جامعة الشهيد حمه لخضر الوادي

كلية العلوم الدقيقة

# محاضرات في الاهتزازات و الأمواج الميكانيكية

موجهة لطلبة سنة ثانية - فيزياء و كيمياء -

من إعداد : د. عسكري سهيلة

*Email : askrisouha@gmail.com*

السنةالجامعية 2022/2021

# المحتويات

# الجزء I

# الاهتزازات

# الفصل 1
# عموميات عن الاهتزازات الميكانيكية

## 1.1 الاهتزازات الميكانيكية

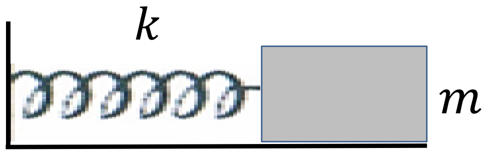
الاهتزازات وهي ظاهرة فيزيائية تطلق على كل انتشار للحركات الذبذبية حول نقطة التوازن كان طوليا او عرضيا وهذا الانتشاريكون في الاوساط المرنة. هذه الحركات الذبذبية قد تكون بصورة دورية أي تكرر نفس الحركة خلال زمن معين مثل: - نواس الساعات الجدارية - دوران الأرض حول الشمس - كتلة معلقة بنابض - الذرات في الشبكة البلورية. وقد تكون ايضا بصورة شبه دورية اين تتناقص أو تتخامد حركتها خلال فترة زمنية مثل : - الأرجوحة - أجنحة الطائرة - المحركات الكهربائية. الاهتزازات أحيانا يكون مرغوب فيها كمبكر الصوت الذي يضاعف اهتزازات الصوت، في حين أن أغلب الأحيان تكون الاهتزازات غير مرغوب فيها بسبب الضوضاء واهدار الطاقة كالأصوات الصادرة عن المحركات الكهربائية...الخ.

## 2.1 الحركة التوافقية البسيطة

إن الحركة التوافقية البسيطة هي حركة اهتزازية ومن أبسط أشكال الحركة الدورية على الاطلاق، وهذه الحركة التي يصنعها جسم مهتز ذهابا وإيابا على جانبي موضع الاتزان بدون سرعة إبتدائية على طول خط مستقيم يتناسب فيها مقدار قوة الارجاع طرديا مع مقدار إزاحة الجسم عن موضع الاتزان ويكون اتجاهها بعكس اتجاه الازاحة.

**<u>مثال</u>** :

نعتبر كتلة $m$ معلقة بنابض ثابت مرونته $k$.




شكل 1.1: هزاز مروني

## 3.1 المعادلة التفاضلية للحركة التوافقية البسيطة

من المثال السابق (الشكل 1.1) إذا أزيحت الكتلة يمينا أو يسارا تتولد في النابض قوة إرجاع اتجاهها عكس اتجاه القوة الخارجية.

حسب قانون هوك

$$\vec{F} = -k\vec{x}$$

ووفق قانون نيوتن $\vec{F}=m\vec{a}$ نجد:

$$-k\vec{x}=m\vec{a}$$
$$-kx=m\frac{d^2x}{dt^2}\Longrightarrow -kx=m\ddot{x}$$

$$\ddot{x}+\frac{k}{m}x=0 \tag{1.1}$$

المعادلة (1.1) توافق المعادلة التفاضلية التالية:

$$\ddot{x}+\omega^2x=0 \tag{2.1}$$

حيث ان المعادلة (2.1) تكافئ المعادلة التفاضلية الأتية من أجل الاحداثية المعممة $q(x,y,z,\theta,\varphi)$.

$$\ddot{q}+\omega^2q=0 \tag{3.1}$$

اذن رياضيا يعبر عن الحركة التوافقية البسيطة بمعادلة تفاضلية من الدرجة الثانية.

## 4.1 خصائص الحركة التوافقية البسيطة

يعبر عن الحل الرياضي للمعادلة (2.1) بالحلول الجيبية التالية :

$$x(t)=A\cos(\omega t\pm\varphi)$$
$$x(t)=A\sin(\omega t\pm\varphi)$$
$$x(t)=A\cos(\omega t\pm\varphi)+B\sin(\omega t\pm\varphi)$$
$$x(t)=Ae^{i(\omega t\pm\varphi)}+Be^{-i(\omega t\pm\varphi)}$$

حيث :

$x$ ازاحة الحركة وهي بعد الجسم المهتز في أية لحظة عن موضع اتزانه وحدتها $m$.

