تمارين

الإرسال الثاني والثالث

تمرين 1 : هات شعاعا موجها لــ(D) وادرس احتوى النقطة C في (D) لما:

a) (D) : 3x + 5y +m = 0 ; C(3,2) **b) (D)** $\begin{cases} x = 3 + \lambda \\ y = 2 - \lambda \end{cases} ; \lambda \in \mathbb{R}$ **; C(5,3)**

تمرين 2 : نعتبر العائلة : $(D_m) : (2m-1)x + (3-m)y + m + 1$ هل هناك

عناصر من هذه العائلة عمودية لـــــــ **$(\Delta) : x + y - 1 = 0$**

تمرين 3 : أحسب قيم زوايا المثلث (ABC) بحيث في أ.م.م.م. لدينا :

$$A(-1,0);\ B(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2});\ C(\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2})$$

تمرين 4 : هل النقاط التالية في نفس المستوي ؟ في حالة الإيجاب اكتب

المعادلة الديكارتية والوسيطية للمستوي الذي يشمل هذه النقاط :

1) A(1,2,2); B(3,-3,0); C(3,4,1); D(-2,3,1)

2) A(-1,2,4); B(3,-3,0); C(1,3,4) ; D(5,1,-6)

3) A(2,-1,0); B(0,-4,5); C(4,-3,3) ; D(-4,5,1)

تمرين 5 : هات معادلة المستوي (P) المعرف بـــ :

2) (D) : $\begin{cases} x+y-z+3=0 \\ x-y-2=0 \end{cases}$, (D') $\begin{cases} 3x-y-z+5=0 \\ x+y+z+1=0 \end{cases}$

1) A(4,1,-3) , (D): $\begin{cases} x+y-z+3=0 \\ 4x-y+2z=0 \end{cases}$

تمرين 6 : هل المستويات التالية متقاطعة أو متوازية ؟ في الحالة الأولى أعط طبيعة التقاطع :

a) (P) : 5x-y-1 = 0, (P'): z = 3

b) (P) : z = 1, (P') : x-y-2=0, (P''): 4x-2y+z+2=0

c) (P) : 3x-y+2z-5=0, (P'): x-y-3z-7=0, (P''): 4x+2y-z+1

تمرين 7 : أكتب معادلة لمستقيم (D’) الموجه بـــ : (-7,0,1) = $\vec{u}$ وعلى بُعد $\frac{8}{\sqrt{59}}$ من المستقيم المعرف بـــ : (D) : $\begin{cases} x+3y=1 \\ z=1 \end{cases}$

تمرين 8 : هات شعاعا موجها للمستقيم العمودي المشترك لـــ :

(D) $\begin{cases} x+2y+z+3=0 \\ 2x+2y-2z=0 \end{cases}$ (D'): $\begin{cases} x-y+z+7=0 \\ 2x+y-z=5 \end{cases}$

تمرين 9 : نعتبر النقاط :

$A(3,0,0)$; $B(-1,\sqrt{3},0)$; $C(-1,-\sqrt{3},0)$; $D(0,0,2)$

هات شعاعا موجها للمستقيم: (D) : $(ABC) \cap (ADC)$.

تمرين 10 : ليكن المستقيمين المعرفين بـــ :

$$(D) : \begin{cases} y = 3x \\ z = 1 \end{cases} \quad \text{و} \quad (D') : \begin{cases} x = z-1 \\ y = 2z+1 \end{cases}$$

- بين وجود ثنائي وحيد للمستويين $((P),(P'))$ بحيث :

  $D \in P,\ D' \in P',\ P // P'$.

- ثم أكتب المعادلة الديكارتية لــ : (P) و (P') .

تمرين 11 : ليكن المستقيمين المعرفين بـــ :

$$(D): \begin{cases} y = 2x+1 \\ z = 2x-1 \end{cases} \quad \text{و} \quad (D'): \begin{cases} y = x+2 \\ z = x \end{cases} .$$

- أعط كل المستقيمات الموازية لــ : (xoy) والقاطعة لــ : (D) , (zz'),

  (D').

