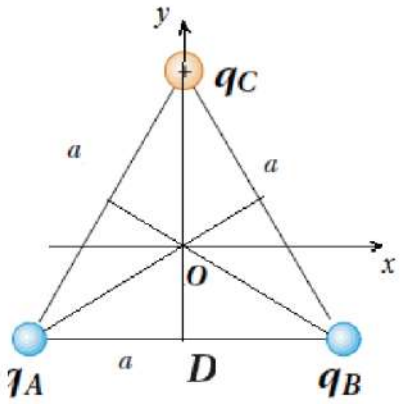
التمرين الخامس:

1/أ/حساب الحقل في النقطة O:

$$\vec{E}(O) = \vec{E}_{AO} + \vec{E}_{BO} + \vec{E}_{CO}$$

نبدأ حساب $\vec{E}_{AO}$:



$$\vec{E}_{AO} = K\frac{q_A}{(AO)^2}\vec{u}_{AO}$$

$$\vec{u}_{AO} = \cos 30^0\vec{i} + \sin 30^0\vec{j} = \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j}.$$

$$AO = \frac{AD}{\cos 30^0} = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{a}{\sqrt{3}}.$$

$$q_A = -10^{-10}C.$$

إذن:

$$\vec{E}_{AO} = K\frac{q_A}{(\frac{a}{\sqrt{3}})^2}(\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j})$$

وبالمثل نحسب $\vec{E}_{BO}$:

$$\vec{E}_{BO} = K\frac{q_B}{(BO)^2}\vec{u}_{BO}$$

$$\vec{u}_{BO} = -\cos 30^0\vec{i} + \sin 30^0\vec{j} = -\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j}.$$

$$BO = AO = \frac{a}{\sqrt{3}}.$$

$$q_B = -10^{-10}C.$$

إذن:

$$\vec{E}_{BO} = K\frac{q_B}{(\frac{a}{\sqrt{3}})^2}(-\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j})$$

كذلك يتم حساب $\vec{E}_{CO}$:

$$\vec{E}_{CO} = K\frac{q_C}{(CO)^2}\vec{u}_{CO}$$

$$\vec{u}_{CO} = -\vec{j}.$$

$$CO = AO = BO = \frac{a}{\sqrt{3}}.$$

$$q_C = 4\times 10^{-10}C.$$

إذن :

$$\vec{E}_{CO} = K\frac{q_C}{(\frac{a}{\sqrt{3}})^2}(-\vec{j})$$

بالجمع نجد:

$$\vec{E}(O) = K\frac{1}{(\frac{a}{\sqrt{3}})^2}[q_A - q_C](\vec{j})$$

تطبيق عددي:

$$\vec{E}(O) = 9\times 10^9\frac{1}{(\frac{3.10^{-2}}{\sqrt{3}})^2}[-10^{-10} - 4.10^{-10}](\vec{j}) = -15\times 10^3(\vec{j}) \quad (N/C)$$

ب/حساب الكمون في النقطة O:

$$\begin{aligned} V(O) &= V_{AO} + V_{BO} + V_{CO} \\ &= K\frac{q_A}{AO} + K\frac{q_B}{BO} + K\frac{q_C}{CO} \\ &= K\frac{q_A}{\frac{a}{\sqrt{3}}} + K\frac{q_B}{\frac{a}{\sqrt{3}}} + K\frac{q_C}{\frac{a}{\sqrt{3}}} \\ &= K\frac{1}{\frac{a}{\sqrt{3}}}[q_A + q_B + q_C] \\ &= 9\times 10^9\frac{1}{3\times 10^{-2}/\sqrt{3}}[-10^{-10} - 10^{-10} + 4\times 10^{-10}] \\ &= 103.92 \quad Volt \end{aligned}$$

2/ الطاقة الكامنة:

$$E_p = q_0 V(O) = 2\times 10^{-10} \times 103.92 = 20.78\times 10^{-9}\, joule$$

القوة:

$$\vec{F} = q_0 \vec{E}(O) = 2\times 10^{-10} \times (-15)\times 10^{3}(\vec{j}) = -3\times 10^{-6}\vec{j}$$

