

NOTES DE COURS DE

TRANSFERT DE CHALEUR ET DE MASSE

I. Introduction

Le **transfert de chaleur** est l'**énergie thermique** en transit en raison d'une différence spatiale de température. La deuxième loi de la thermodynamique nous dit que la chaleur est naturellement transférée d'un corps à haute température à un corps à basse température. Le transfert de chaleur a trois modes ou mécanismes: la conduction, la convection et le rayonnement.

L'**énergie thermique** implique des mouvements tels que la rotation, la translation et la vibration des molécules. La **température** mesure l'énergie cinétique moyenne des molécules. Les molécules d'un objet plus chaud ont une énergie cinétique supérieure à celle des molécules d'un objet plus froid. Lorsqu'un objet chaud entre en contact avec un objet froid, les molécules de l'objet chaud transfèrent une partie de leur énergie cinétique lors de collisions avec des molécules de l'objet froid. Ce transfert d'énergie cinétique des molécules est le mécanisme de transfert de chaleur par conduction et convection. La **conduction** a généralement lieu dans un solide.

Par exemple, lorsque nous touchons une cuillère en métal dans un café chaud, nous ressentons la chaleur. Cela est dû à la conduction dans la cuillère. La **convection** se produit à la surface d'un objet avec un fluide en mouvement. Comme autre exemple, pensez à la peau nue, qui subit généralement une perte de chaleur dans l'air ambiant par transfert de chaleur par convection.

Supposons que la température de surface de notre peau soit supérieure à celle de l'air ambiant. Ensuite, l'air adjacent à la peau se réchauffe, devient plus léger en densité et s'élève pour induire un écoulement près de la peau. C'est le mécanisme de la **convection libre**. Si notre peau est exposée au vent, le mécanisme du transfert de chaleur est appelé **convection forcée**. Le **rayonnement**, ou **radiation thermique**, est quelque peu différent de la conduction et de la convection. Le rayonnement est l'énergie émise par la matière qui est à une température non nulle. Ce sont les **ondes électromagnétiques** (ou **photons**) qui se propagent efficacement même dans le vide. Le rayonnement est généré lorsque le mouvement des particules chargées (les molécules et les atomes peuvent être facilement chargés ou ionisés lorsqu'ils perdent des électrons) est converti en ondes électromagnétiques. Par exemple, pourquoi ressentons-nous la froideur de l'extérieur en hiver alors que nous sommes dans une pièce où la température de l'air reste constante tout au long de l'année? Parce que la température du mur est plus basse en hiver en raison de la conduction. Notre corps interagit non seulement par convection avec l'air mais aussi par échange de rayonnement avec les parois. Par conséquent, nous perdons plus de chaleur en hiver qu'en été et nous nous sentons plus froids. Notez que le transfert de chaleur a toujours une direction et une grandeur comme un vecteur, ce qui est très important dans les calculs d'ingénierie.

La **conduction** se produit lorsque l'énergie est transportée d'une substance à l'autre. La **loi de Fourier de la conduction thermique** peut être exprimée comme

$$\dot{Q}_x = -\lambda A \frac{dT}{dx} \quad (I.1)$$

où q_x est le transfert de chaleur dans la direction x , λ la **conductivité thermique** (W/mK), A la surface de transfert de chaleur (m^2) et dT/dx le gradient de température. Le signe moins prend le flux de chaleur positif où le gradient de température est mathématiquement négatif par rapport à la coordonnée x .

La **convection** se produit lorsque l'énergie est transportée par le mouvement du fluide. Bien que le transfert de chaleur convectif semble compliqué en raison du mouvement complexe du fluide, le comportement résultant peut-être exprimé de manière simple.

$$\dot{Q} = h A (T_s - T_\infty) \quad (I.2)$$

où h est le **coefficient de transfert de chaleur par convection** (W/m^2K), A la surface de transfert de chaleur (m^2), T_s la température de surface et T_∞ la température du fluide. Cette équation est connue sous le nom de **loi de convection de Newton**. On note que la convention de signe est telle que le transfert de chaleur est positif lorsque la chaleur s'écoule de la surface vers le fluide.

Le **rayonnement** est l'énergie émise par la matière sous la forme d'ondes électromagnétiques. Par conséquent, le rayonnement entre deux objets échange leurs énergies. Un des problèmes typiques du rayonnement est l'objet relativement petit dans un grand **environnement**. Dans ce cas, l'échange de chaleur par rayonnement peut être exprimé comme

$$\dot{Q} = A\varepsilon\sigma (T_s^4 - T_{surr}^4) \quad (I.3)$$

où A est la surface de transfert de chaleur (m^2), ε l'émissivité, σ la constante de Stefan-Boltzmann ($\sigma = 5.67 \times 10^{-8} W/m^2K^4$), T_s la température absolue (K) de la surface, et T_{surr} la température absolue (K) de l'environnement (l'entourage).

II. Conduction

On considère la conduction unidimensionnelle en régime permanent dans un mur plan où les surfaces intérieure et extérieure sont en contact avec de l'air, comme illustré sur la **Figure 1(a)**. Le rayonnement est négligé. Le système comprend trois composants: la convection interne, la conduction et la convection externe. On note que le transfert de chaleur dans chaque composant doit être le même.

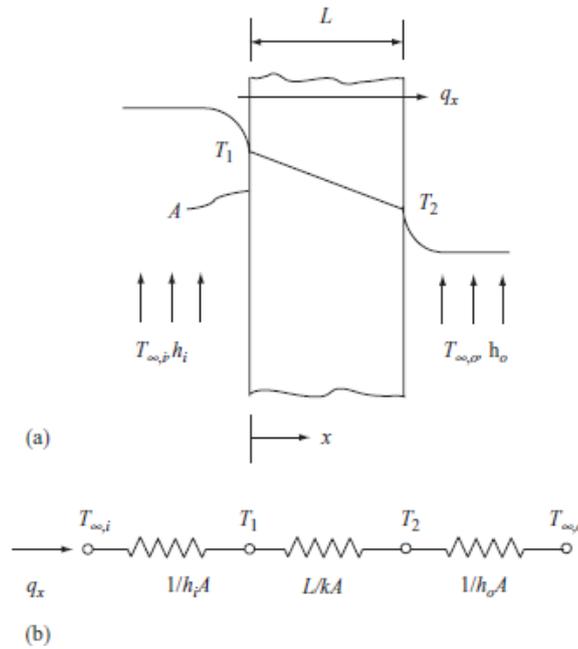


Figure 1. Transfert de chaleur à travers un mur plan: **(a)** Répartition de la température, **(b)** Le circuit thermique.

Le transfert de chaleur par convection vers le mur plan est exprimé en considérant la convention de signe discutée précédemment.

$$\dot{Q} = h_i A (T_{\infty,i} - T_1) = \frac{T_{\infty,i} - T_1}{1/h_i A} = \frac{T_{\infty,i} - T_1}{R_{conv,i}} \quad (\text{II.1})$$

où $R_{conv,i}$ est la **résistance thermique de convection** définie comme $\Delta T / \dot{Q}$. La résistance de convection dans le composant de convection interne $R_{conv,i}$ peut être exprimée comme

$$R_{conv,i} = \frac{1}{h_i A} \quad (\text{II.2})$$

Le concept de la résistance thermique est similaire à celle de la résistance électrique et est largement utilisé dans la conception thermique. Considérons maintenant la conduction dans le mur plan. Le transfert de chaleur par conduction pour des conditions d'état stationnaire et unidimensionnel est exprimé par

$$\dot{Q} = -\lambda A \frac{dT}{dx} = -\lambda A \frac{T_2 - T_1}{L} = \frac{T_1 - T_2}{L/\lambda A} = \frac{T_1 - T_2}{R_{cond}} \quad (\text{II.3})$$

La résistance de conduction dans le mur est

$$R_{cond} = \frac{L}{\lambda A} \quad (\text{II.4})$$

Le transfert de chaleur par convection sortant du mur est

$$\dot{Q} = h_o A (T_2 - T_{\infty,o}) = \frac{T_2 - T_{\infty,o}}{1/h_o A} = \frac{T_2 - T_{\infty,o}}{R_{conv,o}} \quad (\text{II.5})$$

La résistance de convection dans le composant extérieur est

$$R_{conv,o} = \frac{1}{h_o A} \quad (\text{II.6})$$

Puisque le système est composé de trois composants en série, le circuit thermique peut être construit, ce qui est illustré sur la **Figure 1(b)**. La **résistance thermique totale** sera la somme des trois composants.

$$R_{total} = \frac{1}{h_i A} + \frac{L}{\lambda A} + \frac{1}{h_o A} = \frac{\Delta T}{\dot{Q}} \quad (\text{II.7})$$

Maintenant, le transfert de chaleur à travers le mur peut être exprimé en utilisant la résistance thermique totale comme,

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty,i} - T_{\infty,o}}{\frac{1}{h_i A} + \frac{L}{\lambda A} + \frac{1}{h_o A}} = \frac{T_{\infty,i} - T_{\infty,o}}{R_{total}} \quad (\text{II.8})$$

Notons que le calcul du transfert de chaleur à travers le mur ne nécessite pas les températures de surface intérieure et extérieure du mur. Un coefficient de transfert thermique global est défini dans l'équation suivante comme

$$\dot{Q} = UA \Delta T = \frac{\Delta T}{1/UA} \quad (\text{II.9})$$

Le coefficient du transfert thermique global U est exprimé par

$$U = \frac{1}{R_{total}A} \quad (\text{II.10})$$

Parfois, la valeur UA est l'inverse de la résistance thermique totale utilisée dans la conception de l'échangeur de chaleur.

$$UA = \frac{1}{R_{total}} \quad (\text{II.11})$$

On considère un tube épais, où les surfaces intérieure et extérieure subissent les écoulements illustrés à la **Figure 1.7(a)**, on trouve une expression pour le transfert de chaleur de la même manière que le mur plan.

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty,i} - T_{\infty,o}}{\frac{1}{h_i(2\pi r_i L)} + \frac{\ln(r_o/r_i)}{2\pi\lambda L} + \frac{1}{h_o(2\pi r_o L)}} = \frac{T_{\infty,i} - T_{\infty,o}}{R_{total}} \quad (\text{II.12})$$

Notons que la distribution de température dans le tube n'est plus linéaire comme pour celle du mur plan car la zone de transfert thermique A augmente avec l'augmentation de la coordonnée cylindrique r .

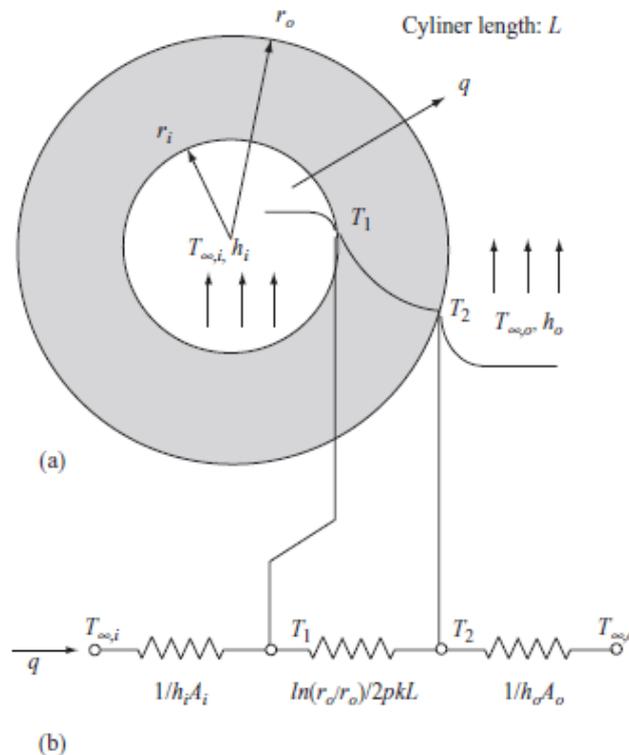


Figure 2. Transfert de chaleur à travers un cylindre: **(a)** Répartition de la température, **(b)** Circuit thermique équivalent.

