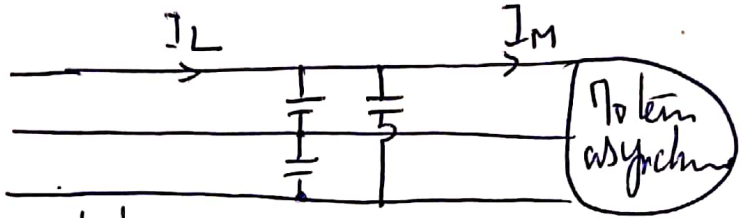


Exo 1:



Ligne d'alimentation
sous tension alternatives
sinusoïdales triphasées
équilibrées 230/400V 50Hz

Trois condensateurs
montés en triangle
chaque condensateur
a une valeur de 23 μ F

Moteur triphasé
équilibré absorbe
une puissance active
de +6 kW et une
puissance réactive
de +35 kVAR

- Calculer la puissance apparente S_M et le courant I_M du moteur ^{eff}
- Calculer le facteur de puissance de la ligne qui alimente l'ensemble moteur + condensateurs, ainsi que la valeur $I_{L, eff}$.
- Tracer le diagramme vectoriel.

Exo 2 chute de tension dans une ligne de transport d'énergie.

Une ligne triphasée moyenne tension alimente un récepteur

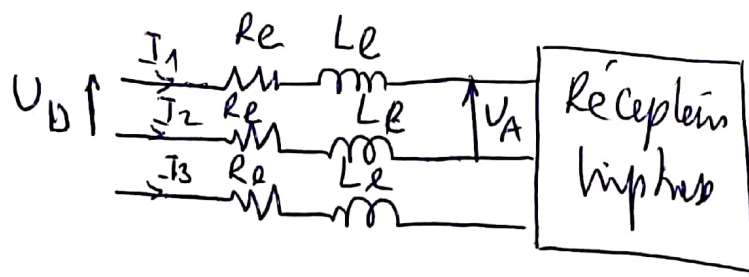
triphase équilibré qui consomme une puissance active

de 4,20 MW et qui impose un facteur de puissance

de 0,938. Chaque fil de ligne a pour résistance

$R_L = 2,43 \Omega$ et pour inductance $L_L = 11,2 \text{ mH}$

La tension efficace entre phase à l'arrivée de la ligne est $V_A = 20 \text{ kV}$. La fréquence de la tension est 50 Hz.



- 1) Calculer l'intensité I du courant dans un fil de ligne.
- 2) Pour la ligne, calculer :
 - la puissance active consommée.
 - la puissance réactive consommée.
- 3) Pour l'ensemble (ligne + récepteur) calculer :
 - la puissance active consommée.
 - la puissance réactive consommée.
 - la puissance apparente consommée.
- 4) Calculer la chute de tension ΔV due à la ligne.
Donner la valeur de la tension efficace entre phases U_D au départ de la ligne.
- 5) Tracer le diagramme vectoriel.

Exo3 : Alternateur couple au réseau

On considère un alternateur de production de 1000 kVA raccorde à un réseau triphasé en moyenne tension de tension composée $U = 20 \text{ kV}$. L'alternateur est supposé accroché sur le réseau et on considère que les tensions aux bornes de ses trois phases sont fixes et ne dépendent pas du courant qui circule dans la machine. On donne par ailleurs la réaction synchrone de la machine $X_s = 25 \Omega$ et la relation supposée linéaire reliant le courant d'excitation à la force électromotrice interne $E = 75 \cdot I_e$

- 1) Représenter le schéma monophasé équivalent.
- 2) Écrire la relation de maille reliant la force électromotrice \underline{E} , la tension du réseau \underline{V} , la réaction synchrone X_s et le courant \underline{I} .
- 3) Pour une puissance fournie au réseau $P = 800 \text{ kW}$ et une puissance réactive fournie $Q = +600 \text{ kVAR}$ calculer la valeur efficace du courant de ligne I .
- 4) Calculer également le déphasage entre le courant de ligne et la tension simple du schéma monophasé.
- 5) Calculer ainsi la valeur de la force électromotrice interne de l'alternateur, en déduire la valeur du courant d'excitation nécessaire.