$A$ سعة الاهتزاز وهي أقصى ازاحة يصل لها الجسم المهتز عن وضع الاتزان وحدتها $m$.
$\varphi$ الطور الابتدائي للحركة(t=0).
$\phi$ طور الحركة الاهتزازية $(\phi = \omega t \pm \varphi)$ .
و للحركة التوافقية البسيطة خصائص أهمها:

## 1.4.1 النبض $\omega$ (السرعة الزاوية)

وهو مقدار الزاوية التي يمسحها نصف القطر في الثانية الواحدة وحدته $(rad/s)$ .

## 2.4.1 الدور $T$

وهو الزمن اللازم لجسيم لانجازه اهتزازة كاملة وحدته $s$.

## 3.4.1 التردد $f$

وهو عدد الاهتزازات الكاملة التي ينجزها الجسم في وحد الزمن و أي مقلوب زمن الدور، وحدته $Hz = s^{-1}$ ، و يعطى بالعلاقة التالية :

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

# الفصل 2

# الهزاز الحر

## 1.2 الهزاز الحر (الهزاز التوافقي)

نعرف الهزاز الحر بتلك الاهتزازات الحرة الناتجة عن ازاحة الجملة عن وضع اتزانها أو اكسابها سرعة ابتدائية ثم تركها تتذبذب بصفة حرة أي دون تأثير قوى خارجية (بغياب الاحتكاك او التخامد )، وسنهتم خلال دراستنا هذه بالتطرق الى جمل محافظة لا يكون فيها فقدان للطاقة.

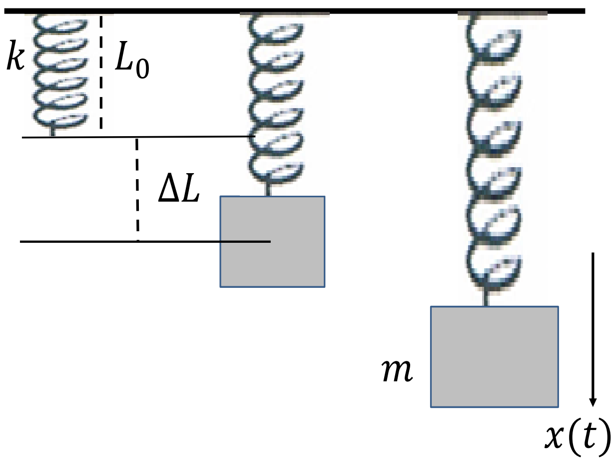
## 2.2 معادلة الحركة للهزاز التوافقي

لايجاد المعادلة المميزة لحركة الهزاز الحر هناك عدة طرق منها : ـ طريقة نيوتن ـ طريقة الطاقة ـ طريقة لاغرانج و التي سنهتم بدراستها في الفصل $(5)$.

### 1.2.2 طريقة نيوتن

تعتمد هذه الطريقة على القانون الثاني للتحريك لنيوتن.
نعتبر نظام ميكانيكي مكون من كتلة $m$ معلقة بنابض ثابت مرونته $k$ طوله

الابتدائي $L_0$ و استطالة $\Delta L$ النابض تحت تاثير وزن الكتلة.




شكل 1.2: هزاز مروني

بتطبيق قانون نيوتن الثاني نجد:

**في حالة السكون**

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0 \tag{1.2}$$

$$mg - k\Delta L = 0$$
$$mg = k\Delta L \tag{2.2}$$

**في حالة الحركة**

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_3 = m\vec{a} \tag{3.2}$$

$$mg - k(\Delta L + x) = m\ddot{x}$$
$$\underbrace{(mg - k\Delta L)}_{=0} - kx = m\ddot{x}$$
$$m\ddot{x} + kx = 0 \tag{4.2}$$

اذا المعادلة (4.2) هي معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية توافق المعادلة المعممة (3.1) للحركة التوافقية البسيطة.

$$\boxed{m\ddot{x} + kx = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad \ddot{q} + \omega^2 q = 0}$$

وبمطابقة المعادلتين (4.2) و (3.1) نجد:

$$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \omega_0}$$

حيث $\omega_0$ هو النبض الطبيعي لحركة الهزاز الحر (التوافقي).