تمرين 12 : لتكن المستقيمات المعرفة بـــ

$$(D_3) \begin{cases} x = a \\ y = -a \end{cases}, \ (D_2) \begin{cases} y = a \\ z = -a \end{cases}, \ (D_1) \begin{cases} z = a \\ x = -a \end{cases}$$ بحيث : $a > 0$.

ليكن $M(a,-a,\lambda)$.

- أكتب جملة معدلات المستقيم (D') المار من M وقاطع لـــ :

(D_2) و (D_1) .

- ليكن $D''(O,(1,1,1))$. هات $\cos\,(\widehat{D',D''})$ و $d(D'D'')$.
- عرف Δ المستقيم العمودي المشترك لـــ : (D') و (D'').
- ليكن $\Delta \cap D' = N$. عين مركبا ت N.
- بين: لما λ يتغير، فـــإن N يستقر في مـــستوي ثابـــت.عـــين ذلـــك المستوي.

تمرين 13 : ليكن المستقيم المعرف بـــ :

$(D)=\begin{cases} x+y+2z-1=0 \\ x-y+z=0 \end{cases}$. أحسب $d(D,(oz))$.

تمرين 5 : أكتب معدلات منصفات الزوايا لـــ :

$(D) : 5x-12y+7=0$ و $(D') : 3x+y-7=0$.

تمرين 14 : ليكن $(P) : ax+by+cz+d=0;$ و $(D_3) : \begin{cases} x=1-z \\ y=1+z \end{cases}$;

$$(D_2) : \begin{cases} x = 1 - 2z \\ y = 1 + 2z \end{cases}$$

$$(D_1) : \begin{cases} x + y = 0 \\ z = 0 \end{cases} ;$$

- أوجد شرط كافي ولازم على : $((a,b,c),d) \in \mathbb{R}_*^3 x\mathbb{R}$، حتى يقطع المستوي (P) المستقيمات $((D_1),(D_2),(D_3))$ في نقاط تكون على استقامة وحيدة.

تمرين 15 : ليكن المستقيمان المعرفان بـــ :

$(D') : 6x=2y=3z$ و $(D) : \begin{cases} x + y + z = 1 \\ x - 2y - z = 0 \end{cases}$

والمستوي $(P) : x+3y+2z=6$.

فهات إسقاط (D) على (P) موازيًا لـــ : (D') .

تمرين 16 : ليكن المستقيمين المعرفبن بـــ :

$(D) : \begin{cases} x - z - a = 0 \\ y + 3z + 1 = 0 \end{cases}$ و $(D') : \begin{cases} x + 2y + z - 2b = 0 \\ 3x + 3y + 2z - 7 = 0 \end{cases}$ و (a,b) من IR^2 .

- هل المستقيمان متوازيان ؟

- أوجد شرطا كافيا ولازما على (a,b) حتى يكنا متقاطعين. فـــي هـــذه الحالة أكتب المعادلة الديكارتية للمستوي المكون من تلك المستقيمين.

تمرين 17 : أوجد طبيعة والعناصر المميزة للتطبيق f المعرف من IR^3 نحو IR^3 بـــــ:

$$\begin{cases} x'=-19x+18y+44z-12 \\ y'= 10x-3y-22z+6 \\ z'=-10x-4y+23z-6 \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} 2x'=-5x-3y+2z-3 \\ 2y'= 3x+y-2z-1 \\ 2z'=-6x-6y+2z-6 \end{cases}$$

تمرين 18 : نعتبر النقاط التالية :

A(3,1,0), B(1,2,1), C0,2,0), D(1,1,3), A'(4,0,2), B'(1,3,2), C'(1,1,1), D'(-1,3,1).

في المعلم $(A;\ \vec{i},\ \vec{j},\vec{k})$ أوجـــد التطبـــيق التـــآلفي الذي يحـــول بالتـــرتيب A, B, C, D إلى A', B', C', D'.