Exo 4: Transport de l'énergie électrique:

①

on considère une ligne triphasée de 300 km de longueur telle que $r = g = 0$ et que les constantes linéiques par phase sont: $L = 14 \times 10^{-4} \text{ H/km}$ $C = 10 \times 10^{-9} \text{ F/km}$

Cette ligne fonctionne à la fréquence de 50 Hz.

on veut qu'elle fournisse une puissance apparente totale de 75 MVA avec un facteur de puissance égal à 0,8 (AR) sous une tension de 100 kV par phase

on demande quelles sont alors, pour le générateur, les valeurs du courant et de la tension, on précisera le déphasage de cette tension par rapport à le courant ainsi que le déphasage de la tension aux bornes du générateur par rapport à la tension aux bornes du récepteur

Exo 5: Transformateur monophasé.

La puissance apparente d'un transformateur monophasé 5 kV / 230V, 50 Hz est $S = 21 \text{ kVA}$. La section du circuit magnétique est $S = 60 \text{ cm}^2$ et la valeur maximale du champ magnétique $B = 1,1 \text{ T}$

L'essai à vide a donné les résultats suivants:

$$U_1 = 5000 \text{ V}, U_{20} = 230 \text{ V}, I_0 = 0,5 \text{ A} \text{ et } P_{10} = 250 \text{ W}.$$

L'essai en court-circuit avec $I_{2cc} = I_{2n}$ a donné les résultats suivants:

$$P_{1cc} = 300 \text{ W} \quad U_{1cc} = 200 \text{ V}$$

1) Calculer le nombre de spires N_1 au primaire

- 2) Calculer le rapport de transformation m et le nombre de spires au secondaire.
- 3) Quel est le facteur de puissance à vide de la transformateur ?
- 4) Quel est l'intensité efficace du courant primaire I_{2n} ?
- 5) Déterminer les éléments R_s, Z_s, X_s de la transformateur ?
- 6) Calculer le rendement de la transformateur lorsqu'il délivre un courant d'intensité nominale dans une charge inductive obtenant de puissance 0,83.

Exo 1 : Solution .

$$S_M = \sqrt{P_M^2 + Q_M^2} = \sqrt{6^2 + 3,5^2} = 6,946 \text{ kVA} .$$

$$S_M = \sqrt{3} V_M I_{Meff} \Rightarrow I_{Meff} = \frac{S_M}{\sqrt{3} V_M} = \frac{6946}{\sqrt{3} \times 400} = 10 \text{ A} .$$

$$Q_C = -3 V_{eff}^2 \cdot C \omega .$$

$$Q_C = \sqrt{3} V_{eff} \cdot I_{Ceff} = \sqrt{3} V_{eff} \cdot \frac{V}{\frac{1}{C \omega}}$$

$$Q_C = 3 V_{eff} (I_{Ceff}) = 3 V_{eff} \cdot \frac{I_{Ceff}}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} V_{eff} .$$

$$Q_C = -3 V_{eff} \cdot I_{Ceff} = -3 V_{eff} \cdot \frac{V_{eff}}{Z_C} = -\frac{3 V_{eff}^2}{Z_C} = -\frac{3 V_{eff}^2}{1/C \omega}$$

$$Q_C = -3 V_{eff}^2 C \omega = -3 \times 400^2 \times 23 \times 10^{-6} \times 100 \pi$$

$$Q_C = -3466,56 \text{ VAR} \approx 3467 \text{ VAR}$$

On utilise le théorème de Boucherot :