III. Convection

La convection implique non seulement la chaleur, mais aussi l'écoulement du fluide. Par conséquent, les équations d'énergie combinées aux équations de Navier-Stokes devraient être utilisées pour résoudre le problème de convection. Les **équations de Navier-Stokes** qui sont composées de la conservation de la masse et de la conservation de la quantité de mouvement sont les équations fondamentales régissant l'écoulement des fluides. Ces équations ont été formulées au début du XIX^e siècle, une des plus grandes percées dans le domaine des mathématiques appliquées. Cependant, il est très difficile de résoudre les équations. Un écoulement parallèle sur une plaque plane (simple mais fondamental) a été résolu par Prandtl en 1904 et Blasius en 1908. Sur la base de ces solutions, des paramètres essentiels et des corrélations semi-empiriques ont pu être fournis pour d'autres cas, qui sont très utile en conception thermique et présenté ici.

III.1 Écoulement parallèle sur une plaque isotherme

L'écoulement parallèle sur une plaque plane isotherme est illustré sur la **Figure 3(a)**. Supposons qu'un **écoulement laminaire** uniforme entre par la gauche. La **couche limite** se développe physiquement sur la plaque à partir du bord d'attaque en raison de la contrainte de cisaillement (ou frottement), en commençant par une couche limite laminaire et à un point critique se transformant en couche limite turbulente comme illustré. L'épaisseur de la couche limite de vitesse $\delta(x)$ est déterminée par la vitesse, la distance et les propriétés du fluide. Un nombre non dimensionnel par rapport à la distance x le long de la plaque est le **nombre de Reynolds** Re , défini comme

$$Re_x = \frac{\rho U_\infty x}{\mu} = \frac{U_\infty x}{\nu} \quad (III.1)$$

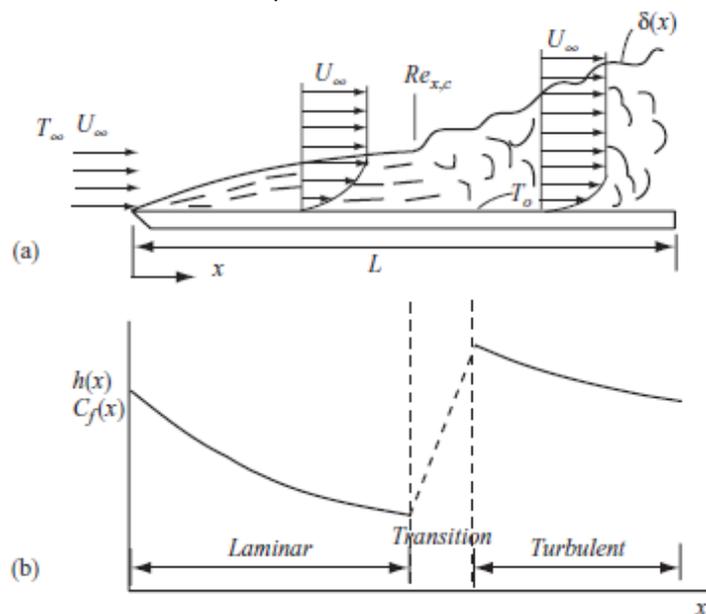


Figure 3. Écoulement parallèle sur une plaque plane: **(a)** Développement de la couche limite de vitesse, **(b)** Coefficient de transfert de chaleur $h(x)$ et coefficient de frottement $C_f(x)$.

En termes de longueur L ,

$$Re_L = \frac{\rho U_\infty L}{\mu} = \frac{U_\infty L}{\nu} \quad (III.2)$$

où U_∞ est la vitesse uniforme entrante, ρ la densité (masse volumique) du fluide, μ la viscosité dynamique et L la distance du bord d'attaque. La signification du nombre de

Reynolds est la force d'inertie sur la force visqueuse, qui peut également être interprétée comme une vitesse sans dimension. À un point critique, le régime d'écoulement passe d'un écoulement laminaire à un écoulement turbulent. Le **nombre de Reynolds critique** pour une surface lisse a été obtenu par des mesures, qui est

$$Re_{x,c} = 5 \times 10^5 \quad (\text{III.3})$$

En ce qui concerne l'épaisseur de la couche limite de vitesse, l'**épaisseur de la couche limite thermique** $\delta_t(x)$ se forme d'une manière similaire. Le nombre sans dimension (ou propriété) le plus important pour la couche limite thermique est le **nombre de Prandtl** Pr qui est défini comme

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu c_p}{\lambda} \quad (\text{III.4})$$

où α est la diffusivité thermique, μ la viscosité dynamique, c_p la chaleur spécifique à pression constante et λ la conductivité thermique du fluide.

L'analyse de la couche limite thermique suggère un paramètre sans dimension appelé le **nombre de Nusselt** Nu_L :

$$Nu_L = \frac{hL}{\lambda} \quad (\text{III.5})$$

Le nombre de Nusselt est égal au gradient de température sans dimension à la surface ou peut être interprété comme un coefficient de transfert de chaleur par convection adimensionnel.

Il y a trois aspects importants de l'écoulement convectif sur une plaque plane. Le premier aspect est que l'épaisseur de la couche limite de vitesse est typiquement très mince (de l'ordre du millimètre) et que l'écoulement au-delà de la couche limite se comporte comme un écoulement non visqueux. La vitesse adjacente à la surface à l'intérieur de la couche limite provoque une contrainte de cisaillement ou une force de frottement sur la plaque. C'est une raison pour laquelle l'écoulement potentiel (écoulement non-visqueux) est toujours un outil puissant dans la conception technique. Le deuxième aspect est que la transition vers un **écoulement turbulent** à partir d'un **écoulement laminaire** est un phénomène physique très courant (par exemple, la fumée de cigarette qui monte devenant turbulente ou la turbulence de la fumée du navire sur la mer - la turbulence est due à la distance infinie du bord d'attaque). Si nous mesurons le profil de vitesse dans la région turbulente, nous constatons que la vitesse globale est assez uniforme même dans la couche limite comme indiqué, bien que des tourbillons microscopiques prédominent tout autour. La turbulence augmente finalement le **coefficient de frottement** $C_{f,x}$ dans une certaine mesure, comme le montre la **Figure 3(b)**. Cette uniformité de la vitesse dans la couche limite rend possible la modélisation de l'écoulement turbulent. Le dernier aspect est que la turbulence entraîne une augmentation significative du transfert de chaleur par convection, comme le montre la **Figure 3(b)**. C'est un point important pour l'ingénierie thermique. Par exemple, un écoulement turbulent pourrait être une option pour l'amélioration du transfert de chaleur.

Écoulement laminaire ($Re_L \leq 5 \times 10^5$) Les solutions analytiques de Prandtl et Blasius ont fourni les corrélations suivantes pour l'écoulement laminaire et également la base des corrélations pour l'écoulement turbulent. Le coefficient de frottement local $C_{f,x}$ est

$$C_{f,x} = \frac{\tau_x}{\rho U_\infty^2 / 2} = 0.664 Re_x^{-1/2} \quad (\text{III.6})$$

Le coefficient de frottement moyen est

$$\bar{C}_f = \frac{\bar{\tau}}{\rho U_\infty^2 / 2} = 1.328 Re_L^{-1/2} \quad (\text{III.7})$$

Le nombre de Nusselt local est

$$Nu_x = \frac{h_x x}{\lambda_f} = 0.332 Re_x^{1/2} Pr^{1/3} \quad Pr \geq 0.6 \quad (\text{III.8})$$

Le nombre moyen de Nusselt est

$$\bar{Nu}_L = \frac{\bar{h}L}{\lambda_f} = 0.664 Re_L^{1/2} Pr^{1/3} \quad Pr \geq 0.6 \quad (\text{III.9})$$

Écoulement turbulent ($Re_x > 5 \times 10^5$) Un écoulement turbulent est très difficile à résoudre analytiquement. Par conséquent, les corrélations suivantes reposent principalement sur l'expérience. Cependant, l'analyse de l'écoulement laminaire a été très utile pour formuler les corrélations de l'écoulement turbulent. Le **coefficient de frottement local** est exprimé par

$$C_{f,x} = \frac{\tau_x}{\rho U_\infty^2 / 2} = 0.0592 Re_x^{-1/5} \quad 5 \times 10^5 \leq Re_x \leq 10^8 \quad (\text{III.10})$$

Le **coefficient de frottement moyen** est

$$\bar{C}_f = \frac{\bar{\tau}}{\rho U_\infty^2 / 2} = 0.074 Re_L^{-1/5} \quad 5 \times 10^5 \leq Re_x \leq 10^8 \quad (\text{III.11})$$

Le nombre de Nusselt local est

$$Nu_x = \frac{h_x x}{\lambda_f} = 0.0296 Re_x^{4/5} Pr^{1/3} \quad 0.6 \leq Pr \leq 60 \text{ et } 5 \times 10^5 \leq Re_x \leq 10^8 \quad (\text{III.12})$$

Le **nombre de Nusselt moyen** pour un coefficient de transfert de chaleur moyen pour un écoulement turbulent

$$\bar{Nu}_L = \frac{\bar{h}L}{\lambda_f} = 0.037 Re_L^{4/5} Pr^{1/3} \quad 0.6 \leq Pr \leq 60 \text{ et } 5 \times 10^5 \leq Re_x \leq 10^8 \quad (\text{III.13})$$

Conditions de la couche limite mixte Si la plaque a des régions où les écoulements laminaire et turbulent contribuent de manière significative au transfert de chaleur sur la plaque, nous pouvons utiliser la corrélation suivante:

$$\bar{Nu}_L = (0.037 Re_L^{4/5} - 871) Pr^{1/3} \quad 0.6 \leq Pr \leq 60 \text{ et } 5 \times 10^5 \leq Re_x \leq 10^8 \quad (\text{III.14})$$

III.2 Cylindre en écoulement transversal

Pour un cylindre circulaire, la longueur caractéristique est le diamètre. Dans ce cas, le **nombre de Reynolds** est défini comme

$$Re_D = \frac{\rho U_\infty D}{\mu} = \frac{U_\infty D}{\nu} \quad (\text{III.15})$$

Un **nombre Nusselt** est proposé par Churchill et Bernstein pour tous les Re_D et Pr comme

$$\bar{Nu}_D = \frac{\bar{h}D}{\lambda_f} = 0.3 + \frac{0.62 Re_D^{1/2} Pr^{1/3}}{[1 + (0.4/Pr)^{2/3}]^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{Re_D}{282000} \right)^{5/8} \right]^{4/5} \quad (\text{III.16})$$

III.3 Écoulement dans les conduits

Considérons l'écoulement laminaire dans un conduit, comme le montre la **Figure 4**, où le fluide pénètre dans le conduit avec une vitesse uniforme. Nous savons que lorsque le fluide entre en contact avec la surface, les effets visqueux deviennent importants et une couche limite se développe lorsque x augmente. Ce développement conduit à une fusion des couches limites au niveau de la ligne centrale. Après cette fusion, le profil de vitesse ne change plus avec l'augmentation de x . On dit que le flux est **complètement (pleinement)**

développé. La distance à partir de l'entrée jusqu'à la fusion est appelée **longueur d'entrée hydrodynamique** $x_{fd,h}$.

Le profil de vitesse complètement développé est parabolique pour l'écoulement laminaire dans un conduit. Pour un écoulement turbulent, le profil est plus aplati en raison du mélange turbulent. Lorsqu'il s'agit d'écoulements internes, il est important d'être conscient de l'étendue de la région d'entrée, qui dépend du fait que l'écoulement est laminaire ou turbulent.

