



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي  
جامعة الشهيد حمه لخضر الوادي  
كلية التكنولوجيا  
قسم هندسة الطرائق والصناعات البتر وكيميائية  
امتحان السادس الثاني - الدورة العادية



Module : Analyse Numérique /Spécialité : 1M GCH  
Mar 08 Juin (10:30 - 11:30) Année universitaire : 2020/2021

الاسم واللقب: ..... :Matricule..... :Groupe .

تحسب أعلى نقطة بين المسألة الاولى والثانية كعلامة مراقبة مستمرة والمسالتين معا كنقطة امتحان

Problème 01 :

Exo 01 : Donner le classement de l'équation suivante (01 points)

Equation	Classement
$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 4 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial u}{\partial x} - 2 \frac{\partial u}{\partial y} = 0$	$A = 1, B = 0 \text{ et } C = 4 ; \Delta = (0)^2 - 4(1)(4) = -16 < 0$ Elliptique <span style="border: 1px solid red; padding: 2px;">01 pts</span>

Problème 02 :

Exo 01 : Donner le classement de l'équation suivante (01 points)

Equation	Classement
$\frac{\partial^2 x}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 y}{\partial y^2} + 3 \frac{\partial x}{\partial x} + 4 \frac{\partial y}{\partial y} = 0$	$A = 1, B = 0 \text{ and } C = (-1) ; \Delta = (0)^2 - 4(1)(-1) = 4 > 0$ hyperbolique <span style="border: 1px solid red; padding: 2px;">01 pts</span>

Exo 02 : (04 points)

Une plaque mince est soumise aux températures de frontières comme l'indique la figure.

Sachant que le problème est régi par l'équation de Laplace, prendre un maillage uniforme pour  $\Delta x = \Delta y$ .

Ecrire la forme matricielle pour trouver la température dans les nœuds intérieurs.

Le maillage	Système d'équations	La matrice
	$4T_1 - T_2 - T_3 = 10$ $-T_1 + 4T_2 - T_4 = 110$ $-T_1 + 4T_3 - T_4 = 0$ $-T_2 - T_3 + 4T_4 = 100$	$\begin{bmatrix} 4 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 110 \\ 0 \\ 100 \end{bmatrix}$

Exo 02 : (04 points)

Une plaque mince est soumise aux températures de frontières comme l'indique la figure.

Sachant que le problème est régi par l'équation de Laplace, prendre un maillage uniforme pour  $\Delta x = \Delta y$ .

Ecrire la forme matricielle pour trouver la température dans les nœuds intérieurs.

Le maillage	Système d'équations	La matrice
	$+4T_1 - T_2 - T_3 = 100$ $-T_1 + 4T_2 - T_4 = 110$ $-T_1 + 4T_3 - T_4 = 0$ $-T_2 - T_3 + 4T_4 = 10$	$\begin{bmatrix} 4 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 \\ 110 \\ 0 \\ 10 \end{bmatrix}$

Exo 02 : (05 points)

Une plaque mince est soumise aux températures de frontières comme l'indique la figure. Sachant que le problème est régi par l'équation de Laplace, prendre un maillage uniforme pour  $\Delta x = \Delta y = 1$ . Ecrire la forme matricielle pour trouver la température dans les nœuds intérieurs.

Le maillage	Système d'équations	La matrice
	$4T_1 - T_2 - T_3 = 110$ $-T_1 + 4T_2 - T_4 = 100$ $-2T_1 + 4T_3 - T_4 = 30$ $-2T_2 - T_3 + 4T_4 = 20$ $T_5 - T_1 = 20 \Rightarrow T_5 = 20 + T_1$ $T_6 - T_2 = 20 \Rightarrow T_6 = 20 + T_2$	$\begin{bmatrix} 4 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & 0 & -1 \\ -2 & 0 & 4 & -1 \\ 0 & -2 & -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 110 \\ 100 \\ 30 \\ 20 \end{bmatrix}$

0,5 pt (for grid), 0,5 pt (for equations), 0,5 pt (for matrix), 0,5 pt (for boundary conditions), 0,5 pt (for final result).

Exo 02 : (05 points)

Une plaque mince est soumise aux températures de frontières comme l'indique la figure. Sachant que le problème est régi par l'équation de Laplace, prendre un maillage uniforme pour  $\Delta x = \Delta y = 1$ . Ecrire la forme matricielle pour trouver la température dans les nœuds intérieurs.