	Puissance active	Puissance réactive
Moteur	$P_M = +6000$	$Q_M = +3500 \text{ VAR}$
Condensateur	$P_C = 0$	$Q_C = -3467 \text{ VAR}$
Total/ligne	$P_L = +6000$	$Q_L = 33 \text{ VAR}$

$$S_L |_{\text{ligne}} = \sqrt{P_L^2 + Q_L^2} = \sqrt{6000^2 + 33^2} = 6000,04 \text{ VA}$$

$$S_L = \sqrt{3} V_{eff} \cdot I_L \Rightarrow I_L = \frac{S_L}{\sqrt{3} V_{eff}} = \frac{6000}{\sqrt{3} \times 400}$$

$$I_L = 8,66 \text{ A} .$$

Facteur de puissance :

$$\cos \varphi_L = \frac{P_L}{S_L} \approx \frac{6000}{6000} \Rightarrow \varphi_L = 0$$

$$\cos \varphi_{charge} = \frac{P_{ch}}{S_m} = \frac{6000}{6946} \Rightarrow \varphi_{ch} = 30,25^\circ$$

$$\cos \varphi_{ch} = 0,864$$

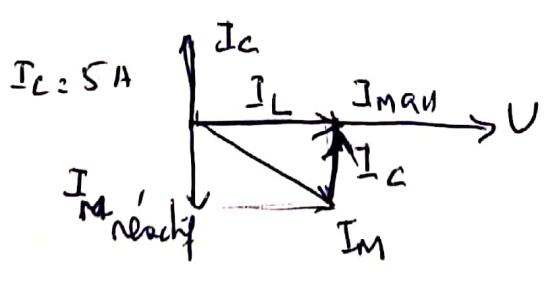
Diagramme :

$$I_{max} = I_m \cos \varphi_{ch} = 10 \times 0,864 = 8,64 A$$

$$I_{m \text{ réel}} = I_m \sin \varphi_{ch} = 10 \times 0,5 = 5 A$$

$$I_c = \sqrt{3} J_c = \sqrt{3} \cdot \frac{U_{eff}}{1 \text{ kW}} = \sqrt{3} \text{ kW Veff} = \sqrt{3} \times 10^6 \times 100 \pi \times 4 \text{ m}$$

$$I_c = 4,9971 \approx 5 A$$



Exo 2: Solution. EXO 2

(3)

1) Intensité efficace I dans courant dans un fil de ligne.

$$P = \sqrt{3} V I \cos \varphi \Rightarrow I = \frac{P}{\sqrt{3} V \cos \varphi}$$

$$I = \frac{4,2 \times 10^6}{\sqrt{3} \times 20 \times 10^3 \times 0,938} = \frac{4200}{\sqrt{3} \times 20 \times 0,938} = \frac{4200}{32,45} = 129,43 \text{ A.}$$

2) Pour la ligne, on calcule:

$$P_{\text{ligne}} = \Delta P = 3 R I^2 = 3 \times 2,43 \times 129,43^2 = 122,12 \text{ kW.}$$

$$\varphi_{\text{ligne}} = \Delta \varphi = 3 L \omega I^2 = 3 \times 11,24 \times 10^{-3} \times 100 \pi \times 129,43^2 = 176,74 \text{ kVAR}$$

3) Pour l'ensemble (ligne + récepteur) on calcule:

$$P_T = P_{\text{ligne}} + P = 122,12 + 4200 = 4322,12 \text{ kW.}$$

$$\varphi_T = \varphi_{\text{lg}} + \varphi = 176,74 + \sqrt{3} \times 20 \times 129,43 \times \sqrt{1 - 0,938^2}$$

$$\varphi_T = 176,74 + \sqrt{3} \times 20 \times 129,43 \times 0,346 = 176,74 + 1549,5 = 1726,22 \text{ kVAR}$$

Le puissance apparente:

$$S_T = \sqrt{P_T^2 + \varphi_T^2} = \sqrt{4322,12^2 + 1726,22^2} = 4654 \text{ kVA.} \\ = 4,65 \text{ MVA.}$$

$$S_T = \sqrt{3} U_D I \Rightarrow U_D = \frac{4654 \text{ kVA}}{\sqrt{3} \times 129,43} = \frac{4654}{223,91} = 20,78 \text{ kV}$$