Le nombre de Reynolds pour l'écoulement dans un conduit est défini comme

$$Re_D = \frac{\rho u_m D_h}{\mu} = \frac{u_m D_h}{\nu} \quad (III.17)$$

où u_m est la **vitesse moyenne du fluide** à travers la section transversale du conduit et D_h est le **diamètre hydraulique**. Le diamètre hydraulique est utilisé pour les conduits non circulaires à traiter comme un conduit circulaire et défini comme

$$D_h = \frac{4A_c}{P_{mouillé}} \quad (III.18a)$$

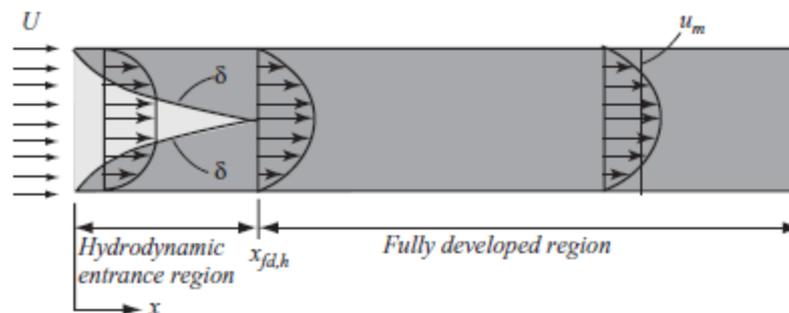


Figure 4. Région d'entrée et région complètement développée d'écoulement laminaire dans un conduit.

où A_c et P_{wet} sont la section transversale d'écoulement et le **périmètre mouillé**, respectivement. Le **diamètre équivalent** utilisé pour les calculs de transfert de chaleur (**nombre de Nusselt**) est défini comme

$$D_e = \frac{4A_c}{P_{chauffé}} \quad (III.18b)$$

où $P_{chauffé}$ est le **périmètre chauffé**. Le nombre de Reynolds critique correspondant au début de la turbulence est

$$Re_{D,c} = 2300 \quad (III.19)$$

Bien que des nombres de Reynolds beaucoup plus grands ($Re_D = 10000$) soient nécessaires pour atteindre des conditions totalement turbulentes. La transition vers la turbulence commencera probablement dans la couche limite en développement de la région d'entrée.

Facteur de frottement dans un écoulement complètement développé L'ingénieur s'intéresse fréquemment à la perte de charge nécessaire pour maintenir un écoulement interne car ce paramètre détermine les besoins en puissance de la pompe ou du ventilateur. Pour déterminer la perte de charge, il est pratique de travailler avec le **facteur de friction**, qui est un paramètre sans dimension.

Le **facteur de friction de Fanning** est défini comme

$$f_{Fanning} = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho u_m^2} \quad (III.20)$$

où τ_w est la contrainte de cisaillement à la paroi et u_m est la vitesse moyenne dans le conduit. Le **facteur de friction de Darcy** est défini comme

$$f_{Darcy} = \frac{4\tau_w}{\frac{1}{2}\rho u_m^2} \quad (III.21)$$

Nous adoptons ici le facteur de frottement de Fanning comme il est habituel dans le domaine de l'ingénierie thermique. Ne le confondez pas avec le facteur de friction de Darcy, souvent utilisé dans d'autres manuels. Pour l'écoulement laminaire, le facteur de frottement est trouvé analytiquement comme

$$f = \frac{16}{Re_D} \quad (III.22)$$

Le facteur de frottement de Fanning f est présenté graphiquement sur la **Figure 5**, où le facteur de frottement pour l'écoulement laminaire et l'écoulement turbulent est tracé avec les différentes rugosités de la surface du conduit. La transition à $Re_D = 2300$ de la région laminaire à la région turbulente est apparente sur la figure.

Pour des conduits circulaires lisses en écoulement turbulent, le facteur de frottement suggéré par Filonenko pour $10^4 < Re_D < 10^7$ est donné par

$$f = [1.58 \ln(Re_D) - 3.28]^{-2} \quad (III.23)$$

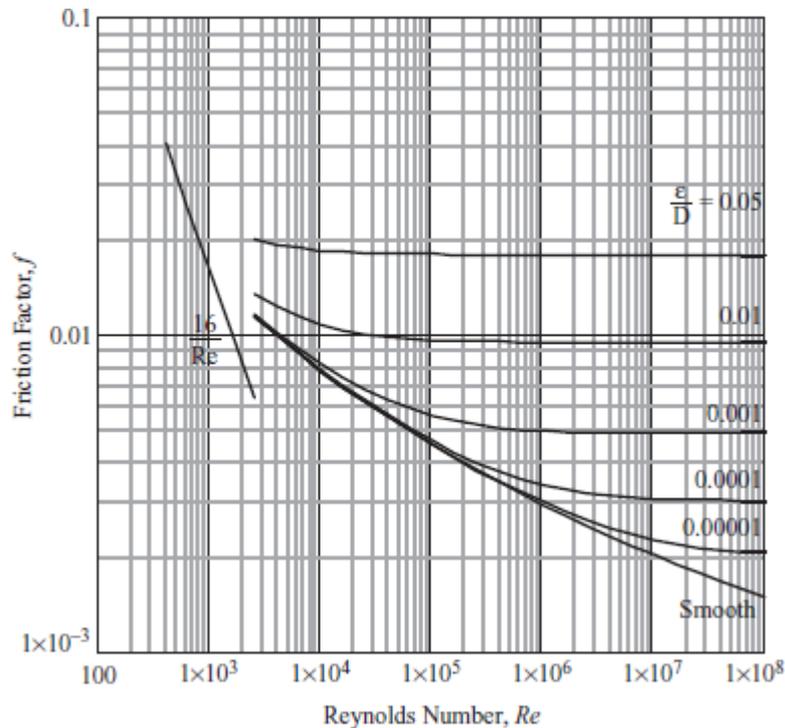


Figure 5. Facteur de friction de Fanning en fonction du nombre de Reynolds pour l'écoulement dans les conduites.

Chute de pression (ou perte de charge) Le frottement provoque la chute de pression qui peut être facilement dérivée en prenant en considération l'équilibre des forces sur un élément différentiel dans l'écoulement du conduit. La perte de charge est donnée par

$$\Delta P = \frac{4fL}{D_h} \frac{\rho u_m^2}{2} = \frac{2fL}{D_h} \frac{G^2}{\rho} \quad (III.24)$$

où G est la vitesse de masse,

$$G = \rho u_m \quad (III.25)$$

Puissance de la pompe ou du ventilateur La puissance d'un ventilateur ou d'une pompe peut être calculée par

$$W_{réel} = \frac{dW}{dt} = \frac{\dot{m}}{\eta_p \rho} \Delta P \quad (\text{III.26})$$

où η_p est le rendement de la pompe et \dot{m} le débit massique.

Écoulement laminaire ($Re_D < 2300$) Pour l'écoulement laminaire, la longueur d'entrée hydrodynamique est approximativement calculée comme

$$\left(\frac{x_{fd,h}}{D_h}\right)_{lam} \approx 0.05 Re_D \quad (\text{III.27})$$

Pour l'écoulement laminaire, la longueur d'entrée thermique peut être exprimée comme

$$\left(\frac{x_{fd,t}}{D_h}\right)_{lam} \approx 0.05 Re_D Pr \quad (\text{III.28})$$

Une relation générale pour la longueur d'entrée combinée pour l'entrée hydrodynamique et thermique et l'écoulement laminaire complètement développé est donnée par Sieder et Tate. Le nombre moyen de Nusselt est

$$\overline{Nu}_D = \frac{\bar{h}D}{\lambda} = 1.86 \left(\frac{Re_D Pr}{L/D}\right)^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_s}\right)^{0.14} \quad 0.6 < Pr < 5 \quad (\text{III.29})$$

où toutes les propriétés sont évaluées à la température moyenne sauf μ_s , qui est la viscosité absolue évaluée à la température de la paroi.

Le nombre de Nusselt Nu et le facteur de frottement f sont donnés dans le **Tableau 1** pour un écoulement laminaire complètement développé dans des conduits de différentes sections.

Écoulement turbulent ($Re_D > 2300$) Étant donné que l'écoulement turbulent est omniprésent dans l'écoulement des fluides, on met davantage l'accent sur la détermination des corrélations empiriques. Pour un écoulement turbulent complètement développé, l'équation de Dittus-Boelter basée sur l'équation de Colburn a été largement utilisée. Le nombre de Nusselt est donné par

$$Nu_D = \frac{hD}{\lambda} = 0.023 Re_D^{4/5} Pr^n \quad 0.6 \leq Pr \leq 160 \text{ et } Re_D \geq 10000 \quad (\text{III.30})$$

où $n = 0.4$ pour $T_s > T_{moyenne}$ et $n = 0.3$ pour $T_s < T_{moyenne}$. Cette équation a été confirmée expérimentalement pour une gamme de conditions.

Bien que l'équation (1.74) soit facile à appliquer et généralement satisfaisante, les erreurs peuvent atteindre 25%. Ces erreurs peuvent être réduites à moins de 10% grâce à l'utilisation d'une corrélation plus récente. Gnielinski a recommandé la corrélation suivante valable sur une large gamme de nombres de Reynolds, y compris la région de transition. Le **nombre de Nusselt** pour l'écoulement turbulent est

$$Nu_D = \frac{hD}{\lambda} = \frac{\left(\frac{f}{2}\right)(Re_D - 1000)Pr}{1 + 12.7\left(\frac{f}{2}\right)^{1/2}(Pr^{2/3} - 1)} \quad 3000 < Re_D < 5 \times 10^6 \text{ et } 0.5 \leq Pr < 2000 \quad (\text{III.31})$$

où le facteur de frottement f est obtenu à partir de l'équation (III.23).

Tableau 1. Nombres de Nusselt et facteurs de frottement pour un écoulement laminaire complètement développé dans des tubes de sections transversales différentes

Section	Rapport d'aspect	$Nu = h \cdot D / \lambda$		Facteur de friction $f \cdot Re_D$
		Flux uniforme \dot{Q}	T_0 uniforme	
	—	4.36	3.66	16
	—	2.47	3.11	13
	1.0	3.61	2.98	14
	1.43	3.73	3.08	15
	2.0	4.12	3.39	16
	3.0	4.79	3.96	17
	4.0	5.33	4.44	18
	8.0	6.49	5.6	20
	∞	8.23	7.54	24

III.4 Convection libre

La **convection libre**, également appelée **convection naturelle**, est un mécanisme important responsable du transfert de chaleur dans notre vie ordinaire. La chandelle ne serait pas possible sans la convection libre. L'air chaud adjacent à la flamme monte en raison de la flottabilité (l'air chaud est plus léger que l'air froid) et l'air froid remplace l'air chaud (il fournit de l'oxygène) de sorte que la bougie continue de brûler.

Il y avait en fait une expérience pour la chandelle dans l'espace. Le résultat a montré que la flamme s'était éteinte après une courte période de temps. Pour un autre exemple, vous attendriez longtemps pour avoir un œuf à la coque s'il n'y avait pas de convection libre. Le transfert de chaleur du corps des animaux et des êtres humains se fait par convection libre. Aujourd'hui, le refroidissement des appareils ménagers tels que les réfrigérateurs et la télévision (électronique) est basé sur la convection libre. Il est intéressant de noter que la force motrice de la convection libre est la flottabilité, qui résulte de la gravité. Nous voulons ici considérer une géométrie simple mais importante, une plaque verticale.