## 2.2.2 طريقة الطاقة

تعتمد هذه الطريقة على قانون مبدأ انحفاظ الطاقة.
تعطى العبارة العامة للطاقة الكلية كالتالي:

$$E = T + U \tag{5.2}$$

حيث : $T$ الطاقة الحركية.
$U$ الطاقة الكامنة.

### 1.2.2.2 الطاقة الحركية

في حالة نظام مكون من كتلة $m$ و موضع محدد بالاحداثية المعممة $q(x, y, z, \theta, \varphi)$ فإن الطاقة الحركية تكتب على النحو التالي :
$T = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\dot{q}^2$

**<u>مثال:</u>**

- حالة نواس مروني : $T = \frac{1}{2}m\dot{x}^2$
- حالة نواس ثقالي : $T = \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}^2$

### 2.2.2.2 الطاقة الكامنة

استنادا إلى قانون هوك و الذي ينص على أن أي قوة مطبقة من طرف نابض ثابت مرونته $k$ على كتلة مجبرة على الحركة وفق المحور $x$ مثلا، ومنه تعطى عبارة القوة بـ $F = -kx$، ويمكن ان نكتب الطاقة الكامنة على النحو التالي:

$$U(x) = -\int_0^x F dx = -\int_0^x -kx dx$$
$$U(x) = \frac{1}{2}kx^2 \tag{6.2}$$

بصفة عامة من أجل الاحداثية المعممة $q$ نعتبر جملة كيفية محافظة طاقتها الكامنة $U(q)$ عندما تكون الازاحات عن وضعية التوازن صغيرة، من الممكن ان نقوم بنشر تايلور لـ $U(q)$ بجوار وضع التوازن $q = 0$ و باهمال الأس الأكبر من 2 نتحصل على:

$$U(q) = U(0) + \left.\frac{\partial U}{\partial q}\right|_{q=0} q + \frac{1}{2}\left.\frac{\partial^2 U}{\partial q^2}\right|_{q=0} q^2 \tag{7.2}$$

إذا اخترنا مبدأ الطاقات الكامنة هو وضعية التوارن فإن $(U(0) = 0)$، ومن أجل $U(q)$ أصغرية عند $q = 0$ فإن $\boxed{\left.\frac{\partial U}{\partial q}\right|_{q=0} = 0}$ وهو ما يسمى شرط الاهتزاز.
ومنه فالطاقة الكامنة تكتب من الشكل:

$$U(q) = \frac{1}{2}b_0 q^2 \tag{8.2}$$

حيث $b_0 = \left.\frac{\partial^2 U}{\partial q^2}\right|_{q=0}$ و هو ثابت يكافئ ثابت المرونة $k$ .

### 3.2.2.2 المعادلة التفاضلية

نعتبر نفس النظام الميكانيكي المدروس في (1.2.2).
باستعمال مبدأ انحفاظ الطاقة إذ يبقى مقدار الطاقة الكلية ثابتا في أية

لحظة للنظام.

$$E = T + U = cste \quad \Rightarrow \quad \frac{dE}{dt} = 0 \qquad (9.2)$$

لدينا:
$U = \frac{1}{2}kx^2$ و $T = \frac{1}{2}m\dot{x}^2$
ومنه

$$\begin{aligned}
(2.9) \Leftrightarrow \frac{dE}{dt} &= \frac{dT}{dt} + \frac{dU}{dt} \\
&= \frac{d}{dt}\left[\frac{1}{2}m\dot{x}^2\right] + \frac{d}{dt}\left[\frac{1}{2}kx^2\right] \\
&= \left[\frac{1}{2}m\big(2\dot{x}\ddot{x}\big)\right] + \left[\frac{1}{2}k\big(2\dot{x}x\big)\right] \\
&= \dot{x}\big(m\ddot{x} + kx\big) = 0 \qquad (10.2)
\end{aligned}$$

وعليه نجد:

$$\begin{aligned}
m\ddot{x} + kx &= 0 \\
\ddot{x} + \frac{k}{m}x &= 0 \qquad (11.2)
\end{aligned}$$

المعادلة (11.2)هي معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية توافق المعادلة المعممة (3.1) للحركة التوافقية البسيطة. حيث $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ هو النبض الطبيعي لحركة الهزاز الحر (التوافقي).