$$* \Delta V = U_D - U_A = 20,78 - 20 = 0,78 \text{ kV} = 780 \text{ V.}$$

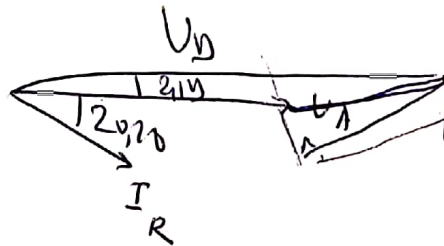
$$\Delta V = \sqrt{3} Z I = \sqrt{3} (R + jX) I = \sqrt{3} \times 243 \times 129,43 + j \sqrt{3} \times 11,2 \times 10^3 \times 129,43$$

$$\Delta V = 544,11 + j 787,46 = 957,11 \angle 55,35^\circ$$

$$V_D = V_A + \Delta V = 2000 + 544,11 + j 787,46 = 20544,11 + j 787,46 = 20559,19 \angle 2,19^\circ$$

$$\tan \theta = \frac{787,46}{20544,11} = 0,0388 \quad \theta = 2,19^\circ$$

$$\cos \varphi_{\text{recept}} = \cos \varphi_R = 0,938 \Rightarrow \varphi_{\text{recept}} = 20,28^\circ$$

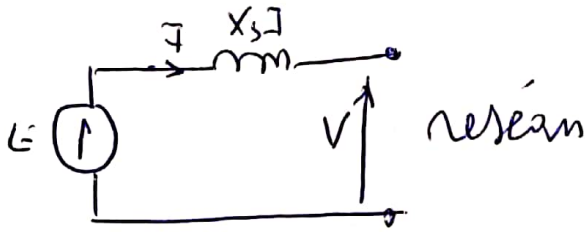


$$\Delta V = \sqrt{3} I \cos \varphi + X I \sin \varphi = \sqrt{3} \times 243 \times 129,43 \times 0,938 + \sqrt{3} \times 11,2 \times 10^3 \times 129,43 \times 0,346$$

$$\Delta V = 510,37 + 272,46 = 782,83$$

$$V_D = V_A + \sqrt{3} Z I = V_A + \sqrt{3} (R + jX) I = (R \cos \varphi + X \sin \varphi) \sqrt{3} I + V_A + j (X \cos \varphi - R \sin \varphi) \sqrt{3} I$$

1)



2) La relation $E = V + jX_s I$

3) $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$; $I = \frac{S}{\sqrt{3}U} = \frac{\sqrt{P^2 + Q^2}}{\sqrt{3}V} = \frac{\sqrt{800^2 + 600^2}}{\sqrt{3} \times 20}$

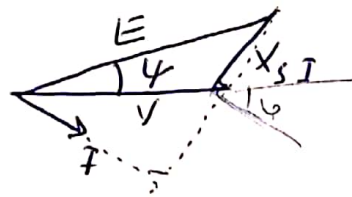
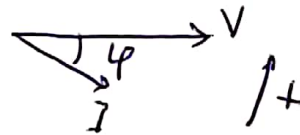
$I = \frac{1000}{\sqrt{3} \times 20} = \frac{50}{\sqrt{3}} = 28,86 \approx 28,9 \text{ A}$

4) Le déphasage se déduit directement, en Valem et en signe de la puissance réactive consommée par le réseau

$Q = +600 = \sqrt{3} V I \sin \varphi \Rightarrow \sin \varphi = \frac{+600}{\sqrt{3} \times 20 \times 28,9}$

$\sin \varphi = \frac{+600}{999,94} \approx \frac{600}{1000} = \frac{Q}{S} = 0,6 \Rightarrow$

$\varphi = +36,86^\circ$



$E \cos \varphi = V + X_s I \sin \varphi$

$E \sin \varphi = X_s I \cos \varphi$

$\tan \varphi = \frac{X_s I \cos \varphi}{V + X_s I \sin \varphi} = \frac{25 \times 28,9 \times 0,8}{\frac{1000}{\sqrt{3}} + 25 \times 28,9 \times 0,6} = \frac{578}{11560,7 + 433,5} = \frac{578}{11994,2} = 0,048$