تمرين 19 : ليكن التطبيق f المعرف بالمعادلة التالية :

$$\begin{cases} x'=\frac{\sqrt{3}}{2}x-\frac{1}{2}y-1 \\ y=-\frac{1}{2}x+\frac{\sqrt{3}}{2}y+2 \end{cases}$$

أوجد طبيعة هذا التطبيق وعناصره المميزة.

تمرين 20 : أبحث عن معادلة الدائرة المارة من $A(2,-2)$ ومن الحزمة المعرفة بالدائرتين :

$$C_2 = x^2 + y^2 + 2x = 0 \quad \text{و} \quad C_1 = x^2 + y^2 - 1 = 0$$

تمرين 21 : نعتبر النقطتان $A(a_1,a_2), B(b_1,b_2)$ في $(IR^2; \vec{i}, \vec{j})$ أكتب معادلة الدائرة التي قطرها $[AB]$.

تمرين 22 : لتكن النقطة $A(x_0, y_0)$ ثابتة و (D_m) مستقيم ميله m يمر من $A(x_0, y_0)$ ولتكن $C(O,R)$ دائرة بحث $O(a,b)$ و $R>0$.

- بين أن :

D_m مماس للدائرة C $\Leftrightarrow$ m يحقق معادلة من الدرجة الثانية يطلب تعيينها.

- ناقش حلول هذه المعادلة بالنسبة إلى m

نعتبر في $(IR^2; \vec{i}, \vec{j})$، النقاط التالية مختلة مثنى مثنى : $M(x_0,y_0)$, $O'(a',b'), O(a,b)$ ولتكن C, C' الدائرتين المارتين بالنقطة M .

أحسب $\cos(MO, MO')$ وأستنتج الشرط لكي تكون الدائرتان C, C' متعامدتين.

تمرين 23 : لتكن $C(O)$ دائرة و O مركزها وليكن $[AB]$ وترا و I النقطة المنصفة لتلك الوتر. نعتبر $[MN]$ وترا أخر لـ C يمر من النقطة I. ونعتبر المماس لـ C المران من M, N وقاطعان لـ $[AB]$ على P و Q.

- بين أن الزاويتين $\langle OPI$ و $\langle OQI$ متساويتين.
- أستنتج بان: $IP = IQ$ ثم أن : $AP = BQ$

تمرين 24 : لتكن التطبيق f المعرف من C نحو C بالمعادلة التالية :

$$f(z) = (1+i)z+i$$

عريف طبيعة f.

تمرين 25 : في المستوى المزود بالمعلم م.م.م. $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعرف التطبيق التالي :

$$f(x,y) = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}(-2x+y+2), \frac{1}{\sqrt{5}}(\mathbf{x}+2y-1)\right)$$

- أبحث عن مركبات $(O' ; \vec{i'}, \vec{j'}, \vec{k'})$ صورة $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ عــن طريق التطبيق f.
- ما هي طبيعة f.

تمرين 26 : أدرس التابع f المعرّف بـــــــ : b) $f(x)= \frac{x}{1+x}(\ln|x|)^2$

a) $f(x) = \sqrt[3]{x^2(x-6)}$

تمرين 27 : أرسم Γ بيان f المعرف بــــــ : $f(x) = -x + \int_1^x e^{-t^3} dt$.

تمرين 28 : ليكن a,b,c,d من IR بحيث $c\neq 0$ و $ad-bc\neq 0$ و $y = \frac{ae^x+b}{ce^x+d}$

(Γ): هل (Γ) له مركز تناظر؟ في حالة ما كان الجــواب صــحيح, أكتــب مركباتــ (هم).

