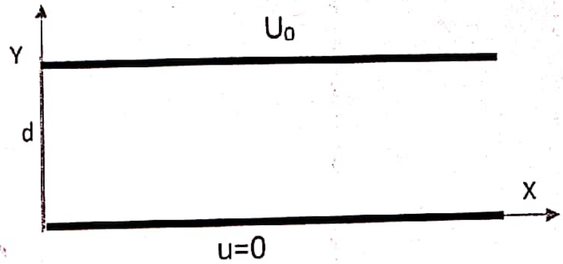
Ratt 2020/2021.	Université Echahid Hamma Lakhdar EL-Oued	الاسم التصحيح
Module : MDF Approfondie	Faculté de technologie	اللقب
	Département de génie mécanique	الفوج

EXO

On considère un Ecoulement d'un fluide newtonien, incompressible, visqueux et permanant entre deux plaques horizontales de longueurs l. La plaque supérieure est animée d'une vitesse constante (U_0) et en considère que la plaque inférieure est fixe. En plus, L'écoulement étant parallèle aux plaques de grandes largeur L dans le plan xoz (plan perpendiculaire à la feuille) et en négligeant les forces de pesanteurs:

1. Ecrire les équations de Navier-Stokes pour un écoulement incompressible et visqueux en coordonnées cartésiennes et définir chacun des termes présents dans ces équations.
2. Simplifier ces équations pour l'écoulement étudié. Justifier toutes vos simplifications.
3. Trouver le profil des vitesses de l'écoulement entre les plaques en fonction de μ, **U0**, **l**, **d** et la perte de charge **ΔP** (avec **ΔP = P(x=0) - P(x=l) > 0**).
4. Exprimer le débit volumique
5. Déterminer la contrainte tangentielle à Y = d
6. Déterminer le Coefficient de pertes de charge
7. Déterminer la Force de traînée sur la plaque



شرح التمرين: ليكن جريان مائع غير قابل للإنضغاط بين صفيحتين متوازيتين عرضها أكبر بكثير من طولها و المسمى ب l. الصفيحة العلوية لها سرعة كما هي موضحة في الشكل أما الصفيحة السفلية نعتبرها غير متحركة. هذا الجريان سببه الإختلاف في الضغط مع العلم أن قوى الجاذبية مهملة.

N°	Réponse (الاجابة باختصار)
1	2pts forme vectorielle compacte de l'equation de N.S = $\frac{D\vec{q}}{Dt} = \vec{f} - \frac{1}{\rho}\,\vec{grad}\,P + \nu\Delta\vec{q}$ ← terme diffusive. $\frac{D\vec{q}}{Dt}$: terme convective ; $\vec{f}$: les force externe ; $\vec{grad}\,P$: gradiant de pression
2	2pts Ecoulement permanant ⇒ $\frac{\partial}{\partial t} = 0$; Ecoulement //(xoz) ⇒ $\begin{cases} \frac{\partial}{\partial z} = 0 \\ v = w = 0 \end{cases}$ Ecoulement Incompressible ⇒ L'equation de Continuité devient ⇒ $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} = 0$ N.S selon x = $\cancel{\frac{\partial u}{\partial t}} + \cancel{u\frac{\partial u}{\partial x}} + \cancel{v\frac{\partial u}{\partial y}} + \cancel{w\frac{\partial u}{\partial z}} = \cancel{f_x} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} + \nu\left(\cancel{\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \cancel{\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}}\right)$ L'equation de N.S devient ⇒ $\nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} = 0$

Scanned with CamScanner

Ratt 2020/2021.	Université Echahid Hamma Lakhdar EL-Oued	الاسم
Module : MDF Approfondie	Faculté de technologie	اللقب
	Département de génie mécanique	الفوج

3pts	3	$\nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} = 0 \Rightarrow \int \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \int \frac{1}{\nu}\frac{\partial p}{\partial x} = \int A$ الشروط الحدية: $y = 0 \Rightarrow u = 0$; $y = d \Rightarrow u = U_0$ $u = \frac{A}{2}y^2 + C_1 y + C_2$ = بعد التكامل نجد وبعد تطبيق الشروط الحدية نتحصل على C_1 et C_2 $C_1 = \frac{U_0}{d} - \frac{A}{2}d$ et $C_2 = 0 \Rightarrow u = \frac{A}{2}[y^2 - dy] + \frac{U_0 y}{d}$
2pts	4	$Q_v = L\int_0^d u\,dy = L\int_0^d \left[\frac{A}{2}[y^2 - dy] + \frac{U_0 y}{d}\right]dy =$ $= L\left[\frac{A}{2}\left[\frac{y^3}{3} - \frac{d y^2}{2}\right] + \frac{U_0 y^2}{2d}\right]_0^d = L\left[-\frac{Ad^3}{12} + \frac{U_0 d}{2}\right]$
3pts	5	$\tau\big\|_{y=d} = \mu \frac{\partial u}{\partial y}\Big\|_{y=d} = \mu\left[\frac{A}{2}[2y - d] + \frac{U_0}{d}\right]_{y=d}$ ($y = d$ نقوم بتعويض) $\tau\big\|_{y=d} = \mu\left[\frac{Ad}{2} + \frac{U_0}{d}\right]$;
3pts	6	$\Delta P = \frac{1}{2}\lambda \bar{U}^2 \rho \frac{l}{D_H} \Rightarrow \lambda = \frac{2\Delta P D_H}{\rho l \cdot \bar{U}^2}$ * $D_H = \frac{4S}{P} = \frac{4 \cdot d \cdot L}{2(d+L)} = \frac{2d \cdot L}{d+L}$ * $Q_v = \bar{U} S \Rightarrow \bar{U} = \frac{Q_v}{S} = \frac{L\left[-\frac{Ad^3}{12} + \frac{U_0 d}{2}\right]}{L \cdot d} \Rightarrow \bar{U} = -\frac{Ad^2}{12} + \frac{U_0}{2}$
2pts	7	$F = \tau \cdot S = \mu \cdot \frac{\partial u}{\partial y} \cdot S = \mu\left[\frac{A}{2}[2y - d] + \frac{U_0}{d}\right] \cdot L \cdot d$ sur la plaque inférieure ($y = 0$) $\Rightarrow F_{y=0} = \mu \cdot L \cdot d\left[-\frac{Ad}{2} + \frac{U_0}{d}\right]$ sur la plaque supérieure ($y = d$) $\Rightarrow F_{y=d} = \mu \cdot L \cdot d\left[\frac{Ad}{2} + \frac{U_0}{d}\right]$

Scanned with CamScanner