$$\varphi = 27^\circ$$

$$E \cos \varphi = V + X_s I \sin \varphi$$

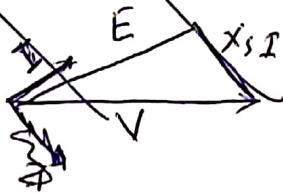
$$E \sin \varphi = X_s I \cos \varphi \Rightarrow E = \frac{X_s I \cos \varphi}{\sin \varphi}$$

$$E = \frac{25 \times 28,9 \times 0,8}{0,047} = \frac{578}{0,047} = 12297$$

$$E = \frac{V + X_s I \sin \varphi}{\cos \varphi} = \frac{\frac{20000}{\sqrt{3}} + 25 \times 28,9 \times 0,6}{0,998} = 11994 \text{ V}$$

$$E = 75 I_e \Rightarrow I_e = \frac{E}{75} = \frac{11994}{75} = 159,92 \approx 160 \text{ A}$$

6) Si on augmente I_e on trouve, en $E = \frac{11994}{2} = 5997 \text{ V}$
 $\approx 6000 \text{ V}$



Exo 4: solution Exo 4 11 → 160 → 3,14 0,35 ①

Les constantes caractéristiques de la ligne sont telles que:

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{zy}$$

$$z = R + j\omega L = j\omega L$$

$$y = G + j\omega C = j\omega C \Rightarrow \gamma = \sqrt{j\omega L \cdot j\omega C} = j\omega \sqrt{LC}$$

$$\beta = \omega \sqrt{LC} = 2\pi f \sqrt{LC} = 2\pi \times 50 \times \sqrt{14 \times 10^{-4} \times 10 \times 10^{-9}}$$

$$\beta = 314 \sqrt{14 \times 10^{-12}} = 314 \times \sqrt{14} \times 10^{-6} = 11,74 \times 10^{-4} \text{ rad/km}$$

$$\beta l = 11,74 \times 10^{-4} \times 300 = 3522 \times 10^{-4} = 0,35 \text{ rad} = 20^\circ$$

$$180^\circ = \pi \rightarrow 3,14 \text{ rad}$$

$$x \leftarrow 0,35 \text{ rad} \quad x = \frac{180 \times 0,35}{3,14}$$

la longueur d'onde

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{0,35} = \frac{2\pi}{11,74 \times 10^{-4}} = \frac{2\pi \times 10^4}{11,74} = 5349 \approx 5350 \text{ km}$$

$$l \leq \lambda \quad 300 < 5350 \text{ km}$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{z}{y}} = \sqrt{\frac{14 \times 10^{-4}}{10 \times 10^{-9}}} = \sqrt{\frac{14 \times 10^{-4}}{10^{-8}}} = \sqrt{14 \times 10^4} = \sqrt{14} \times 10^2 = 374 \Omega$$

$$V(l) = V_s = \left(\frac{V_R + Z_c I_R}{2} \right) e^{\gamma l} + \left(\frac{V_R - Z_c I_R}{2} \right) e^{-\gamma l}$$

$$I_s = \frac{1}{Z_c} \left[\left(\frac{V_R + Z_c I_R}{2} \right) e^{\gamma l} - \left(\frac{V_R - Z_c I_R}{2} \right) e^{-\gamma l} \right]$$

(2)

$$V_s = (\cosh \alpha l) V_R + (Z_c \sinh \alpha l) I_R$$

$$I_s = \left(\frac{1}{Z_c} \sinh \alpha l \right) V_R + (\cosh \alpha l) I_R$$

$$\alpha = j\beta \quad (\alpha = \omega l)$$

$$V_s = (\cosh j\beta l) V_R + Z_c (\sinh j\beta l) I_R$$

$$I_s = \left(\frac{1}{Z_c} \sinh j\beta l \right) V_R + (\cosh j\beta l) I_R$$

$$V_s \Rightarrow \cosh j\beta l = \cos \beta l$$

$$\sinh j\beta l = j \sin \beta l$$

$$V_s = (\cos \beta l) V_R + j Z_c (\sin \beta l) I_R$$

$$I_s = \frac{1}{Z_c} j \sin \beta l V_R + (\cos \beta l) I_R$$

$$I_R = \frac{S_R}{3 V_R} = \frac{75}{3 \times 110} = \frac{25 \times 10^3}{110 \times 10^3} = 250 \text{ A}$$