Plaque verticale isotherme Considérons une plaque verticale chauffée à T_s dans l'air au repos à T_∞ où $T_s > T_\infty$, comme le montre la **Figure 6**. Quant à l'écoulement sur une plaque plane, ce problème fait intervenir l'équation de Navier-Stokes et l'équation d'énergie avec effet de gravité. Ces équations ont été résolues dans les années 1930 en utilisant la **méthode des variables de similarité (similitude)** et en les transformant en deux équations ordinaires qui peuvent être résolues. Les profils schématiques de la température et de la vitesse de la solution sont illustrés sur la figure. Aujourd'hui, chaque livre de transfert thermique comprend ces résultats, qui sont en bon accord avec les mesures. Plus important encore, l'analyse a fourni des paramètres très importants. Ces paramètres sont le **nombre de Grashof** et le **nombre de Prandtl**. Le produit des nombres de Grashof et de Prandtl est le **nombre de Rayleigh**, qui est défini comme

$$Ra_L = Gr \cdot Pr = \frac{g\beta (T_s - T_\infty) L^3}{\nu^2} \cdot \frac{\nu}{\alpha} = \frac{g\beta (T_s - T_\infty) L^3}{\nu\alpha} \quad (\text{III.32})$$

où g est la gravité, β le **coefficient de dilatation (d'expansion)**, ν la **viscosité cinématique** et α la **diffusivité thermique**. Le nombre doit toujours être positif.

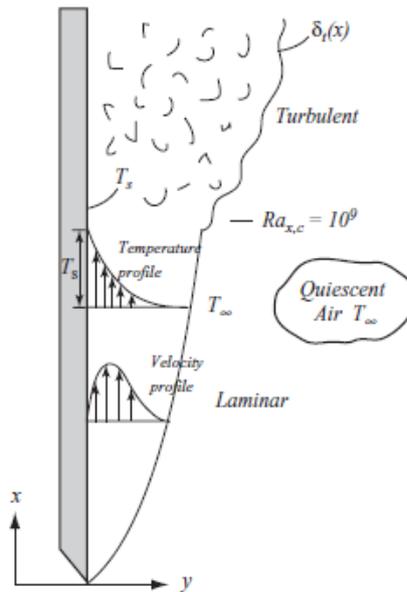


Figure 6. Transition de la couche limite en convection libre sur une plaque verticale.

Les résultats de la solution des équations gouvernant peuvent être encore simplifiés. Ensuite, le nombre de Nusselt moyen pour une plaque verticale isotherme est exprimé par deux équations distinctes tel que

$$\overline{Nu} = \frac{\bar{h}L}{\lambda} = 0.59Ra_L^{1/4} \quad \text{pour } Ra_L \leq 10^9 \quad (\text{III.33a})$$

$$\overline{Nu} = \frac{\bar{h}L}{\lambda} = 0.10Ra_L^{1/3} \quad \text{pour } Ra_L > 10^9 \quad (\text{III.33b})$$

Dans le cas particulier de l'air, la corrélation suivante a été suggérée par LeFevre:

$$\overline{Nu} = \frac{\bar{h}L}{\lambda} = 0.517Ra_L^{1/4} \quad \text{pour } Pr = 0.72 \text{ (air)} \quad (\text{III.33c})$$

Une corrélation qui peut être appliquée sur toute la gamme de Ra_L a été recommandée par Churchill et Chu. C'est de la forme

$$\overline{Nu} = \frac{\bar{h}L}{\lambda} = \left\{ 0.825 + \frac{0.387Ra_L^{1/6}}{[1 + (0.492/Pr)^{9/16}]^{4/9}} \right\}^2 \quad (\text{III.34})$$

Plaques parallèles verticales isothermes Les ailettes verticales sont une géométrie très courante pour les dissipateurs de chaleur. Nous voulons considérer deux plaques verticales isothermes - un petit espacement en canal et un grand espacement en canal. Lorsque l'espacement est proche, l'écoulement sera complètement développé avec un profil parabolique, comme le montre la **Figure 7(a)**. D'une part, si l'espacement est trop proche, il n'y aura pas d'écoulement à cause du frottement sur chaque plaque. D'autre part, lorsque l'espacement est grand, chaque couche limite de vitesse sera isolée et se comportera comme si le fluide s'écoulait sur une seule plaque verticale, comme le montre la **Figure 7(b)**.

Dans la conception d'un dissipateur thermique (réseau d'ailettes), une augmentation de la zone de transfert de chaleur, qui équivaut à augmenter le nombre d'ailettes dans une surface de base donnée, est nécessaire afin de réduire la résistance thermique (ou diminuer la température de base). L'espacement z diminue avec un nombre accru d'ailettes, conduisant à une diminution du coefficient de convection due à la proximité. Par conséquent, un espacement optimal existe. Ici, nous voulons fournir une corrélation pour le nombre moyen de Nusselt.

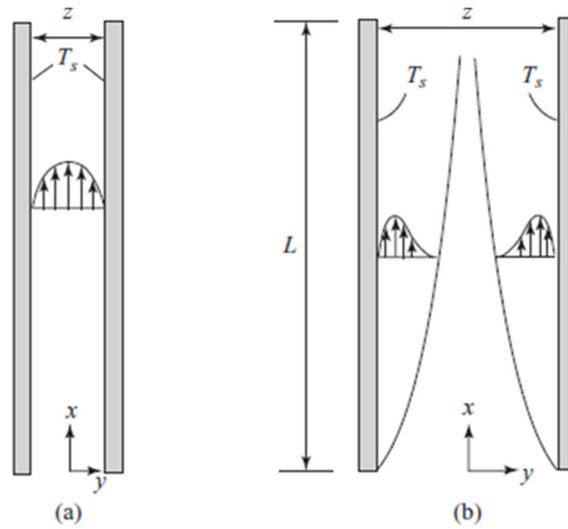


Figure 7. Convection naturelle pour un écoulement complètement développé dans **(a)** un canal à petit espacement et **(b)** un canal à grand espacement

Elenbaas a fourni les données expérimentales, qui sont présentées dans la **Figure 8**, où le nombre d'Elenbaas basé sur le nombre de Rayleigh a été utilisé. Le nombre de Rayleigh est basé sur l'espacement des plaques:

$$Ra_z = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)z^3}{\nu\alpha} \quad (\text{III.35})$$

où z est l'espacement des ailettes. Il faut faire attention à l'espacement z à utiliser à la place de la longueur L (voir l'équation (III.32)). Ensuite, le nombre d'Elenbaas El est défini par

$$El = Gr \cdot Pr \frac{z}{L} = Ra_z \frac{z}{L} = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)z^4}{\nu\alpha L} \quad (\text{III.36})$$

En utilisant la méthode des relations composites, les données Elenbaas ont été ajustées par courbe. Le nombre moyen de Nusselt est exprimé par

$$\overline{Nu}_z = \frac{h_z z}{\lambda} = \left[\frac{576}{El^2} + \frac{2.873}{El^{1/2}} \right]^{-1/2} \quad (\text{III.37})$$

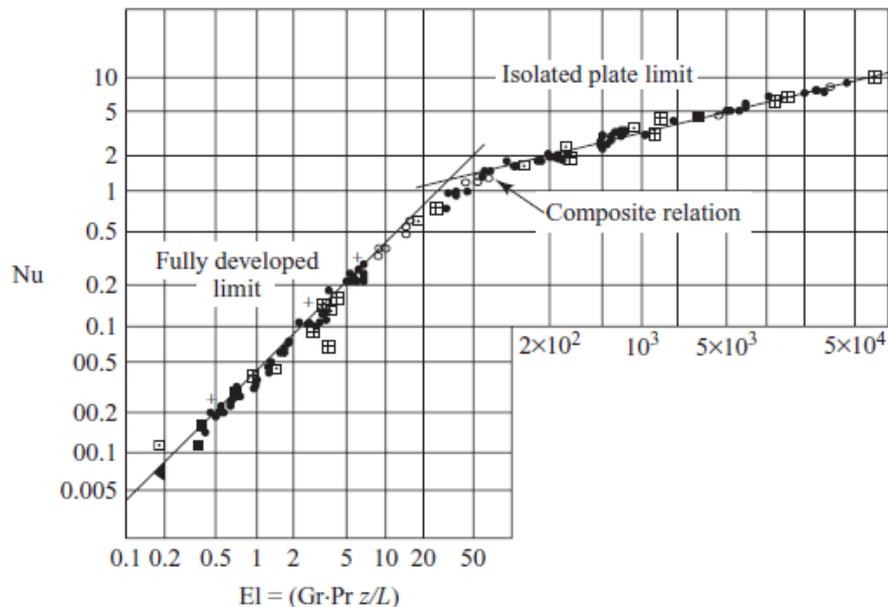


Figure 8. Variation du nombre de Nusselt pour les plaques isothermes verticales (Mesures par Elenbaas, 1942)

Cylindre horizontal Pour un long cylindre isotherme horizontal, Churchill et Chu a suggéré une corrélation pour le nombre moyen de Nusselt. Notons que le nombre de Rayleigh Ra_D utilise le diamètre du cylindre D .

$$Ra_D = Gr \cdot Pr = \frac{g\beta(|T_s - T_\infty|)D^3}{\nu^2} \cdot \frac{\nu}{\alpha} = \frac{g\beta(|T_s - T_\infty|)D^3}{\nu\alpha} \quad (\text{III.38})$$

Le nombre de Nusselt moyen pour la convection libre du cylindre horizontal est

$$\overline{Nu}_D = \frac{\bar{h}D}{\lambda} = \left\{ 0.60 + \frac{0.387Ra_D^{1/6}}{[1 + (0.559/Pr)^{9/16}]^{8/27}} \right\}^2 \quad (\text{III.39})$$

IV Rayonnement

IV.1 Rayonnement thermique

Les rayonnements sont des ondes électromagnétiques (ou photons), se propageant à travers un milieu transparent (air) ou même efficacement dans le vide comme l'un des mécanismes de transfert de chaleur. Le rayonnement est un spectre avec une large gamme de longueurs d'onde, des micro-ondes aux rayons gamma. Le rayonnement thermique englobe une gamme allant de l'infrarouge à l'ultraviolet, qui comprend la lumière visible. Un arc-en-ciel nous assure que la lumière est bien un spectre. La surface de toute matière émet un rayonnement électromagnétique si la température de la surface est supérieure au zéro absolu. Il absorbe également le rayonnement de l'environnement, appelé **irradiation**. L'**émissivité** et l'**absorbance**, comprises entre 0 et 1, des corps réels varient en fonction des finitions des surfaces et de la nature de l'irradiation. Cette fonction offre aux ingénieurs un potentiel d'amélioration dans le contrôle du transfert de chaleur. Un émetteur parfait, un absorbeur parfait et un diffuseur parfait s'appelle un **corps noir**. Deux propriétés du rayonnement qui ont ici une importance sont son **spectre** et sa **directivité**.

Les puissances émissives spectrales d'un corps noir et d'une surface réelle sont illustrées à la **Figure 9**, où la puissance émissive de la surface réelle est toujours inférieure à celle du corps noir.

La deuxième propriété du rayonnement thermique est liée à sa directivité, comme le montre la **Figure 10**. Un **corps noir** a une propriété **diffuse**.

Corps noir Un **corps noir** est un émetteur et un absorbeur parfaits. Un corps noir émet de l'énergie de rayonnement uniformément dans toutes les directions (c.-à-d. un **émetteur diffusif**). La **loi de Planck** fournit la distribution spectrale de l'émission du corps noir:

$$E_{\lambda,b}(\lambda, T) = \frac{C_1}{\lambda^5 [\exp(C_2/\lambda T) - 1]} \quad (\text{IV.1})$$

où $C_1 = 3.472 \times 10^8 \text{ W} \cdot \mu\text{m}^4/\text{m}^2$ et $C_2 = 1.439 \times 10^4 \mu\text{m} \cdot \text{K}$. C'est une fonction à la fois de la longueur d'onde et de la température, comme le montre la **Figure 11**, où la distribution spectrale de la puissance émissive dépend de la température et de la longueur d'onde.

