par le constructeur





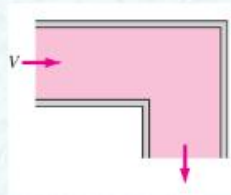
Elargissement brusque

$$\xi \cong \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2$$

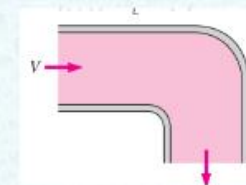


Rétrécissement brusque

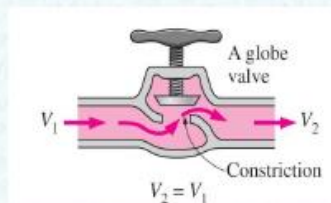
$$\xi \cong \left(1 - \frac{A_2}{A_1}\right)^2$$



Coude :  $\xi \approx 1$



Coude arrondi  
 $0.3 < \xi < 0.9$



Valve ou robinet  
 $0.05 < \xi < 1$

## F- Equation d'énergie avec travail et pertes de charges

Elle s'applique entre deux points de l'écoulement dans le cas :

- D'un fluide visqueux et incompressible
- Régime permanent
- Lorsque le fluide traverse une machine (turbine, pompe....)

⇒ **Il échange du travail avec cette machine.**

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + g z_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + g z_2 + \frac{\dot{W}}{Q_m} + J_{12} \quad (4)$$

Avec:

$\dot{W}$  : La puissance de la machine en Watt : W

$Q_m$  : Débit massique du fluide en Kg/s

$J_{12} = \sum J_L + \sum J_S$  : Pertes de charges linéaires et singulières

### **G-Conclusion**

De ce qui précède, on remarque que l'ensemble des pertes de charge (linéaires et singulières) dans une canalisation diminue lorsque :

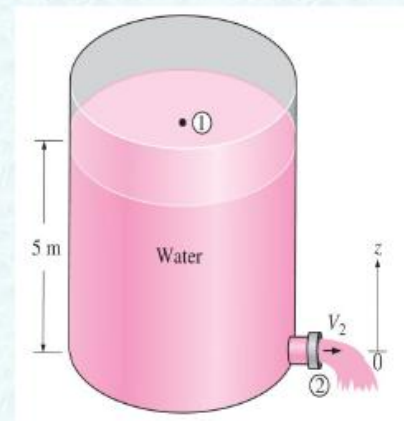
- La longueur de canalisation diminue.
- La viscosité des fluides diminue.
- Le nombre de changements de section et de coudes sur la canalisation est réduit.
- Les matériaux des conduites utilisés sont de faible rugosité.

## H- Application :

Un large réservoir ouvert à l'atmosphère est rempli d'eau jusqu'à une hauteur de 5m. Cette eau s'écoule en régime permanent à travers un orifice ouvert situé au fond du réservoir.

Déterminer la vitesse de l'eau à la sortie de l'orifice.

On donne :  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$





Thank you

danke 謝謝 ngiyabonga شكراً جزيلاً

спасибо faafetai lava mersi barka welalin tack teşekkür ederim mahalo tapadh leat

Баярлалаа dankie dhanyavadi maururu koszonom vinaka spasia blagodaram dank je misaotra matondo paldies grazzi

enkosi bedankt bayarlalaa gratie hvala maunuru nanni nandri kiitos dankie maururu koszonom

dziękuje chnorakaloutioun gracias ago gracies sulpay go raibh maith agat djiere dieuf tau mochchakkeram mamnun

obrigado sobodi dekuji sagolun sukriya kop khun krap taiku arigatō takk dakujem trugarez

mesii dīdi madloba najis tuke ahigatōu tanemirt rahmet grazie diolch dhanyavadagalu shukriya merce мерси

তোমাকে ধন্যবাদ rahmat terima kasih 감사합니다 xiexie eucharistō diolch dhanyavadagalu shukriya merce