$$\cos \beta l = 0.8 \quad \beta l = 36.8^\circ$$

$$\cos \beta l = \cos 20^\circ = 0.9397$$

$$\sin \beta l = \sin 20^\circ = 0.342$$

$$V_s = 0.9397 \times 110 + j 374 \times 0.342 \times 250 = 103.37 + j 31740$$

$$V_s = 93.37 + 10^3 + j 25581 + 19186$$

$$V_s = 93390 + 19186 + j 25581 = 112576 + j 25581$$

$$|V_s| = 115,94 \text{ kV} \quad \underline{1274}$$

$$I_s = \frac{1}{Z_c} (I_{m1} j \beta l) V_R + (C_{mh} j \beta l) I_R$$

(3)

$$I_s = \frac{1}{374} (j \text{ m} \beta l) V_R + (60 \beta l) I_R$$

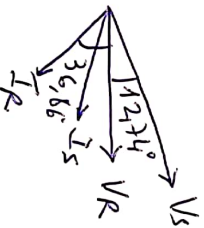
$$I_s = \frac{1}{374} (j \text{ m} 2 \beta l) V_R + (60 \beta l) I_R$$

$$I_s = \frac{1}{374} j (0.342) V_R + (0.939) I_R$$

$$I_s = \frac{1}{374} j 0.342 \times 100 \times 10^3 + (0.939) \cdot 95 \angle (0.8 - j 0.6)$$

$$I_s = 91.44 j + 187.6 - j 140.86$$

$$I_s = 187.6 - j 49.42 = 194.19 \angle -14.74^\circ$$



$$S_s = 3 V_s I_s^* = 3 \times 100 \times 95 \angle (-36.86)^\circ$$

$$S_R = \underbrace{300 \times 10^3}_{36.86^\circ} \angle (36.86)^\circ = 75 \angle (76.86)^\circ = 75 \angle (0.8 + j 0.6)$$

$$S_s = (60 + j 45) \text{ MVA}$$

$$S_s = 3 V_s I_s^* = 3 \times 115,944 \times 194.19 \angle (14.74 + 14.74)^\circ$$

$$S_s = 3 \times 115,944 \times 194.19 \angle 29.48^\circ$$

$$= 67.5 \text{ MVA} \angle 29.48^\circ = 59.93 + j 31.16$$

$$A = \cosh \gamma l$$

$$B = Z_c \sinh \gamma l = Z_{\pi} \quad (4)$$

$$\frac{1 + Z_{\pi} Y_{\pi}}{2} = \cosh \gamma l$$

$$B = Z_{\pi} = Z_c \sinh \gamma l$$

$$Y_{\pi} = \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{Z_{\pi} Y_{\pi}}{2}} = \cosh \gamma l$$

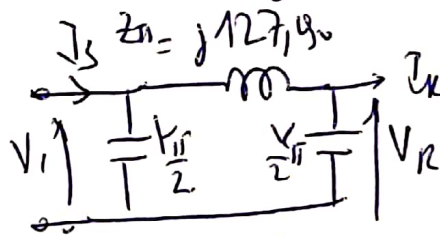
$$1 - Z_{\pi} \frac{Y_{\pi}}{2} = \cosh \gamma l \Rightarrow$$

$$\frac{Y_{\pi}}{2} = \frac{\cosh \gamma l - 1}{Z_{\pi}}$$

$$\frac{Y_{\pi}}{2} = \frac{\cosh \gamma l - 1}{Z_c \sinh \gamma l}$$

$$Z_{\pi} = j Z_c \sinh \beta l = j 374 \sin 2^{\circ} = j 374 \times 0.342 = j 127,9 \Omega$$

$$\frac{Y_{\pi}}{2} = \frac{\cos j \beta l - 1}{Z_{\pi}} = \frac{0.939 - 1}{j 127,9 \Omega} = \frac{-0,061}{j 127,9 \Omega} = +j 4,76 \times 10^{-4}$$