Si nous intégrons la distribution spectrale, l'équation (IV.1), par rapport à la longueur d'onde λ sur toute la plage de $\lambda = 0$ à $\lambda = \infty$, nous avons la puissance émissive totale du corps noir, qui est connue sous le nom de **loi de Stefan-Boltzmann**. La **puissance émissive totale** est

$$E_b = \sigma T^4 \quad (\text{IV.2})$$

où E_b est la puissance émissive totale d'un corps noir et T est la température de surface du corps et $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W}/\text{m}^2 \cdot \text{K}^4$, qui est appelée **constante de Stefan-Boltzmann**.

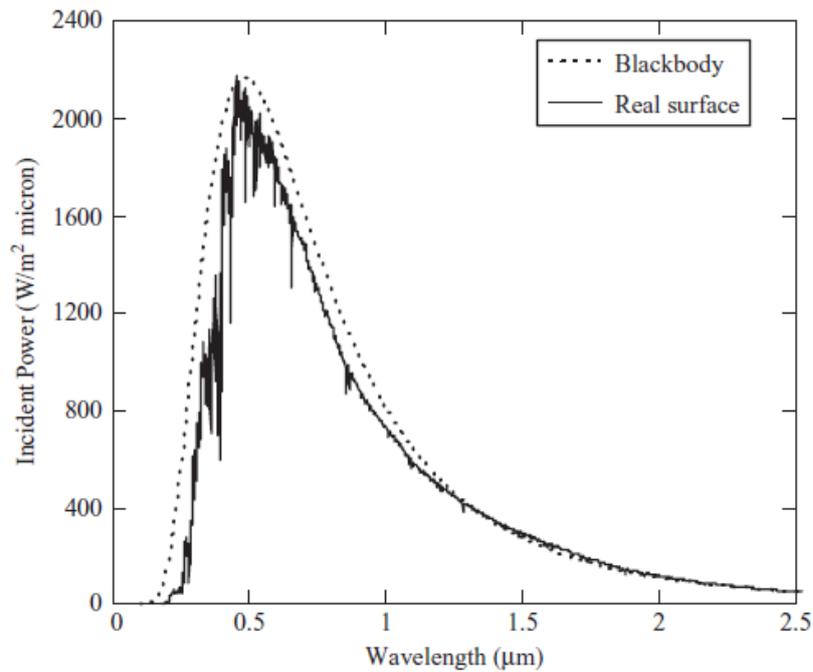


Figure 9. Distributions spectrales d'un corps noir et d'une surface réelle

Par conséquent, le pouvoir émissif d'une surface réelle est

$$E = \varepsilon \sigma T^4 \quad (\text{IV.3})$$

où ε est l'**émissivité**.

Irradiation G L'**irradiation** G est un rayonnement incident, qui peut provenir d'autres surfaces ou de l'environnement, indépendamment des finitions de la surface d'interception. L'irradiation aura des propriétés spectrales et directionnelles. L'irradiation peut être partiellement absorbée, réfléchiée ou transmise, comme le montre la **Figure 12**.

$$\rho + \alpha + \gamma = 1 \quad (\text{IV.4})$$

où ρ est la **réflectivité**, α est l'**absorbance** et γ est la **transmissivité**.

Par exemple, si la surface est opaque, la transmissibilité γ est nulle.

$$\rho + \alpha = 1 \quad (\text{IV.5})$$

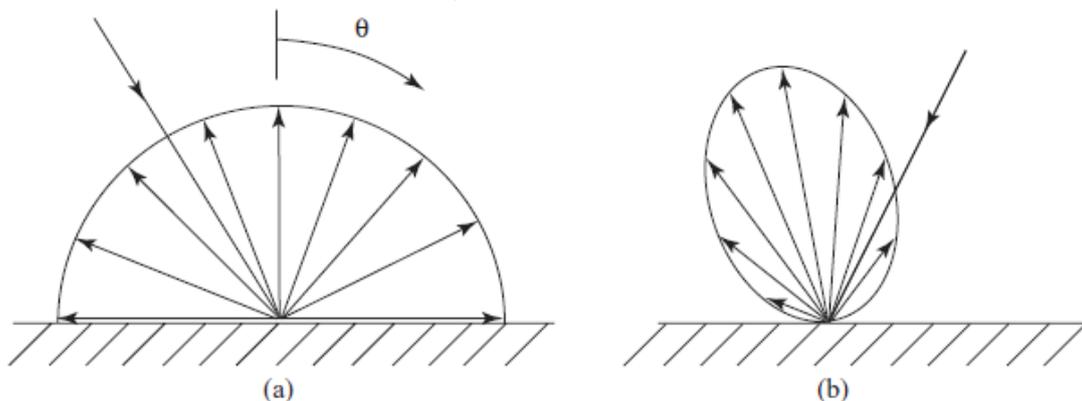


Figure 10. Comparaison du corps noir et de la surface réelle **(a)** diffuse et **(b)** directionnelle.

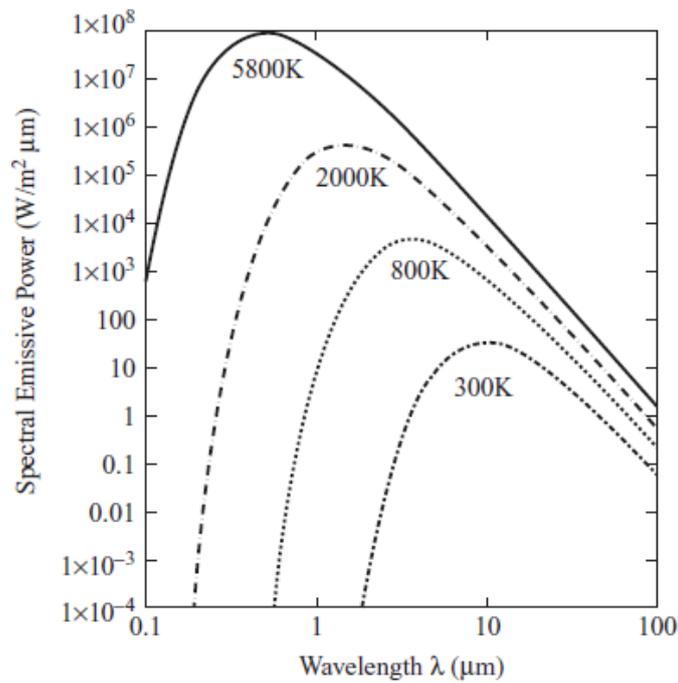


Figure 11. Puissance émissive spectrale du corps noir.

Radiosité La **radiosité** J est toute l'énergie radiante sortant d'une surface, constituée de l'émission directe εE_b de la surface et de la partie réfléchie ρG de l'irradiation, comme le montre la **Figure 12**. La radiosité est

$$J = \varepsilon E_b + \rho G \quad (\text{IV.6})$$

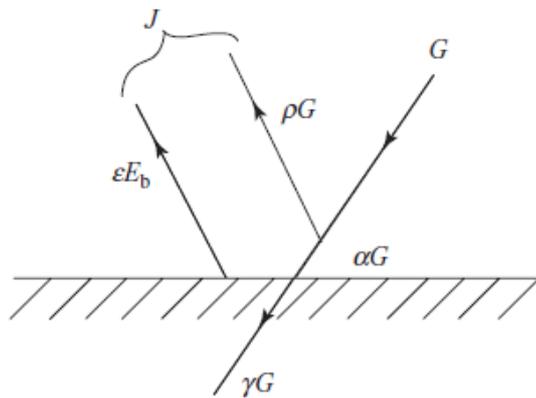


Figure 12. La radiosité de surface J comprend l'émission εE_b et la réflexion ρG ; l'irradiation G comprend l'absorption αG , la réflexion ρG et la transmission τG .

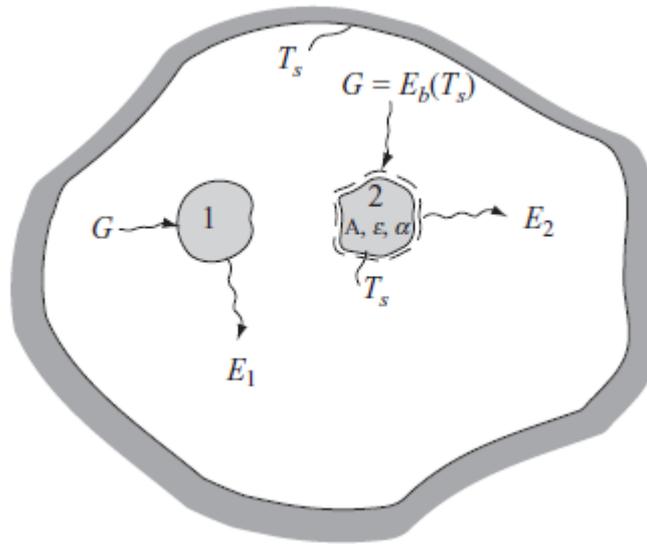


Figure 13. Echange par rayonnement dans une enceinte isotherme

Loi de Kirchhoff Considérons une grande enceinte isotherme à la température de surface T_s , dans laquelle plusieurs petits corps sont confinés, comme le montre la **Figure 13**. En régime permanent, un équilibre thermique doit exister entre les corps et l'enceinte. Indépendamment de l'orientation et des propriétés de surface de l'enceinte, l'irradiation subie par tout corps dans l'enceinte doit être diffuse et égale à l'émission d'un corps noir à T_s .

L'irradiation dans l'**enceinte** se comporte comme un corps noir.

$$G = E_b(T_s) \quad (\text{IV.7})$$

L'irradiation absorbée est

$$G_{abs} = \alpha G = \alpha E_b(T_s) \quad (\text{IV.8})$$

A l'équilibre thermique, l'énergie absorbée par le corps doit être égale à l'énergie émise. Sinon, il y aurait un flux d'énergie dans ou hors du corps qui augmenterait ou abaisserait sa température. Pour un corps noté 2, le bilan énergétique donne

$$A_2 \alpha_2 G - A_2 E_2 = 0 \quad (\text{IV.9})$$

Ou équivalent,

$$\alpha_2 E_b(T_s) - \varepsilon_2 E_b(T_s) = 0 \quad (\text{IV.10})$$

Finalement,

$$\alpha_2 = \varepsilon_2 \quad (\text{IV.11})$$

La même chose se produit pour les autres corps. Par conséquent, dans une enceinte, nous avons

$$\alpha = \varepsilon \quad (\text{IV.12})$$

L'émissivité totale de toute surface est égale à sa capacité d'absorption totale, connue sous le nom de **loi de Kirchhoff**. Puisque nous savons que le rayonnement a intrinsèquement des propriétés spectrales et directionnelles $\alpha_{\lambda,\theta} = \varepsilon_{\lambda,\theta}$, nous concluons que le rayonnement dans une enceinte est indépendant des distributions spectrale et directionnelle du rayonnement émis et incident. Notons que cette relation est dérivée sous la condition que la température de surface du corps soit égale à la température de la source de l'irradiation. Cependant, puisque ε et α varient faiblement avec la température, cette relation peut être supposée afin de simplifier grandement le calcul du rayonnement.

Surface grise Une **surface grise** est définie comme une surface pour laquelle α_λ et ε_λ sont indépendants de la longueur d'onde λ sur la plage spectrale de l'irradiation et de l'émission de surface.

Surface grise diffuse Une hypothèse courante dans les calculs d'enceinte est que les surfaces sont **grises diffuses**. La surface grise diffuse émet et absorbe une fraction du rayonnement dans toutes les directions et toutes les longueurs d'onde. Pour une surface grise diffuse, l'émissivité et l'absorbance totales sont égales. L'absorbance totale est indépendante de la nature du rayonnement incident.

