جامعة الشهيد حمه لخضر الوادي
كلية العلوم الدقيقة
قسم الفيزياء

تمارين العمل الشخصي
لمقياس ميكانيك الكم

السنة الثانية
ليسانس فيزياء
2020-2019

التمرين الأول:

لنعتبر توزيع غوص

$$p(x) = Ae^{-\lambda(x-a)^2}.$$

حيث A و λ ثابتان حقيقيان موجبان.

1. بإستعمال شرط التنظيم عين A ثم أرسم الدالة $p(x) =$.
2. أحسب القيمة المتوسطة لـ x و x^2 ثم إستنتج σ_x.

التمرين الثاني:

الدالتان $\varphi_0(x)$ و $\varphi_1(x)$ هما دالتان ذاتيتان لمؤثر الطاقة H مرفقتان على الترتيب بالقيمتين الذاتيتين E_0 و E_1 و معرفتان كالآتي:

$$\varphi_0\left(x\right) = C_0 \; e^{-\alpha x^2} \qquad , \qquad \varphi_1\left(x\right) = C_1 \; x e^{-\alpha x^2}$$

1. عين الثابتين C_0 و C_1.
2. بين أن هاتين الدالتين تحققان شرط التعامد.
3. إذا كان مؤثر طاقة الكمون هو $V(x) = \frac{1}{2}kx^2$، فعين القيمتين الذاتيتين E_0و E_1.
4. أحسب القيمة المتوسطة لكل من x و x^2 و p_x و p_x^2 على $\varphi_0(x)$ ثم $\varphi_1(x)$.

التمرين الثالث:

لتكن لدينا الدوال التالية: e^{ikx} و $e^{\alpha x}$ و $\sin(kx)$.

1. أي هذه الدوال هي دوال ذاتية للمؤثر $\frac{d}{dx}$.
2. عين قيمه الذاتية.

التمرين الرابع:

الدوال الذاتية لمؤثر طاقة جسيم حر داخل بئر كموني لا نهائي عرضه a هي من الشكل:

$$\varphi_n\left(x\right) = \sqrt{\frac{2}{a}}\sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right).$$

1. نفترض أن الجسيم في اللحظة $t=0$ كانت الدالة التي تصف أحواله هي

$$\psi(x,0)=C_1\varphi_1(x)+C_2\varphi_2(x)+C_3\varphi_3(x).$$

حيث $C_2=C_3=C_1/\sqrt{2}$

(ا) أحسب C_1 حتى تكون $\psi(x,0)$ منظمة.

(ب) ماهو إحتمال وجود الجسيم بالطاقة E_1 و ما هو إحتمال وجوده بالطاقة E_2 و ما هو إحتمال وجوده بالطاقة E_3.

(ج) أحسب القيم المتوسطة التالية: $\langle x\rangle$، $\langle p_x\rangle$، $\langle H\rangle$.

(د) قارن القيمة المتوسطة لمؤثر الطاقة H بـ E_1 و E_2 و E_3.

2. إذا كان الجسيم موجود بطاقة E_n حيث n كيفي.

(ا) أحسب $\langle x\rangle$، $\langle x^2\rangle$، $\langle p_x\rangle$، $\langle p_x^2\rangle$.

(ب) أحسب σ_x و σ_{p_x} ثم تأكد من تحقق مبدأ عدم الإرتياب.

(ج) أي الحالات لها أقل إرتياب.

التمرين الخامس:

إذا كانت الدالة الموجية $\psi(x,t)$ منظمة عند اللحظة $t=0$، أي

$$\int_{-\infty}^{+\infty}|\psi(x,0)|^2\,dx=1.$$

فأثبت أن الدالة الموجية $\psi(x,t)$ تبقى منظمة عند أي لحظة أخرى t، أي

$$\int_{-\infty}^{+\infty}|\psi(x,t)|^2\,dx=1.$$

مساعدة:

- أولا: قم بحساب المشتق $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{-\infty}^{+\infty}|\psi(x,t)|^2\,dx=\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\partial}{\partial t}|\psi(x,t)|^2\,dx$.
- ثانيا: إستعمل معادلة شرودينغر.
- ثالثا: إستعمل خاصية إنعدام الدالة الموجية $\psi(x,t)$ عند $\pm\infty$.

التمرين السادس:

1. A و B و C ثلاث مؤثرات خطية، أثبت أن

- $[A,B]^+=[B^+,A^+]\,,\quad [A,B^n]=nB^{n-1}[A,B]$.
- إذا كان $[A,[A,B]]=[B,[A,B]]=0$ فإن $[A,F(B)]=[A,B]\,F'(B)$.

2. أحسب المبدلات التالية:

$[p_x,g(x)]\,,\quad [x,f(p)]\,,\quad [p_x,x^n]\,,\quad [x,p_x^n]$.