$$V_s I_c = V_s \cdot \frac{V_r}{2} \cdot Y_{\pi} = V_s^2 \frac{Y_{\pi}}{2} = 115,44^2 \times 4,76 \times 10^{-4} = 3,20 \text{ MVAR} \\ 6,4 \text{ MVAR}$$

$$V_r I_c = V_r \cdot \frac{V_r}{2} \cdot \frac{Y_{\pi}}{2} = V_r^2 \frac{Y_{\pi}}{2} = 100^2 \times 4,76 \times 10^{-4} = 4,76 \text{ MVAR}$$

$$\Phi_c = 6,4 + 4,76 = 11,16 \text{ MVAR}$$

$$\Phi_{c \text{ total}} = 3 \times 11,16 = 33,46 \text{ MVA}$$

1) En utilisant le théorème de Boucherot. ^{Solnt Transform magp}

①

$$V_1 = 4,44 N_1 f S B_{max}$$

Exo 5

$$N_1 = \frac{V_1}{4,44 f \times S \times B_m} = \frac{5000}{4,44 \times 50 \times 60 \times (10^{-2})^2 \times 1,1}$$

$$N_1 = \frac{5000}{1,465} = 3413 \text{ spires.}$$

$$2) m = \frac{V_2}{V_1} = \frac{230}{5000} = 0,046$$

$$m = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow N_2 = m N_1 = 0,046 \times 3413 = 157 \text{ spires.}$$

$$3) P_{10} = V_1 I_{10} \cos \varphi_{10} \Rightarrow \cos \varphi_{10} = \frac{P_{10}}{V_1 I_{10}} = \frac{250}{5000 \times 0,5} = \frac{250}{2500} = 0,1$$

$$\varphi_{10} = 84,26^\circ$$

$$I_{10a} = I_{10} \cos \varphi_{10} = 0,5 \times 0,1 = 0,05 \text{ A.}$$

$$I_{10r} = I_{10} \sin \varphi_{10} = 0,5 \times 0,995 = 0,497 \text{ A.}$$

$$4) S_n = V_{1n} I_{1n} = V_{2n} I_{2n} \Rightarrow I_{2n} = \frac{S_n}{V_{2n}} = \frac{21 \times 10^3}{230} = 91,3 \text{ A.}$$

$$5) R_s = \frac{P_{icc}}{I_{2cc}^2} = \frac{P_{icc}}{I_{2n}^2} = \frac{300}{91,3^2} = \frac{300}{8335,7} = 0,036 \Omega = 36 \text{ m}\Omega.$$

$$Z_s = \frac{m V_{icc}}{I_{2cc}} = \frac{0,046 \times 200}{91,3} = \frac{9,3}{91,3} = 0,1 \Omega.$$

$$X_s = \sqrt{Z_s^2 - R_s^2} = \sqrt{0,1^2 - (0,036)^2} = \sqrt{0,01 - 0,0013} = 0,093 \Omega$$

$$V_{20} = V_2 + R_s I_2 \cos \varphi_2 + X_s I_2 \sin \varphi_2$$

$$\Delta V = V_{20} - V_2 = R_s I_2 \cos \varphi_2 + X_s I_2 \sin \varphi_2$$

(2)

$$\varphi_2 = 33,5^\circ$$

$$\Delta V = 0,036 \times 91,3 \times 0,83 + 0,093 \times 91,3 \times 0,558$$

$$\Delta V = 2,72 + 4,74 = 7,46 \text{ V}$$

$$V_2 = V_{20} - \Delta V = 230 - 7,46 = 222,54 \text{ V}$$

$$P_2 = V_2 I_2 \cos \varphi_1 = 222,54 \times 91,3 \times 0,83 = 16863,86 = 16,86 \text{ kW}$$

$$P_1 = P_2 + P_F + P_C$$

$$P_F = P_{10} = 3 \text{ W} \cdot 250 \text{ W}$$

$$P_C = R_s I_{2r}^2 = 0,036 \times 91,3^2 = 3 \text{ W}$$

$$P_1 = 16860 + 3 \text{ W} + 250 = 17410 \text{ W}$$

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{16860}{17410} = 0,968 = 96,8\%$$