Le maillage	Système d'équations	La matrice
	$T_1 - T_5 = 20 \Rightarrow T_5 = T_1 - 20$ $T_2 - T_6 = 20 \Rightarrow T_6 = T_2 - 20$ $4T_1 - T_2 - T_3 = 110$ $-T_1 + 4T_2 - T_4 = 100$ $-2T_1 + 4T_3 - T_4 = -10$ $-2T_2 - T_3 + 4T_4 = -20$	$\begin{bmatrix} 4 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & 0 & -1 \\ -2 & 0 & 4 & -1 \\ 0 & -2 & -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 110 \\ 100 \\ -10 \\ -20 \end{bmatrix}$

0,5 pt (for grid), 0,5 pt (for equations), 0,5 pt (for matrix), 0,5 pt (for boundary conditions), 0,5 pt (for final result).

Exo 03 : (04 points)

Soit  $\Omega$  un domaine borné de frontière avec un maillage régulier  $\Delta x = \Delta y = 15$ . On considère le problème de Dirichlet suivant :  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad \forall (x, y) \in \Omega(30 \times 30)$  Et sous les conditions aux limites :

$u(x, 0) = 0; u(x, 30) = (x - 5); u(0, y) = 20; u(30, y) = 10^\circ C$ . En utilisant la MDF, trouver la température dans les nœuds intérieurs.

Le maillage	Système d'équations	La température
	$u = \frac{10 + 20 + 10 + 0}{4}$	$u = 10^\circ C$

0,5 pt (for grid), 0,5 pt (for equations), 0,5 pt (for temperature), 0,5 pt (for boundary conditions).

$x_{11} = (x - 5)$  pour  $x = 15 \quad u = 15 - 5 = 10^\circ C$  0,5 pt

Exo 03 : (04 points)

Soit  $\Omega$  un domaine borné de frontière avec un maillage régulier  $\Delta x = \Delta y = 15$ . On considère le problème de Dirichlet suivant :  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad \forall (x, y) \in \Omega(30 \times 30)$  Et sous les conditions aux limites :

$u(x, 0) = 0; u(x, 30) = (x - 15); u(0, y) = 20; u(30, y) = 0^\circ C$ . En utilisant la MDF, trouver la température dans les nœuds intérieurs.

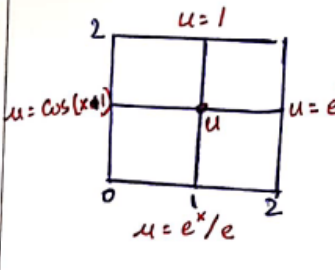
Le maillage	Système d'équations	La température
	$u(x - 15) = 0$ $u = \frac{0 + 20 + 0 + 0}{4}$	$u = 5^\circ C$

Exo 03 : (05 points)

Soit  $\Omega$  un domaine borné de frontière avec un maillage régulier  $\Delta x = \Delta y = 1$ . On considère le problème de Dirichlet suivant :  $\nabla^2 u = 0 \quad \forall (x, y) \in \Omega(2 \times 2)$  Et sous les conditions aux limites :

$$u(x, 0) = e^x/e; u(x, 2) = 1; u(0, y) = \cos(x-1); u(2, y) = e^{(x-1)}$$

En utilisant la MDF, trouver la température dans les nœuds intérieurs.

Le maillage	Système d'équations	La température
	$* u(0, y) = \cos(x-1) \text{ pour } x=0$ $u(0, y) = \cos(-1) = 0,99 \approx 1$ $* u = e^{x-1} \text{ pour } x=2$ $u = e^{2-1} = e = 2,718$ $* u = e^x/e \text{ pour } x=1$ $u = e/e = 1$ $u = 1 + 1 + 1 + 2,718$	$u = 1,429$

4

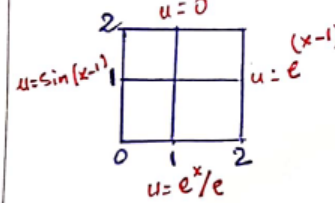
Page 1 of 1

Exo 03 : (05 points)

Soit  $\Omega$  un domaine borné de frontière avec un maillage régulier  $\Delta x = \Delta y = 1$ . On considère le problème de Dirichlet suivant :  $\nabla^2 u = 0 \quad \forall (x, y) \in \Omega(2 \times 2)$  Et sous les conditions aux limites :

$$u(x, 0) = e^x/e; u(x, 2) = 0; u(0, y) = \sin(x-1); u(2, y) = e^{(x-1)}$$

En utilisant la MDF, trouver la température dans les nœuds intérieurs.

Le maillage	Système d'équations	La température
	$u = e^{x-1} \text{ pour } x=2 \Rightarrow u = e$ $u = e^x/e \text{ pour } x=1 \Rightarrow u = 1$ $u = \sin(x-1) \text{ pour } x=0$ $u = \sin(-1) = -0,017$ $u = 2,718 + 1 + 0 - 0,017$	$u = 0,925$

4

$$u = 3,701/4$$

Page 1 of 2