### 4.2.2.2 طاقة الهزاز الحر

إن الحل الرياضي للهزاز الحر كما عرفناه فيما سبق (4.1) يعطى كالتالي:

$$x(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$$

ومنه

$$T = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi) \qquad (12.2)$$
$$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$$

ونعلم أيضا أن $\omega^2 = \frac{k}{m}$

$$\begin{aligned} E &= T + U \\ &= \left[\frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi) + \frac{1}{2}kA^2 \cos^2(\omega t + \varphi)\right] \\ &= \frac{1}{2}kA^2 \underbrace{\left[\sin^2(\omega t + \varphi) + \cos^2(\omega t + \varphi)\right]}_{=1} \\ &= \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \underbrace{\left[\sin^2(\omega t + \varphi) + \cos^2(\omega t + \varphi)\right]}_{=1} \end{aligned}$$

ومنه نجد طاقة الهزاز الحر

$$\boxed{E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = cste}$$

وهي طاقة دائما محفوظة.

# الفصل 3
# الهزاز المتخامد

## 1.3 مقدمة

خلال دراستنا للفصل السابق (??) لم نأخذ الحقائق الفيزيائية بعين الاعتبار بحيث أهملنا قوى الاحتكاك التي تتسبب في فقدان جملة ما طاقتها مما يؤدي الى تناقص سعة الاهتزازات الى ان تتخامد مع مرور الزمن، و قوى الاحتكاك ثلاثة أنواع :

أ ـ **احتكاك لزوجي**: يظهر عند حركة المائع.

ب ـ **احتكاك جاف**: يظهر عند انزلاق سطحين جافين على بعضهماومقداره ثابت بصورة تقريبية في أغلب الحالات.

ج ـ **احتكاك بنيوي**: وهو احتكاك داخلي لجزيئات المادة مما يؤدي لظهور تشوهات للاجسام الصلبة ناتجة عن الحركة الاهتزازية.

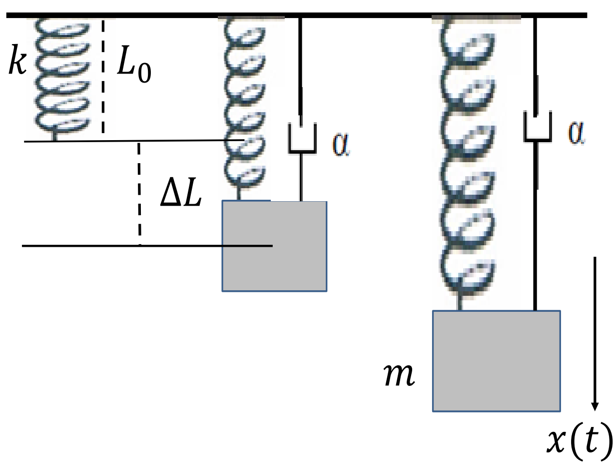
في هذه الدراسة سوف نعتبر هذه القوى لكن في حدود الحالة البسيطة أين يكون الضياع في الطاقة بسبب الاحتكاك اللزج.

## 2.3 الهزاز المتخامد

يعرف الهزاز المتخامد بتلك الاهتزازات الناتجة عن إزاحة الجملة الميكانيكية عن وضع اتزانها عندما تخضع لقوة احتكاك لزج، ويتناسب مقدار هذه القوة المقاومة للحركة طرديا مع السرعة وتزداد قيمتها بازدياد لزوجة المائع وكثافته.
ويتم تمثيل قوة التخامد كدالة للسرعة $\boxed{\vec{f_d} = -\alpha\vec{v}}$.
حيث : $\alpha$ معامل الاحتكاك اللزوجي وحدته $(Ns.m^{-1})$ وللتبسيط نعتبر $\alpha$ ثابت، و $v$ السرعة.

