التمرين 8:- ليكن E و F فضاءين شعاعيين نظيميين وليكن $f: E \longrightarrow F$

تطبيق خطي اثبت تكافؤ القضايا التالية

1) f مستمر على E

2) f مستمر على $0 \in E$

3) f محدود على كرة الوحدة المغلقة

4) $\exists M > 0 \quad \forall x \in E \quad \|f(x)\| \leq M\|x\|$

التمرين 9:-

ليكن $E = \mathcal{C}^1([-1,1], \mathbb{R})$ الفضاء الشعاعي المؤلف من التوابع العددية القابلة للاشتقاق باستمرار على $[-1,1]$.

وليكن T التطبيق المعرف كمايلي

$$T: E \longrightarrow \mathbb{R}$$
$$f \longrightarrow T(f) = f'(0)$$

اثبت أن التطبيق T غير مستمر على E.

ارشاد نعتبر التوابع $f_n(x) = \dfrac{x}{1+n^2x}$

التمرين 10:-

ليكن E و F فضاءين شعاعيين وليكن $f: E \longrightarrow F$ تطبيق خطي اثبت أنه اذا كان بعد E منتهيا فإن f مستمراً.

التمرين 11:-

ادرس استمرار التابعين f و g المعرفين على $\mathbb{R}^2$ كمايلي

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2y}{x^2+y^2} & , (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & , (x,y) = (0,0) \end{cases} , \quad g(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3-y^3}{x-y} & , (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

التمرين 12: حساب نهاية التابع h المعرف كمايلي

$h(x,y,z) = \dfrac{xyz}{x+y+z}$ عند $(0,0,0)$.

التمرين 13 (*)

ليكن E و F فضاءين شعاعيين نظيميين و f تطبيق مستمر من E نحو F يحقق

$f(x+y) = f(x) + f(y)$

من اجل x و y من E

اثبت أن f خطي.