Échange par rayonnement pour une seule surface dans une enceinte Considérons une **surface grise diffuse** à T_s dans une enceinte (environnement) à T_{surr} . L'équation (IV.12) peut être appliquée avec l'hypothèse de la surface grise diffuse dans l'enceinte. L'échange par rayonnement net de la surface est obtenu comme

$$q = A\varepsilon\sigma(T_s^4 - T_{surr}^4) \quad (IV.13)$$

IV.2 Facteur de vue

Le **facteur de forme (ou de vue)** F_{ij} est défini comme la fraction du rayonnement quittant la surface i qui est interceptée par la surface j , comme le montre la **Figure 14**. Certains facteurs de vue typiques sont illustrés dans le **Tableau 2**. Considérons le transfert de chaleur radiatif entre deux ou plusieurs surfaces, qui est souvent la principale quantité d'intérêt dans la conception des ailettes. Deux relations importantes sont suggérées:

Relation de réciprocité:

$$A_i F_{ij} = A_j F_{ji} \quad (IV.14)$$

Règle de sommation:

$$\sum_{j=1}^N F_{ij} = 1 \quad (IV.15)$$

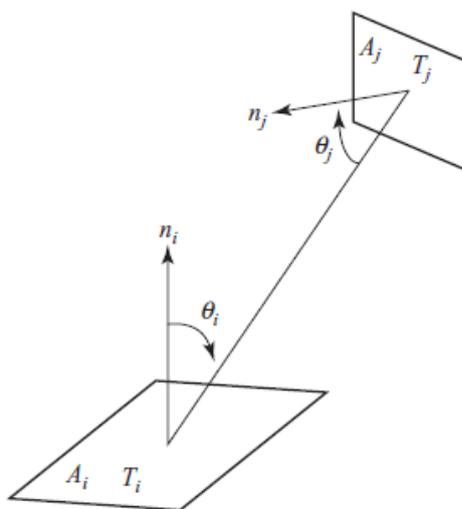
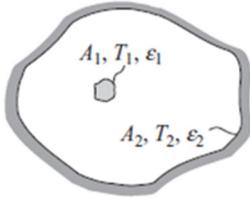
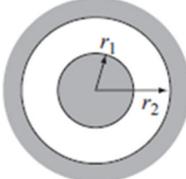
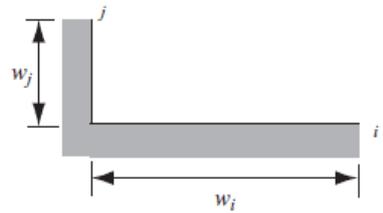
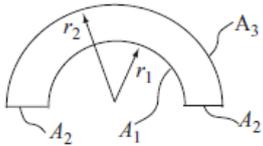
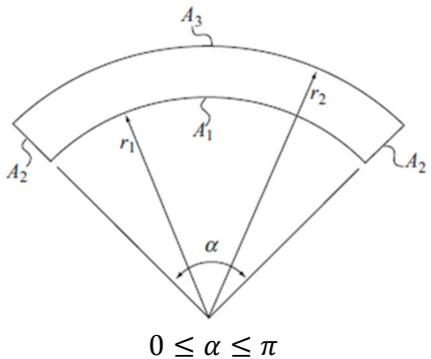


Figure 14. Facteur de forme associé à l'échange de rayonnement entre deux surfaces finies

Tableau 2. Facteurs de forme pour les géométries bi- et tridimensionnelles

Configuration	Facteur de forme
<p>1. Petit objet dans une grande cavité</p> 	$\frac{A_1}{A_2} = 0 \quad F_{12} = 1 \quad (IV.16)$
<p>2. Cylindre concentrique (longueur infinie)</p> 	$\begin{aligned} \frac{A_1}{A_2} &= \frac{r_1}{r_2} & F_{12} &= 1 \\ F_{21} &= \frac{A_1}{A_2} F_{12} \\ F_{22} &= 1 - \frac{A_1}{A_2} F_{12} \end{aligned} \quad (IV.17)$
<p>3. Grande plaque parallèle (infinie)</p> 	$A_1 = A_2 = A \quad F_{12} = 1 \quad (IV.18)$
<p>4. Plaques perpendiculaires à bord commun</p> 	$F_{ij} = \frac{1 + w_j/w_i - [1 + (w_j/w_i)^2]^{1/2}}{2} \quad (IV.19)$
<p>5. Cylindre concentrique hémisphérique</p> 	$F_{13} = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \left(\frac{r_2}{r_1} \right) \left[1 - \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \right]^{1/2} + \frac{1}{\pi} \sin^{-1} \left(\frac{r_1}{r_2} \right) - \frac{1}{\pi} \frac{r_2 - r_1}{r_1} \quad (IV.20)$
<p>6. Cylindre concentrique (longueur infinie) à angle variable α</p>  <p>$0 \leq \alpha \leq \pi$</p>	$Si \alpha \geq \cos^{-1} \left(\frac{r_1}{r_2} \right) \quad (IV.21)$ $F_{13} = 1 - \frac{\pi}{2\alpha} + \frac{r_2}{\alpha r_1} \left[1 - \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \right]^{1/2} + \frac{1}{\alpha} \sin^{-1} \left(\frac{r_1}{r_2} \right) - \frac{r_2 - r_1}{\alpha r_1}$ $F_{22} = \frac{2\sqrt{r_2^2 - r_1^2} + 2r_1 \left[\alpha - \frac{\pi}{2} + \sin^{-1} \left(\frac{r_1}{r_2} \right) \right] - \alpha(r_2 + r_1)}{4(r_2 - r_1)}$ <p>Autrement</p> $F_{13} = \frac{\sqrt{r_2^2 + r_1^2 - 2r_2 r_1 \cos(\alpha)} - (r_2 - r_1)}{\alpha r_1}$ $F_{22} = \frac{2\sqrt{r_2^2 + r_1^2 - 2r_2 r_1 \cos(\alpha)} - \alpha(r_2 + r_1)}{4(r_2 - r_1)}$

IV.3 Échange par rayonnement entre les surfaces grises diffuses

Le taux net de transfert de chaleur à une surface est obtenu en appliquant un bilan thermique sur le volume de contrôle à la surface (voir **Figure 15**).

La **surface grise diffuse** dans une enceinte a

$$\varepsilon_i = \alpha_i \quad (IV.22)$$

Le bilan thermique à la surface donne

$$q_i = A_i(\varepsilon_i E_{bi} - \alpha_i G_i) \quad (IV.23)$$

Le taux net de transfert de chaleur est également égal à la différence entre la radiosité de surface et l'irradiation.

$$q_i = A_i(J_i - G_i) \quad (IV.24)$$

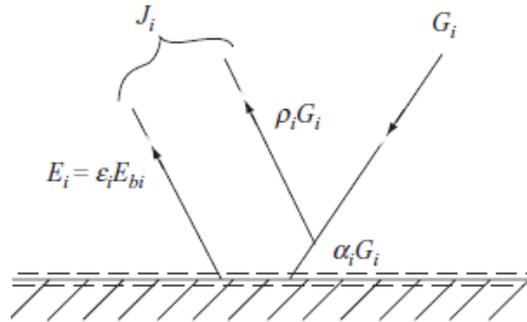


Figure 15. Échange par rayonnement sur une surface opaque, grise diffuse.

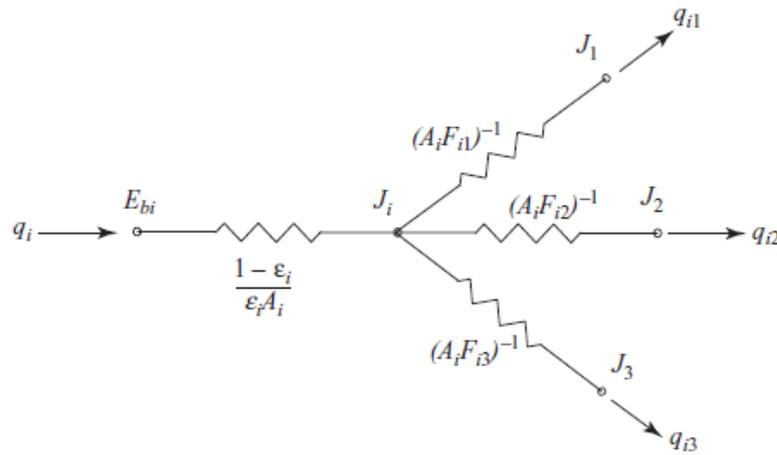


Figure 16. réseau (d'analogie électrique) de l'échange par rayonnement entre la surface i et les surfaces autres de l'enceinte.

Combinons ces trois équations et éliminons l'irradiation G_i donne

$$q_i = \frac{E_{bi} - J_i}{(1 - \varepsilon_i) / \varepsilon_i A_i} \quad (IV.25)$$

L'**échange net par rayonnement** entre les radiosités dans l'enceinte est

$$q_{ij} = \frac{J_i - J_j}{(A_i F_{ij})^{-1}} \quad (IV.26)$$

Le taux net de transfert de chaleur à la surface i est lié au nombre de radiosités dans l'enceinte et forme un réseau pour l'échange par rayonnement (**Figure 16**).

$$q_i = \sum_{j=1}^N \frac{J_i - J_j}{(A_i F_{ij})^{-1}} \quad (IV.27)$$

En combinant les équations (IV.25) et (IV.27), on obtient

$$\frac{E_{bi} - J_i}{(1 - \varepsilon_i) / \varepsilon_i A_i} = \sum_{j=1}^N \frac{J_i - J_j}{(A_i F_{ij})^{-1}} \quad (IV.28)$$

V. Transfert de masse

Le transfert de masse est différent du flux de fluide qui a été discuté dans les chapitres précédents. Le transfert de masse est le flux de molécules d'un corps à un autre lorsque ces corps sont en contact ou au sein d'un système constitué de deux composants lorsque la répartition des matériaux n'est pas uniforme. Lorsqu'une plaque de cuivre est placée sur une plaque d'acier, certaines molécules de chaque côté se diffusent dans l'autre. Lorsque le sel est placé dans un verre et que de l'eau est versée dessus, après un temps suffisant, les molécules de sel se diffusent dans l'eau. Un exemple plus courant est le séchage des vêtements ou l'évaporation de l'eau renversée sur le sol lorsque les molécules d'eau se diffusent dans l'air qui l'entoure. **Le transfert de masse a généralement lieu d'un emplacement où le composant particulier est proportionnellement élevé vers un emplacement où le composant est proportionnellement bas.** Un transfert de masse peut également avoir lieu en raison de potentiels autres que la différence de concentration. Mais dans ce cours, seul le transfert dû au gradient de concentration est discuté.

V.1 Propriétés du mélange

Dans un mélange composé de deux matériaux ou plus, la masse par unité de volume de tout composant est appelée concentration massique de ce composant. S'il y a deux composants A et B , alors la concentration massique de A est

$$m_a = \frac{\text{masse de A dans le mélange}}{\text{volume du mélange}}$$

et la concentration de B ,

$$m_b = \frac{\text{masse de B dans le mélange}}{\text{volume du mélange}}$$

La concentration massique totale est $m_a + m_b$, qui est également la densité du mélange.

La concentration massique peut également être exprimée en termes de densités (masses volumiques) individuelles et totales du mélange, c.-à-d.,

$$m_a = \frac{\rho_A}{\rho}$$

où ρ_A est la densité de A dans le mélange et ρ est la densité du mélange.

Il est plus pratique d'exprimer la concentration en termes de poids moléculaire du composant.

La fraction molaire N_a peut être exprimée comme

$$N_a = \frac{\text{nombre de moles du composant A}}{\text{Nombre total de moles dans le mélange}}$$

Nombre de moles = masse / poids moléculaire

Pour les gaz comme $\rho_i = \frac{P}{R_i T}$

ou $N_i = \frac{P_i}{\mathcal{R}T}$

où \mathcal{R} est la constante universelle des gaz.

A la température T du mélange alors

$$N_i \propto P_i$$

où $C_a = \frac{N_a}{N_t} = \frac{P_a}{P_T}$

où P_a est la pression partielle de A dans le mélange et P_T est la pression totale du mélange. C_a est la concentration molaire de A dans le mélange.