## 3.3 معادلة الحركة للهزاز المتخامد

سنستخدم طريقة نيوتن لايجاد المعادلة المميزة لحركة الهزاز المتخامد.
نعتبر نظام ميكانيكي مكون من كتلة $m$ معلقة بنابض ثابت مرونته $k$ طوله الابتدائي $L_0$ و استطالة $\Delta L$ النابض تحت تاثير وزن الكتلة، ومخمد معامل احتكاكه $\alpha$.




شكل 1.3: هزاز مروني متخامد

## في حالة السكون

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0 \tag{1.3}$$

$$mg - k\Delta L = 0$$
$$mg = k\Delta L \tag{2.3}$$

## في حالة الحركة

$$\vec{F}_4 = \vec{f}_d = -\alpha\vec{v} \qquad \sum \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = m\vec{a} \tag{3.3}$$

$$mg - k(\Delta L + x) + f_d = m\ddot{x}$$
$$\underbrace{(mg - k\Delta L)}_{=0} - kx - \alpha v = m\ddot{x}$$
$$-kx - \alpha\dot{x} = m\ddot{x}$$
$$m\ddot{x} + \alpha\dot{x} + kx = 0$$
$$\ddot{x} + \frac{\alpha}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0 \tag{4.3}$$

من أجل الاحداثيات المعممة تصبح المعادلة (4.3) كالتالي:

$$\ddot{q} + 2\lambda\dot{q} + \omega_0^2 q = 0 \tag{5.3}$$

اذا المعادلة (4.3) هي معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية توافق المعادلة المعممة (5.3).
وبمطابقة المعادلتين (4.3) و (5.3) نجد:

$$\boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}}$$

و

$$\boxed{\lambda = \frac{\alpha}{2m}}$$

حيث: $\omega_0$ هو النبض الطبيعي لحركة الهزاز المتخامد.
$\lambda$ ثابت التخامد.
هناك ثلاثة أنواع من التخامد :

أ ـ **تخامد قوي:** $\omega_0 < \lambda \Leftarrow$ الحركة متخامدة ولا يوجد اهتزازات.

ب ـ **تخامد حرج:** $\omega_0 = \lambda \Leftarrow$ الحركة متخامدة ولا يوجد اهتزازات.

ج ـ **تخامد ضعيف:** $\omega_0 > \lambda \Leftarrow$ وهو نظام شبه دوري حيث أن الاهتزازات تتناقص سعتها مع الزمن.

ويكتب الحل الرياضي للهزاز المتخامد كالتالي:

$$q(t) = Ae^{-\lambda t}\cos(\omega_A t + \varphi) \qquad (6.3)$$

حيث : $\omega_A = \sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}$ هو النبض الشبه دوري.

## 4.3 التناقص اللوغاريتمي

تستعمل هذه الطرية لايجاد مقدار التخامد في النظام الديناميكي وهو اللوغارتيم النيبيري النسبة بين أي سعتين متعاقبتين للاهتزازات المتخامدة. نأخذ الحل الرياضي للهزاز المتخامد (6.3)، وعليه يكون التناقص اللوغاريتمي لقيمتين متتاليتين يفصلهما الزمن الدوري $T_A$ للاهتزازة هو:

$$\delta = \ln\frac{q(t_1)}{q(t_2)} = \ln\frac{Ae^{-\lambda t_1}\cos(\omega_A t_1 + \varphi)}{Ae^{-\lambda t_2}\cos(\omega_A t_2 + \varphi)} \qquad (7.3)$$

بما أن : $t_2 = t_1 + T_A$ فإن:

$$\cos(\omega_A t_2 + \varphi) = \cos(\omega_A(t_1 + T_A) + \varphi) = \cos(\omega_A t_1 + \varphi)$$

ومنه

$$\begin{aligned}\delta = \ln\frac{q(t_1)}{q(t_2)} &= \ln\frac{Ae^{-\lambda t_1}\cancel{\cos(\omega_A t_1+\varphi)}}{Ae^{-\lambda t_2}\cancel{\cos(\omega_A t_2+\varphi)}}\\ &= \ln\frac{Ae^{-\lambda t_1}}{Ae^{-\lambda t_2}}\\ &= \ln Ae^{\lambda(t_2-t_1)}\\ &= \ln Ae^{\lambda T_A} \qquad (8.3)\end{aligned}$$

اذا التناقص اللوغاريتمي يعطى بالعلاقة $\boxed{\delta = \ln Ae^{\lambda T_A}}$، حيث $T_A$ في هذه الحالة يسمى بالزمن الشبه دوري.