تمرين 29 : أوجد نقطة انعطاف للمنحني الوسيطي :

$$\left(\frac{t+1}{t^3}, \frac{t-1}{t^2}\right)$$

وأوجد النقط المستقرة ثم نقطة انعطاف للمنحني الوسيطي :

$$\left(t^2+\frac{2}{t}, t+\frac{1}{t}\right)$$

وعين النقطة المستقرة والنقطة المتضاعفة للمنحني الوسيطي :

$$\left(\frac{t^2}{1+t-t^3},\ ln(1+t^2)\right)$$

تمرين 30 : بحذف المتغير t بين المعادلتين، عرف الأقواس (المنحني)

الوسيطية التالية :

$$\text{a)}\begin{cases} x=\sin t+2\cos t \\ y=\cos t+2\sin t \end{cases} \quad \text{b)}\begin{cases} x=a\cos^4 t \\ y=b\sin^4 t \end{cases}$$

تمرين 31 : أدرس الأقواس الوسيطية التالية :

$$\textbf{b)}\begin{cases} x(t)=\dfrac{2t}{1+t^2} \\ y(t)=\dfrac{4(1-2t)}{(1+t^2)^2} \end{cases} \qquad \text{c)}\begin{cases} x(t)=t-t^3 \\ y(t)=t^2-t^4 \end{cases} \qquad \text{d)}\begin{cases} x(t)=e^{t+\frac{1}{t}} \\ y(t)=e^{t-\frac{1}{t}} \end{cases}$$

$$\textbf{a)}\begin{cases} x(t)=\dfrac{t^2+1}{2t} \\ y(t)=\dfrac{2t-1}{t^2} \end{cases}$$

تمرين 32 : ليكن $I=[-1;+\infty[$ و $f: I\to IR^2$ التطبيق المعرف بـــ :

$$\forall\, t\in I,\ f(t)=\left(\frac{1-t^2}{1+t^2},\frac{1-t^2}{1+t^2}\right)$$

- أرسم f.
- بين أن f تقابل ومستمر من I نحو f(I)، غير أن التطبيق العكسي غير مستمر.

تمرين 33 : أرسم المنحنى G المعرف بـــ :

$$\begin{cases} x(t) = (1-t)^2 e^t \\ y(t) = 2(1-t)e^t \end{cases}$$

ثم أحسب الفاصلة المنحنية في كل نقطة من G، بأخذ G كمبدأ نقطة من المنتسبة لـــ t=1.

أحسب الطول L للحلقة لـــــ G (أستعمل تكامل على المجال $]-\infty,1[$).

تمرين 34 : لتكن الدائرة (C) في معلم م. م. م. مركزها $\Omega(1,0)$ ونصف قطرها 1− ولتكن النقطة $A(-3,2)$.

1) هل توجد مماسات للدائرة (C) تشمل النقطة $A(-3,2)$.

2) أوجد مماسات الدائرة (C) التي ميلها 1.

35. لتكن النقطتين $A(a_1,a_2)$ و $B(b_1,b_2)$ من المستوي التآلفي الأقليدي .

عين معادلة الدائرة التي قطرها AB.

36. لتكن $M_0(x_0, y_0)$ نقطة مثبتة و D_m مستقيم ميله m ويمر بـــ M_0.

1. برهن على أن، حتى يكون D_m مماسا لدائرة معطاة ذات مركز $\Omega(a,b)$ ونصف قطرها r، يلزم ويكفي أن يحقق m معادلة من الدرجة الثانية يطلب تعيينها ومناقشة حلولها.

2. عين النقط التي يمكن منها تعيين مماسين متعامدين للدائرة.

37. لتكن النقط $A(a,0,0)$ و $B(0,b,0)$ و $A(0,0,c)$ في معلم م. م.م. عين r نصف قطر الدائرة المرسوم حولها المثلث ABC بدلالة a,b,c.

38. 1. لتكن، في المستوي التآلفي الأقليدي، النقاط $M_0(x_0, y_0)$ و $\Omega(a,b)$ و $\Omega'(a',b')$ مختلفة.

أكتب معادلتي الدائرتين (C) (على التوالي (C')) المارتين بـــ M_0.

2. أحسب $\cos(M\Omega, M\Omega')$، استنتج الشرط لكي تكون (C) و (C') متعامدتين.

3. بكتابة معادلتي (C) و (C') على الشكل :

$$(C) \qquad x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$$

$$(C') \qquad x^2 + y^2 - 2a'x - 2b'y + c' = 0$$

عبر عن الشرط (2) بدلالة العوامل a,b,c,a',b',c'.