Aussi $C_a + C_b = 1$ pour un mélange à deux composants.

V.2 Transfert de masse par diffusion

Le transfert de masse par diffusion se produit sans mouvement de masse macroscopique ni mélangeage. Un morceau de sucre déposé dans une tasse de thé se dissoudra par diffusion même s'il n'est pas agité. Mais il faudra beaucoup de temps pour que le sucre atteigne tout le volume de la tasse. Cependant, il se diffusera progressivement dans le volume. Considérons une chambre dans laquelle deux gaz différents à la même pression et température sont maintenus séparés par une mince barrière. Lorsque la barrière est retirée, les gaz commenceront à se diffuser l'un dans l'autre. Après un certain temps, un état stable de mélange uniforme serait atteint. Ce type de diffusion peut également se produire dans les solides. Le taux dans les solides sera extrêmement lent. La diffusion dans ces situations se produit au niveau moléculaire et les équations gouvernantes sont similaires à celles de la conduction thermique où le transfert d'énergie se produit au niveau moléculaire.

La loi fondamentale régissant le transfert de masse au niveau de la diffusion moléculaire est connue sous le nom de **loi de Fick**. Ceci est similaire à la loi de conduction thermique de Fourier.

Dans le transfert de masse, les quantités molaires sont plus pratiques à utiliser que les unités de masse, car le transfert de masse est dû au mouvement des molécules en tant que quantités discrètes. Par conséquent, il est pratique d'utiliser le nombre de moles, ou la concentration molaire au lieu de la densité, etc.

V.2.1 Loi de diffusion de Fick

La loi de Fick peut être énoncée comme

$$N_a = -D_{ab} \frac{dC_a}{dx} \quad (V.1)$$

où N_a est le nombre de moles de 'a' diffusant perpendiculairement à la surface A , moles/m²sec

D_{ab} est le coefficient de diffusion ou diffusivité massique de 'a' en 'b', m²/sec,

C_a est la concentration molaire de 'a' moles/m³

x est la direction de diffusion

Le coefficient de diffusion est similaire à la diffusivité thermique α et à la diffusivité de moment (quantité de mouvement) ν .

Le nombre de moles multiplié par la masse moléculaire (ou plus communément appelé poids moléculaire) fournira la valeur du transfert de masse en kg/s.

L'équation (V.1) peut également être écrite comme

$$\frac{m_a}{A} = -D_{ab} \cdot \frac{d\rho_a}{dx} \quad (V.2)$$

mais cette forme n'est pas aussi populaire que l'équation plus pratique (V.1). L'équation de conduction similaire à celle-ci est

$$\frac{\dot{Q}}{A} = -\left(\frac{\lambda}{\rho c}\right) \frac{d(\rho c T)}{dx} \quad (V.3)$$

$\lambda/\rho c$ est la diffusivité thermique α et ρc est la capacité thermique (densité d'énergie) par unité de volume.

La dérivation de l'équation générale de diffusion de masse est similaire à celle de l'équation générale de conduction thermique avec C_a remplaçant T et D remplaçant $\lambda/\rho c$.

L'équation générale de diffusion de masse pour l'espèce A en régime permanent est donnée par

$$\frac{\partial^2 C_a}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_a}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C_a}{\partial z^2} = \frac{1}{D} \frac{dC_a}{dt} \quad (\text{V.4})$$

La génération de masse de l'espèce A par réaction chimique n'est pas prise en compte dans l'équation. Cependant, un terme additionnel N_a/D sur le côté gauche de l'équation (V.4) prendra en charge ce terme similaire au terme de génération de chaleur \dot{q}/λ .

Les solutions de cette équation sont également similaires aux solutions de l'équation générale de conduction. Cependant, il existe des différences, qui sont

- (i) Tandis que le flux de chaleur est dans une direction, la masse d'une espèce s'écoule en direction opposée au flux de l'autre composant du mélange. (Ici un mélange à deux composants est considéré).
- (ii) Même si un composant seul diffuse dans certaines circonstances, un écoulement en masse (en global) doit être généré car sinon un gradient de densité sera créé spontanément, ce qui n'est pas possible. Par exemple, lorsque l'eau s'évapore dans une masse d'air au-dessus de la surface de l'eau, une quantité égale d'air ne peut pas entrer dans la phase aqueuse. Le gradient de densité créé est dispersé par un mélange qui s'éloigne de la surface en maintenant un équilibre. Ceci est appelé flux en global (ou en masse).

La valeur de D_{ab} pour certaines combinaisons de composants est disponible dans la littérature. On peut prouver que $D_{ab} = D_{ba}$. Lorsqu'une molécule de 'A' se déplace dans la direction x , une molécule de 'B' doit se déplacer dans la direction opposée. Sinon, un gradient de densité macroscopique se développera, ce qui n'est pas durable, (A est la surface)

$$\frac{N_a}{A} = -D_{ab} \frac{dC_a}{dx}$$

$$\frac{N_b}{A} = -D_{ba} \frac{dC_b}{dx} = -D_{ba} \frac{d(1-C_a)}{dx} = D_{ba} \frac{dC_a}{dx}$$

comme $\frac{N_a}{A} = -\frac{N_b}{A}$ et donc $D_{ab} = D_{ba}$

V.2.2 Contre-diffusion équi-moléculaire

La pression totale est constante tout au long du mélange. Par conséquent, la différence des pressions partielles sera égale. L'équation de Fick lorsqu'elle est intégrée pour un plus grand volume plan d'épaisseur L donnera

$$\frac{N_a}{A} = D_{ab} \frac{(C_{a1} - C_{a2})}{L} \quad (\text{V.5})$$

$$\frac{N_b}{A} = D_{ba} \frac{(C_{b2} - C_{b1})}{L}$$

comme $\frac{N_b}{A} = -\frac{N_a}{A}$, et $(C_{a1} - C_{a2}) = (C_{b2} - C_{b1})$,

$$D_{ab} = D_{ba}$$

où C_{a1} et C_{b1} sont les concentrations molaires à la face 1 et C_{b2} et C_{a2} sont des concentrations molaires à la face 2 qui est à une distance L de la première face.

Lorsqu'elle est appliquée aux gaz,

$$\frac{N_a}{A} = \frac{D}{\mathfrak{R}T} \cdot \frac{(P_{a1} - P_{a2})}{(x_2 - x_1)} \quad (\text{V.6})$$

où P_{a1} et P_{a2} sont des pressions partielles du composant 'A' à x_1 et x_2 et \mathfrak{R} est la constante universelle des gaz en $J/kg \text{ mol K}$. T est la température en unités absolues. La distance doit être exprimée en mètre.

La variation de la pression partielle et les directions de diffusion sont illustrées à la **Figure 17**.

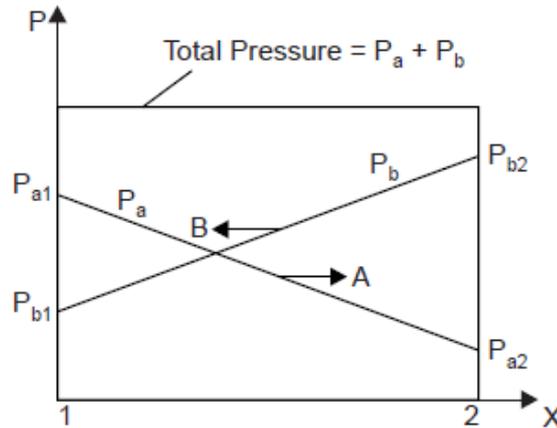


Figure 17. Variation de la pression partielle des composants en contre-diffusion équimoléculaire.

V.2.3 Milieux fixes avec concentration de surface spécifiée

Dans la diffusion de gaz à partir de conteneurs, il y a diffusion de gaz de l'intérieur vers l'extérieur sans que les molécules métalliques se diffusent dans le gaz. Dans ces cas, la concentration de gaz aux surfaces doit être connue. La solubilité du gaz dans la surface détermine la concentration à la surface.

Ces cas sont similaires à la conduction à travers le milieu.

Dans ces cas, le potentiel de température en conduction est remplacé par un potentiel de concentration ($C_{a1} - C_{a2}$) pour le composant A.

Le débit peut être obtenu comme dans le cas de la conduction.

$$N_a = (C_{a1} - C_{a2})/R.$$

où R est la résistance de diffusion. La résistance dans le cas d'un mur plan est

$$R_p = \frac{L}{D_{ab}A} \quad (\text{V.7})$$

Pour une configuration cylindrique creuse,

$$R_{cyl} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi D_{ab}L} \quad (\text{V.8})$$

Pour une sphère creuse,

$$R_{sph} = \frac{1}{4\pi D_{ab}} \left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right] \quad (\text{V.9})$$

Ces équations peuvent être dérivées de l'équation générale dans les systèmes de coordonnées cartésiennes, cylindriques et sphériques.

V.2.4 Diffusion d'un composant en un composant stationnaire (diffusion unidirectionnelle)

Dans ce cas, l'un des composants diffuse tandis que l'autre est stationnaire. Pour des conditions stables, la masse diffusée doit être absorbée en continu à la frontière. Dans certains cas, ce n'est pas possible. L'exemple populaire est l'évaporation de l'eau dans l'air. Dans ce cas, comme évoqué précédemment, un mouvement de masse remplace l'air ayant tendance à s'accumuler à l'interface sans être absorbé, provoquant une augmentation de la

vitesse (le taux) de diffusion. L'équation de diffusion pour les gaz peut être dérivée comme (avec 'a' comme milieu diffusant et $P =$ pression totale)

$$\frac{N_a}{A} = \frac{P}{RT} \times \frac{D}{(x_2 - x_1)} \times \ln \left(\frac{P - P_{a2}}{P - P_{a1}} \right) \quad (\text{V.10})$$

Pour les liquides (en considérant 'a' comme milieu diffusant)

$$\frac{N_a}{A} = \frac{D.C}{(x_2 - x_1)} \times \ln \left(\frac{C - C_{a2}}{C - C_{a1}} \right) \quad (\text{V.11})$$

V.2.5 Diffusion instationnaire

L'équation pour une diffusion instationnaire unidimensionnelle est

$$\frac{\partial^2 C_a}{\partial x^2} = \frac{1}{D} \frac{\partial C_a}{\partial \tau} \quad (\text{V.12})$$

Ceci est similaire à l'équation de conduction thermique avec C_a et D remplacés par T et α . Toutes les solutions pour diverses conditions aux limites de conduction instable sont applicables pour le transfert de masse, sauf que les paramètres sont différents. Les abaques (graphiques) de Heisler peuvent également être utilisés, reconnaissant correctement les paramètres à utiliser.

Paramètres de conduction	Paramètres de transfert de masse équivalents
$\frac{T - T_\infty}{T_i - T_\infty}$	$\frac{C_a - C_{as}}{C_{ai} - C_{as}}$
$Fo = \alpha\tau/L^2$	$Fo_m = Dt/L^2$
$Bi = \frac{hL}{\lambda}$	$Bi_m = \frac{h_m L}{D}$
$\frac{x}{2\sqrt{\alpha\tau}}$	$\frac{x}{2\sqrt{D\tau}}$

V.3 Transfer de masse convectif

Lorsqu'un milieu déficient en un composant s'écoule sur un milieu ayant une abondance du composant, alors le composant diffusera dans le milieu en circulation. Une diffusion dans la direction opposée se produira si les niveaux de concentration massique du composant sont interchangés.

Dans ce cas, une couche limite se développe et à l'interface le transfert de masse se produit par diffusion moléculaire (dans le flux de chaleur à l'interface, le transfert de chaleur se fait par conduction). La couche limite de vitesse est utilisée pour déterminer le frottement de la paroi. La couche limite thermique est utilisée pour déterminer le transfert de chaleur par convection. De même, la couche limite de concentration est utilisée pour déterminer le transfert de masse par convection.