# الفصل 4
# الهزاز القسري

## 1.4 مقدمة

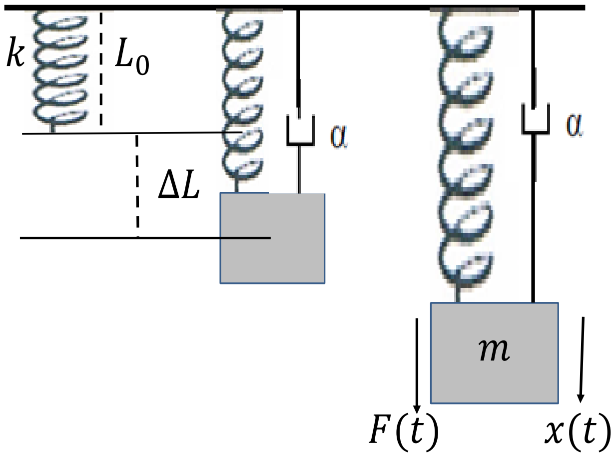
إن تخامد الحركات الاهتزازية يعود بالأصل الى ضياع في الطاقة الميكانيكية، ولتعويض هذا الضياع في الطاقة وللمحافظة على اهتزازية الحركة سنكون بحاجة الى مصدر للطاقة من خلال قوة خارجية، لذا فإننا سنؤثر على أي جملة ما متخامدة بقوة خارجية تكون في نفس اتجاه الحركة، مثل ما يوجد في أغلب الآلات الدورية للحركة في المضخات ...إلخ.

## 2.4 معادلة الحركة للهزاز القسري

نأخذ كمثال النواس المروني المكون من كتلة ـ نابض ومخمد كما هو موضح في الشكل أدناه، إذا أثرت قوة خارجية دورية توافقية $F_{ext}$ على هذا النظام الميكانيكي من الاشكال التالية :

$$\begin{cases} F_{ext} = f_0 e^{i\omega t} \\ F_{ext} = f_0 \cos i\omega t \\ F_{ext} = f_0 \cos i\omega t \end{cases}$$

حيث: $f_0$ سعة الاثارة وحدتها $N$.
$\omega$ نبض الاثارة .




شكل 1.4: هزاز قسري

بالاعتماد على المعادلة (4.3) في الفصل السابق (3) نجد المعادلة الخاصة بالنظام الميكانيكي المدروس:

$$\ddot{x}+\frac{\alpha}{m}\dot{x}+\frac{k}{m}x=\frac{F_{ext}}{m}$$
$$\ddot{x}+\frac{\alpha}{m}\dot{x}+\frac{k}{m}x=\frac{f_0}{m}e^{i\omega t} \tag{1.4}$$

من أجل الاحداثيات المعممة تصبح المعادلة (1.4) كالتالي:

$$\ddot{q}+2\lambda\dot{q}+\omega_0^2 q=\frac{f_0}{m}e^{i\omega t} \tag{2.4}$$

المعادلة (2.4) هي معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية ذات معاملات ثابتة وذات طرف ثابت.

## 3.4 الحل الرياضي للمعادلة التفاضلية للهزاز القسري

إن حل المعادلة (2.4) يأخذ الشكل التالي:

$$q(t) = q_h(t) + q_p(t)$$

حيث أن $q_h(t)$ هو الحل العام للمعادلة (2.4) المتجانسة أي:

$$\ddot{q_h} + 2\lambda\dot{q_h} + \omega_0^2 q_h = 0 \qquad (3.4)$$

وفي أغلب الحالات يظهر بأن حل المعادلة (3.4) هو الحل المعرف في الفصل السابق (3) من أجل التخامد الضعيف $\lambda < \omega_0$ .
ومنه الحل الرياضي يعطى بـ :

$$q_h(t) = Ae^{-\lambda t}\cos(\omega_A t + \varphi)$$

و $\omega_A = \sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}$ هو النبض الشبه دوري.
أما $q_p(t)$ هو الحل الخاص للمعادلة (2.4) غير المتجانسة:

$$\ddot{q_p} + 2\lambda\dot{q_p} + \omega_0^2 q_p = \frac{f_0}{m}e^{i\omega t} \qquad (4.4)$$