39. أكتب معادلة للدائرة (C) التي تشمل النقط الثلاث التالية :

$A(0,1)$ و $B(0,5)$ و $C(-1,0)$

1. تحقق أن المبدأ O داخل الدائرة (C).
2. أكتب معادلة للمستقيم الذي يشمل O يقطع الدائرة (C) في نقطتين M' و M'' بحيث تكون O منتصف القطعة $[M'M'']$، عين أحداثتي كل من النقطتين M' و M''.
3. عين النقطتين N' و N'' من الدائرة (C) حتى يكون ميلا المماسين للدائرة (C) في N' و N'' مساويين -1.

مواضيع عامة (أعطيت كفروض)

الموضوع 1.

التمرين

ليكنا A_i و $i=1,2$ معرفا بـــــ :

$$A_1 = \sqrt[3]{2}\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 1 \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \qquad A_2 = -\frac{1}{4}\begin{pmatrix} 3 & 1 & \sqrt{6} \\ 1 & 3 & -\sqrt{6} \\ -\sqrt{6} & \sqrt{6} & 2 \end{pmatrix}$$

1- أحسب محدد A_i $i=1,2$

2- عين i_0 حتى يكون التطبيق الخطي f_{i_0} المرتبط بـــ A_{i_0} تقايسا. ما هي

طبيعة f_{i_0} ؟ و هات خصائص f_{i_0}

3- لتكن (Π_1) مجموعة النقاط الصامدة بـــــ f_{i_0} و(Π_2) المستقيم المار

من $(0,0,0)$ و موجه بــــ $\vec{v} = (0,1,1)$

اكتب معادلتي المستقيمين المنصفين لـــــ (Π_1) و (Π_2).

المسألة :

ليكن (Γ) المنحني البياني الممثل بالتمثيل الوسيطي

$$f(t)=\begin{cases} x(t)=2\cos(t)+\cos(2t) \\ y(t)=2\sin(t)-\sin(2t) \end{cases}$$

1. أعط المجال المفيد لدراسة f مع التعليل.

2. أثبت أن :

$$f'(t)=\begin{cases} x'(t)=-2\sin t(1+2\cos t) \\ y'(t)=2(1-\cos t)(1+2\cos t) \end{cases}$$

f نقطتين مستقرتين يطلب تعيين طبعتيهما ثم أعط جدول تغيـــرات f

استنتج أن لـــــ

3. أرسم المنحني (Γ).

4. ليكن R الدوران الذي زاويته $\frac{2\pi}{3}$ و مركزه المبدأ O.

a− أكتب مصفوفة الدوران R في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

b− ليكن (Γ') صورة (Γ) بالدوران R و g التمثيل الوسيطي له

. أثبت أن

$$g(t)=\begin{cases} u(t)=2\cos\left(\frac{2\pi}{3}+t\right)+\cos2\left(\frac{2\pi}{3}+t\right) \\ v(t)=2\sin\left(\frac{2\pi}{3}+t\right)-\sin2\left(\frac{2\pi}{3}+t\right) \end{cases}$$

نقول عن (Γ) أنه صامد بالدوران R إذا وجد تغيير وسـيطي ψ يحقق $g(t)=f\left(\psi(t)\right)$.

استنتج أن (Γ) صامد بالدوران R .

c- ماذا يمكن استنتاجه بالنسبة لميدان درا سة f ؟

5. احسب الفاصلة المنحنية لـ f بأخذ كمبدأ النقطة من (Γ) المرفقة بـ $t=0$

(لاحظ أن : $2\cos(a)\sin(\frac{a}{2})=\sin(\frac{3a}{2})-\sin(\frac{a}{2})$)

احسب L طول (Γ) إذا علمت أن $L=3L_1$ ، حيث L_1 هو طول القوس من (Γ) المحدد بالنقطتين $(3,0)$ ، $\left(-\frac{3}{2},\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$.

الموضوع 2.