3/العمل اللازم لنقل الشحنة من O إلى D

$$W_{O\to D} = E_p(O) - E_p(D)$$

$$E_p(D) = q_0 V(D)$$

$$\begin{aligned} V(D) &= V_{AD} + V_{BD} + V_{CD} \\ &= K\frac{q_A}{a/2} + K\frac{q_B}{a/2} + K\frac{q_C}{\sqrt{3}a/2} \\ &= K\frac{1}{a/2}[q_A + q_B + \frac{q_C}{\sqrt{3}}] \\ &= 9\times 10^{9}\frac{1}{\frac{3}{2}\times 10^{-2}}[-10^{-10} - 10^{-10} + \frac{4\times 10^{-10}}{\sqrt{3}}] \\ &= 18.56 \quad Volt \end{aligned}$$

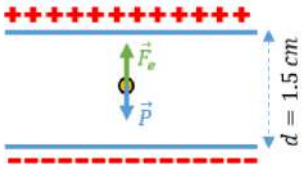
$$E_p(D) = q_0 V(D) = 2\times 10^{-10} \times 18.56 = 37.12\times 10^{-9}\, joule$$

$$W_{O\to D} = E_p(O) - E_p(D) = 20.78\times 10^{-9} - 37.12\times 10^{-9} \approx (-)17\times 10^{-9}\, joule$$

التمرين السادس:

1. تحديد أي الصفيحتين المشحونة إيجابا و المشحونة سلبا:

نعلم أنّه حتى تكون قطرة الزيت في حالة توازن بين الصفيحتين يجب أن يكون مجموع القوى المطبّقة عليها معدوم، و بما أنّه لا توجد إلا قوّتان باعتبارهما الوحيدتان و هما القوّة الكهربائية و قوّة الثقل التي هي طبعا متّجهة نحو الأسفل فحتما إذن سيكون اتّجاه القوّة الكهربائية نحو الأعلى. لدينا كذلك من معطيات التمرين أنّ قطرة الزيت مشحونة سلبا $(q < 0)$ و حسب العلاقة $\vec{F} = q\,\vec{E}$ فإنّه يمكننا أن نستنتج أنّ اتّجاه الحقل الكهربائي هو عكس اتّجاه القوّة الكهربائية، أي أنّ اتّجاه الحقل الكهربائي يكون متجها شاقوليا من الأعلى نحو الأسفل و من هنا نستنتج أنّ الصفيحة العلوية مشحونة إيجابا و الصفيحة السفلية مشحونة سلبا كما هو موضّح في الشكل.



2. حساب شحنة قطرة الزيت:

باعتبار أنّ قطرة الزيت في حالة سكون إذن يكون مجموع القوى المطبّقة عليها معدوم، أي أنّ:

$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$

و باعتبار أنّ القوّة الكهربائية و قوّة الثقل هما الوحيدتان المطبّقتين على قطرة الزيت، يكون:

$$\vec{P} + \vec{F}_e = \vec{0}$$

و منه نجد:

$$m\,\vec{g} + q\,\vec{E} = \vec{0}$$

مع العلم أنّ كلا الحقلين $\vec{g}$ و $\vec{E}$ متّجهين نحو الأسفل، إذن بإسقاط العلاقة الأخيرة على المحور Oz الشّاقولي و المتّجه نحو الأعلى يكون: $-m\,g - q\,E = 0$

أي أنّ: $$q = -\frac{m\,g}{E}$$

و بما أنّ الحقل الكهربائي منتظم بين الصفيحتين إذن يكون $E = \frac{\Delta V}{d}$ حيث ΔV يمثل فرق الكمون بين الصفيحتين و d تمثل المسافة بينهما. بتعويض عبارة E نجد:

$$q = -\frac{m\,g\,d}{\Delta V}$$

كذلك لدينا كتلة قطرة الزيت $m = \rho\,v$ حيث $v = \frac{4}{3}\pi R^3$ يمثل حجم القطرة، إذن بتعويض عبارة m نجد:

$$q = -\frac{4\pi\rho\,g\,d\,R^3}{3\,\Delta V}$$

تطبيق عددي:

$$q = -\frac{4\pi(900)\,(9.8)\,(0.015)\,(2.05\cdot 10^{-6})^3}{3\,(3000)} = -1.6\cdot 10^{-18}C$$

و بمقارنتها بشحنة الإلكترون $e = -1.6\cdot 10^{-19}C$ نجد أنّ: $q = 10\cdot(-1.6\cdot 10^{-19})$

أي أنّ: $$q = 10\,e$$

و منه فإنّ شحنة قطرة الزيت أكبر عشر مرّات من شحنة الإلكترون.