السلسلة الثالثة: المعادلات التفاضليّة

التمرين 01: كامل المعادلات التفاضلية التالية:

1- $y' = xy^2$
2- $y' = \sin(x)\cos(y)$
3*- $y' = y(1+y)$
4- $2yy'\sqrt{x} = \sqrt{y^2-1}$
5- $y' = 2+y^2$
6- $y(1)=1 \qquad 1+xy' = e^y$
7*- $y' = ay - by^2$
8*- $y' = 2x\sqrt{y-1}$
9*- $(x^2-1)y' + 2x + 2xy^2 = 0$
10*- $y'(x^2+x+1) = 1$
11*- $y' = \sin(x)(1+tgy)$
12*- $y'\sqrt{x^2+x+1} = x$

التمرين 02: كامل على مجالات مناسبة المعادلات التفاضلية التالية:

1- $y' = 2y + x$
2- $y' + y = \sin(x)$
3- $y' - y = xe^x$
4*- $y' + 2y = (x-2)^2$
5*- $y' - 2xy = e^x$
6*- $(x^2-1)y' + y + 2xy^2 = 0$
7- $xy' + y = xy^3$
8*- $2xy' + y = \dfrac{2x^2}{y}$
9- $y' - \dfrac{1}{x+1}y = (x+1)^2$

***التمرين 03:** نفس السؤال بالنسبة للتمرين02 :

1- $y' + 2y = x^2$
2- $y' - xy = \cos(x)$
3- $y' + 2xy = 2xe^{-x^2}$
4- $xy' = y$
5- $x^2y' - (x^2-1)y = 0$
6- $x^2y' = xy - y^2$
7- $y' - 2y = x^3$
8- $y' = \dfrac{y^2}{xy+x^2}$
9- $y' + x^2y = x^3e^x y^3$
10- $(x^2+1)y' + 3xy = 6x$
11- $x^2y' + 2xy - x + 1 = 0$
12- $y - xy' = \dfrac{\sqrt{x^2+y^2}+y}{x}$

***التمرين 04:** نعتبر المعادلة التفاضلية التالية:

$$y' - \frac{y}{x} - y^2 = -9x^2 \quad .....(E)$$

1- عيّن العدد الحقيقي الموجب تماما a حتى يكون $y_0(x) = ax$ حلاً خاصا لـ (E).

2- بيّن أنه بوضع $y(x) = y_0(x) - \dfrac{1}{z(x)}$

أ- المعادلة (E) تكافئ المعادلة $z' + \left(6x + \dfrac{1}{x}\right)z = 1 \quad .....(E')$.

ب- كامل المعادلة (E') على المجال $]0;+\infty[$.

ج- استنتج حلول المعادلة (E) .

التمرين 05: حل المعادلات التفاضلية التالية:

1- $y'' + 4y' + 3y = 0$
2- $y'' - 6y' + 9y = 0$
3- $y'' - 2y' + 2y = 0$
4- $y'' = y + x^3 + x^2$
5- $y'' + 2y' + y = e^x$
6- $y'' + 2y' - 8y = 4(3x+5)e^{2x}$
7- $4y'' + 4y' + 5y = (\sin x)e^x$
8- $y'' - \pi^2 y = \cos x$
9- $y'' - 2y' + y = x^3e^x + 2\cos x$

***التمرين 06:** لتكن المعادلة التفاضلية :

$$y'' + 2y' + 4y = xe^x \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (E)$$

1- حل المعادلة المتجانسة المرفقة بـ (E) .

2- أوجد حلا خاصا ثم عيّن كل حلول (E).

3- عيّن الحل الوحيد الذي يحقق الشرطين $y(0) = 1$ و $y(1) = 0$

ملاحظة هامة : التمارين و الحالات المسبوقة بإشارة (*) إضافية ، يُترك حلها للطالب لإعداده لأشكال التقويم المختلفة