التمرين الأول : ليكن m عددا حقيقيا معطى، نرمز بـــ C_m لمجموعة النقاط التي تحقق المعادلة الديكارتية :

$$mx^2 + y^2 - 4x = 0$$

1. عين قيم m التي تجعل C_m قطعا ناقصا.
2. أرسم C_2 في معلم متعامد ومتاجنس وموجه $(O,\vec{i},\vec{j})$، وأعط خصائصه.

التمرين الثاني : ليكن $a \in IR^*$ والمنحني (القوس) الوسيطي f –مساره Γ – المعرف بـــ

$$f(t) = (x, y) = (a(t - \sin t), a(1 - \cos t))$$

1. عين S الفاصلة الوسيطية على Γ .
2. أحسب طول القوس من $t = 0$ إلى $t = 2\pi$.

التمرين الثالث : ليكن f المنحني (القوس) الوسيطي في IR^2 المعطى بـــ

$$f(t)=(x,y)=(t^2+\frac{2}{t},t^2+\frac{1}{t^2}))$$

1. أعط جدول تغيرات $x(t)$ و $y(t)$.
2. عين شكل Γ – مسار f– في جوار النقطة *f(1)*.
3. عين الخطوط المقاربة لـــ Γ وحدد وضعية Γ بالنسبة لهذه الخطوط.
4. بين أن $(5, 6)$ نقطة مزدوجة (مضاعفة).
5. أرسم Γ بشئ من العناية.

التمرين الرابع : ليكن، في معلم متعامد ومتجانس وموجه $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، المستقيمات:

$$D_3\begin{cases}z=0\\x=1\end{cases}\quad، \quad D_2\begin{cases}y=0\\z=1\end{cases}\quad، D_1\begin{cases}x=0\\y=1\end{cases}$$

1. عين كل المستقيمات D من التي تتقاطع مع المستقيمات D_1 و D_2 و D_3 .
2. عين مجموعة نقاط المشكلة للمسقط العمودي H لـــ O علـــى المـــستقيم D .

الموضوع 3

التمرين الأول : نعتبر في معلم م. م. م، المستويين (P) و (Q) معرفان بالمعادلتين

$$(P) : 2x - 3y + z - 4 = 0$$

$$(Q) : 2x + y - z + 1 = 0$$

ولتكن A نقطة إحداثيتها (1- ,1 ,3-) وليكن (R) المستوي الذي يشمل النقطة A ومتعامد على كل من (P) و (Q).

1. عين شعاعين $\vec{U}$ و $\vec{V}$ عموديين على (P) و (Q) على التوالي، أحسب عندئذ $\vec{V} \wedge \vec{U}$. ثم استنتج ان (P) و (Q) غير متوازيين.
2. برهن على أن $\vec{V} \wedge \vec{U}$ هو الشعاع الموجه للمستقيم المشترك بين المستويين (P) و (Q).
3. عين المعادلة الديكارتية للمستوي (R).

التمرين الثاني : ليكن التشاكلين الداخليين T_1 و T_2 في IR^3 ومصفوفتـــهما M_1 و M_2 الأســـــاس القانوني$(i, j, k,)$ ، ومعرفين كما يلي :

$$M_1=\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1/2 & \sqrt{3}/2 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3}/2 & 3/2 & -1 \\ \sqrt{3} & -1 & 0 \end{pmatrix} \text{ ، } \quad M_2=\frac{1}{9}\begin{pmatrix} 8 & 1 & -4 \\ -4 & 4 & -7 \\ 1 & 8 & 4 \end{pmatrix}$$

1. بين أن M_1 و M_2 متعامدتين.
2. أوجد المجموعة الثابتة لكل من T_1 و T_2 .
3. استنتج طبيعة كل من T_1 و T_2 ، وأعط خصائص كل منهما.

التمرين الثالث : نعتبر في معلم م.م.م، (P) المستوي العمودي على الشعاع $\vec{V}(1,1,2)$ ويمر بالنقطة $A=(1,2,2)$.

وليكن المستقيم $D_1=\left(A_1(1,1,1),\vec{U}_1(1,1,0)\right)$ **و** $M_0=(1,2,3)$.