La **Figure 18** montre l'écoulement d'un mélange des composants A et B avec une concentration constante spécifiée sur une surface riche en composant A . Une couche limite de concentration se développe. Le gradient de concentration varie de la surface au courant libre. En surface, le transfert de masse se fait par diffusion. Le coefficient de transfert de masse convectif h_m est défini par l'équation, où h_m a une unité de m/s .

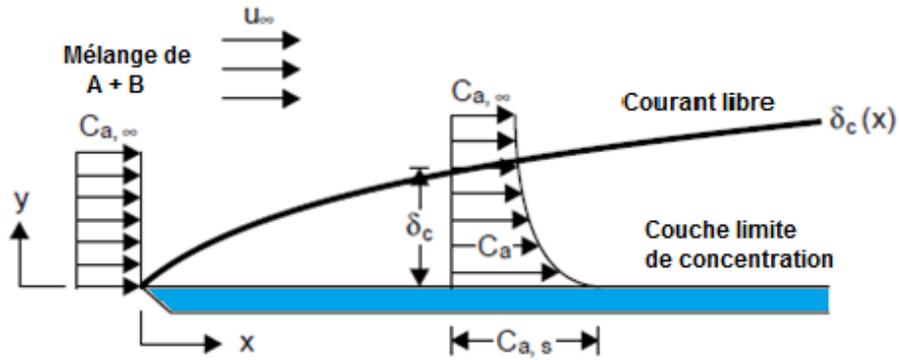


Figure 18. Développement de la couche limite de concentration d'espèces sur une plaque plane.

$$\text{Débit molaire} = h_m(C_{as} - C_{a\infty})$$

La condition de diffusion en surface est donnée par

$$\text{Débit molaire} = -D_{ab} \left. \frac{\partial C_a}{\partial y} \right|_{y=0}$$

$$\therefore h_m = \frac{-D_{ab} \left. \frac{\partial C_a}{\partial y} \right|_{y=0}}{(C_{as} - C_{a\infty})} \quad (\text{V.13})$$

Dans le cas ci-dessus, si le débit massique doit être utilisé, alors

$$h_m = \frac{-D_{ab} \left. \frac{\partial \rho_a}{\partial y} \right|_{y=0}}{(\rho_{as} - \rho_{a\infty})} \quad (\text{V.14})$$

Semblable à l'équation de quantité de mouvement et l'équation d'énergie, l'équation de concentration massique peut être obtenue comme suit:

$$\begin{aligned} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} &= \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \\ u \frac{\partial C_a}{\partial x} + v \frac{\partial C_a}{\partial y} &= D_{ab} \frac{\partial^2 C_a}{\partial y^2} \end{aligned} \quad (\text{V.15})$$

Par similitude, les solutions d'épaisseur de la couche limite pour le transfert de masse convectif peuvent être obtenues. Ceci est similaire au transfert de chaleur par analogie. Dans ce cas, à la place du nombre de Prandtl on considère le **nombre de Schmidt** défini par

$$Sc = \nu / D_{ab} \quad (\text{V.16})$$

Adimensionner l'équation conduit à la condition ci-dessous:

$$\delta_m = f(Re, Sc) \quad (\text{V.17})$$

$$Sh = f(Re, Sc) \quad (\text{V.18})$$

où le **nombre de Sherwood** Sh est défini comme

$$Sh = \frac{h_m x}{D_{ab}}$$

Dans la région laminaire de l'écoulement sur la plaque on a :

$$\delta_{mx} = \frac{5x}{Re_x^{1/2}} \cdot Sc^{-1/3} \quad (\text{V.19})$$

$$Sh_x = \frac{h_{mx} x}{D_{ab}} = 0.332 Re_x^{1/2} Sc^{1/3} \quad (\text{V.20})$$

$$\overline{Sh}_L = \frac{h_m L}{D_{ab}} = 0.664 Re_L^{1/2} Sc^{1/3} \quad (\text{V.21})$$

Dans la région turbulente $Re > 5 \times 10^5$,

$$\delta_m = \delta_v \quad (\text{V.22})$$

$$Sh_x = 0.0296 Re_x^{0.8} Sc^{1/3} \quad (V.23)$$

$$\overline{Sh}_L = 0.037 Re_L^{0.8} Sc^{1/3} \quad (V.24)$$

Pour l'écoulement dans les tubes (conduits),

Dans la région laminaire, $Re < 2000$

Pour une concentration de masse uniforme à la paroi,

$$Sh = 3.66 \quad (14,25)$$

Pour un flux massique uniforme à la paroi

$$Sh = 4.36 \quad (14,26)$$

Pour la région turbulente,

$$Sh = 0.023 Re^{0.83} Sc^{1/3} \quad (V.27)$$

V.4 Similarité entre transfert de chaleur et de masse

Il est possible, à partir de la similitude entre l'équation de convection de chaleur et l'équation de convection de masse, d'obtenir la valeur de h_m . (aussi appelé **nombre de Lewis**)

$$\frac{h}{h_m} = \rho C_p / Le^{2/3} \quad (V.28)$$

où

$$Le = \frac{\alpha}{D} \quad (V.29)$$

Une grande partie des corrélations dans le transfert de chaleur peut être appliquée au transfert de masse dans des conditions similaires, en remplaçant le nombre de Nusselt par le nombre de Sherwood et le nombre de Prandtl par le nombre de Schmidt.

Références

- [1] Cengel Y., Ghajar A., **Heat and Mass Transfer: Fundamentals and Applications**, 6th edition, McGraw-Hill Professional, 2019.
- [2] Incropera F. P., DeWitt D. P., Bergman T. L., Lavine A.S., **Principles of Heat and Mass Transfer**, 7th edition, John Wiley & Sons, avril 2012.
- [3] Lienhard IV J. H., Lienhard V J. H., **A Heat Transfer Textbook**, 5th edition, Dover Publications, Mineola NY, 2019.
- [4] Haddad A., **Transferts thermiques**, Dar-El-Djazairia, Alger, 2001.
- [5] Jannot Y., Moyne C., **Transferts thermiques**, Ecole des mines Nancy, 2012.
- [6] Course n video de [khanacademy.org](https://www.khanacademy.org):
 1. [/science/physics/thermodynamics/specific-heat-and-heat-transfer/v/thermal-conduction-convection-and-radiation](https://www.khanacademy.org/science/physics/thermodynamics/specific-heat-and-heat-transfer/v/thermal-conduction-convection-and-radiation)
 2. [/science/ap-chemistry/thermodynamics-ap/internal-energy-tutorial-ap/v/specific-heat-and-latent-heat-of-fusion-and-vaporization-2](https://www.khanacademy.org/science/ap-chemistry/thermodynamics-ap/internal-energy-tutorial-ap/v/specific-heat-and-latent-heat-of-fusion-and-vaporization-2)
 3. [/science/biology/water-acids-and-bases/water-as-a-solid-liquid-and-gas/v/specific-heat-of-water](https://www.khanacademy.org/science/biology/water-acids-and-bases/water-as-a-solid-liquid-and-gas/v/specific-heat-of-water)
 4. [/science/ap-chemistry/states-of-matter-and-intermolecular-forces-ap/states-of-matter-ap/v/specific-heat-heat-of-fusion-and-vaporization](https://www.khanacademy.org/science/ap-chemistry/states-of-matter-and-intermolecular-forces-ap/states-of-matter-ap/v/specific-heat-heat-of-fusion-and-vaporization)
 5. [/science/in-in-class11th-physics/in-in-phy-kinetic-theory/in-in-kinetic-molecular-theory-of-gas/v/heat-capacity-at-constant-volume-and-pressure](https://www.khanacademy.org/science/in-in-class11th-physics/in-in-phy-kinetic-theory/in-in-kinetic-molecular-theory-of-gas/v/heat-capacity-at-constant-volume-and-pressure)
 6. [/science/physics/work-and-energy/work-and-energy-tutorial/v/thermal-energy-from-friction](https://www.khanacademy.org/science/physics/work-and-energy/work-and-energy-tutorial/v/thermal-energy-from-friction)
 7. [/science/physics/thermodynamics/specific-heat-and-heat-transfer/v/thermal-conductivity-of-metal-and-wood](https://www.khanacademy.org/science/physics/thermodynamics/specific-heat-and-heat-transfer/v/thermal-conductivity-of-metal-and-wood)
 8. [/science/physics/thermodynamics/specific-heat-and-heat-transfer/v/intuition-behind-formula-for-thermal-conductivity](https://www.khanacademy.org/science/physics/thermodynamics/specific-heat-and-heat-transfer/v/intuition-behind-formula-for-thermal-conductivity)
 9. [/science/ap-chemistry/thermodynamics-ap/enthalpy-tutorial-ap/v/chem19-calorimetry](https://www.khanacademy.org/science/ap-chemistry/thermodynamics-ap/enthalpy-tutorial-ap/v/chem19-calorimetry)
 10. [/science/physics/thermodynamics/specific-heat-and-heat-transfer/v/thermal-conduction](https://www.khanacademy.org/science/physics/thermodynamics/specific-heat-and-heat-transfer/v/thermal-conduction)
 11. [/science/physics/work-and-energy/work-and-energy-tutorial/v/conservation-of-energy](https://www.khanacademy.org/science/physics/work-and-energy/work-and-energy-tutorial/v/conservation-of-energy)
 12. [/science/high-school-biology/hs-ecology/trophic-levels/v/flow-of-energy-and-matter-through-ecosystems](https://www.khanacademy.org/science/high-school-biology/hs-ecology/trophic-levels/v/flow-of-energy-and-matter-through-ecosystems)
 13. [/test-prep/mcat/biomolecules/principles-of-bioenergetics/v/heat-transfer-1](https://www.khanacademy.org/test-prep/mcat/biomolecules/principles-of-bioenergetics/v/heat-transfer-1)
 14. [/science/physics/work-and-energy/work-and-energy-tutorial/v/work-energy-problem-with-friction](https://www.khanacademy.org/science/physics/work-and-energy/work-and-energy-tutorial/v/work-energy-problem-with-friction)
 15. [/math/multivariable-calculus/integrating-multivariable-functions/3d-flux/v/conceptual-understanding-of-flux-in-three-dimensions](https://www.khanacademy.org/math/multivariable-calculus/integrating-multivariable-functions/3d-flux/v/conceptual-understanding-of-flux-in-three-dimensions)
 16. [/science/in-in-class10th-physics/in-in-electricity/in-in-electric-power-and-heating-effect-of-current/v/solved-example-calculating-power-heat-dissipated](https://www.khanacademy.org/science/in-in-class10th-physics/in-in-electricity/in-in-electric-power-and-heating-effect-of-current/v/solved-example-calculating-power-heat-dissipated)
 17. [/science/physics/thermodynamics/laws-of-thermodynamics/v/first-law-of-thermodynamics-internal-energy](https://www.khanacademy.org/science/physics/thermodynamics/laws-of-thermodynamics/v/first-law-of-thermodynamics-internal-energy)

18. [/science/high-school-biology/hs-energy-and-transport/hs-passive-and-active-transport/v/diffusion-video](#)
19. [/science/biology/water-acids-and-bases/water-as-a-solid-liquid-and-gas/v/evaporative-cooling](#)
20. [/math/differential-equations/first-order-differential-equations/exponential-models-diff-eq/v/newtons-law-of-cooling](#)
21. [/science/physics/quantum-physics/photons/v/photon-energy](#)
22. [/test-prep/mcat/organ-systems/the-respiratory-system/v/fick-s-law-of-diffusion](#)
23. [/science/high-school-biology/hs-energy-and-transport/hs-passive-and-active-transport/v/concentration-gradients](#)
24. [/science/ap-chemistry-beta/x2eef969c74e0d802:intermolecular-forces-and-properties/x2eef969c74e0d802:ideal-gas-law/v/partial-pressure](#)