وحلها الرياضي يأخذ الشكل التالي:

$$q_p(t) = Ae^{i(\omega t+\varphi)}$$

حيث $A$ هي السعة في حالة الاهتزازات القسرية وتتعلق بـ النبض $\omega$.
تكتب على الشكل التالي:

$$\begin{aligned} A(\omega) &= \frac{f_0/m}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + 4\lambda^2\omega^2}} \\ &= \frac{A_0}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + 4\lambda^2\omega^2}} \qquad (5.4) \end{aligned}$$

حيث : $f_0/m = A_0$ .
و طور الحركة يكتب على الشكل التالي:

$$\varphi = \arctan\left[\frac{-2\lambda\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}\right] \qquad (6.4)$$

بتعويض كل من المعادلتين (5.4) و (6.4) في العبارة (3.4) يكتب الحل الخاص كالتالي:

$$q_p(t) = \frac{A_0}{\sqrt{\left(\omega_0^2-\omega^2\right)^2+4\lambda^2\omega^2}}\, e^{i\left(\omega t+\arctan\left[\frac{-2\lambda\omega}{\omega_0^2-\omega^2}\right]\right)}$$

إن الحل $q(t)$ يتكون من جزئين فالحل $q_h(t)$ يمثل الاهتزازات الحرة المتخامدة أين تكون السعة متناقصة مع الزمن، في حين الحل $q_p(t)$ يمثل الاهتزازات الدائمة أو القسرية والتي تهتز بنبض $\omega$ و بسعة لا تتغير مع الزمن رغم وجود التخامد.

## 4.4 ظاهرة التجاوب (الرنين)

يهتز الهزاز بتواتره الطبيعي $\omega_0$ إذا أثرنا عليه بقوة خارجية سيهتز بتواتر $\omega$، فإذا اقتربت $\omega$ من $\omega_0$ نلاحظ أن فالهزاز لا يتجاوب في هذه الحالة تسمى هذه الظاهرة بظاهرة التجاوب أو الرنين.

**أمثلة توضيحية:**

- لما تقطع فصيلة من الجنود جسرا حيث أن الجسر هو نظام ميكانيكي له مجموعة من تواترات طبيعية $\omega_0$، فإذا مشى الجنود أي أثرت قوة خارجية على هذا الجسر بتواترات $\omega$، في حالة يتسلوى تواتر حركة الجنود مع أحد التواترات الطبيعية للجسر يحدث تجاوب (رنين) يؤدي الى انكساره بشدة.

ـ إن العديد من محطات الراديو وهي نظام كهربائي ترسل موجات لها ترددات مختلفة لا يفلح في الدخول منها إلا التي أبدت نفس تواتر الموجة، فإذا كان التواتر أكبر أو أقل من التواتر نقول أن المحطة بها ضجيج.

## 5.4 التماثل الكهروميكانيكي

| نظام ميكانيكي | نظام كهربائي |
|---|---|
| الكتلة $m$ | الوشيعة $L$ |
| نابض $k$ | مكثفة $\frac{1}{c}$ |
| مخمد $\alpha$ | مقاومة $R$ |
| الازاحة $x$ | الشحنة $q$ |
| الطاقة الحركية $T = \frac{1}{2}m\dot{x}^2$ | طاقة الوشيعة $\frac{1}{2}L\dot{q}^2$ |
| الطاقة الكامنة $U = \frac{1}{2}kx^2$ | طاقة المكثفة $U = \frac{1}{2}\frac{1}{c}q^2$ |
| السرعة $v$ | التيار $i$ |
| القوة $F$ | التوتر $V$ |
| قوانين نيوتن $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ | قوانين كيرشوف $\sum V_i = 0$ |
| قانون مجموع العزوم $\sum \mu = J\ddot{\theta}$ | قانون العقد |

# الفصل 5

# طريقة لاغرانج وأنظمة ذو درجتي حرية