1. أكتب المعادلة الديكارتية لكل من $(P),(D_1)$.
2. أوجد كل معادلات المستقيم $D(B,\vec{U})$ بحيث $(D//P)$ **و** $D\cap D_1\neq O$ **و** $d(M_0,D)=10\sqrt{3}$.

علما أن

$$d(M_0,D)=\frac{\left\|\vec{U}\wedge BM_0\right\|}{\left\|\vec{U}\right\|} .$$

التمرين الرابع : ليكن المستقيم المعرف بـــ

$$(D)\begin{cases} x-3y+z+2=0 \\ x+y-2z=0 \end{cases}$$

1. أكتب المعادلة الوسطية للمستقيم $(D(A,\ \vec{w}))$.
2. عين نقطة المسقط العمودي للنقطة A على المستوي (P) الذي معادلته $x+3y+z=0$.
3. استنتج المعادلة الديكارتية للمسقط العمودي (D_1) للمستقيم (D) على (P).

الموضوع 4

التمرين الأول : ليكن $(a,m)\in(IR_+^*)^2$ والمستقيمين المعرفين في بـــ.

$$(D_2)\begin{cases} y=-mx \\ z=-a \end{cases} \quad \text{و} \quad (D_1)\begin{cases} y=mx \\ z=a \end{cases}$$

عين كل المستقيمات التي تتقاطع مع (D_1) و (D_2) وعلى نفس الزاوية.

التمرين الثاني : عين المعادلة الديكارتية للدائرة الناتجة عن تقاطع الكرة التي معادلتها :

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0$$

والمستوي الذي معادلته : $2x + y - 2z - 4 = 0$.

التمرين الثالث : : ليكن التشاكل الداخلي T في IR^3 ومصفوفته M في الأساس القانوني$(i, j, k,)$ ، معرفة كما يلي :

$$M = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1/2 & \sqrt{3}/2 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3}/2 & 3/2 & -1 \\ \sqrt{3} & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

4. بين أن M متعامدة.

5. أوجد المجموعة الثابتة لـــ T .

6. استنتج طبيعة T وأعط خصائصها.

التمرين الرابع: ليكن $a \in IR^*$ والمنحني **(القوس)** الوسيطي f مساره Γ المعرف بــــ

$$f(t)=(x,y)=(2a\sin t-a\sin 2t,2a\cos t+a\cos 2t)$$

3. بين أن $x^2+y^2=a^2+4a^2(1+\cos 3t)$. ثم أستنتج أن المسار Γ يقع بين الدائرتين : $x^2+y^2=a^2$ (C_1) و $x^2+y^2=9a^2$ (C_2)، ثم عين $(C_2\cap\Gamma)$ و $(C_1\cap\Gamma)$.

4. بين أن المسار Γ متناظر بالنسبة إلى أحد محوري الإحداثيات وأنه يمكن اقتصار دراسة f على المجال $[0,\pi]$.

5. أعط جدول تغيرات $x(t)$ و $y(t)$ على المجال $[0,\pi]$، عين ممسات Γ من أجل القيم : $t=0,\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3},\pi$، ثم عين شكل المسار Γ في جوار النقطة $f(\frac{2\pi}{3})$.

6. أرسم المسار Γ.

7. أحسب طول المسار Γ.

المراجع

1. O. ARINO ; C .DELODE ; J. GENET : Géométrie affine et euclidienne, DUNOD, Paris , 2000
2. P. Florent ; G. Lauton ; M. Lauton : *Calcul vectoriel, géométrie analytique* , tomes 1 et 2, Vuibert, Paris, 1981.
3. J. Lelong-Ferand ; J.M. Arnoudiès : *Géométrie et cinématiques*, tome 3, 2e édition, Dunod, Paris, 1977.
4. B. Vitrac: Euclide d'Alexandrie. *Les Eléments*. Vols. 1-4, traductions françaises et commentées, Paris, PUF, Bibliothèques d'histoire des sciences, 1990-2001.