التمرين الأول:

نعرف المؤثرين التاليين :

$$A = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} + x \qquad B = \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2} + 2x\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} + x^2$$

1. عين الدوال الذاتية للمؤثر A. هل طيف القيم الذاتية متقطع اومستمر؟
2. بين أن الدوال الذاتية للمؤثر A هي أيضا دوال ذاتية للمؤثر B.
3. أحسب القيم الذاتية للمؤثر B.
4. إعتبر دالة ما $f(x)$ ثم أثر عليها بالمؤثر AB ثم بالمؤثر BA، ماذا تستنتج؟

التمرين الثاني:

1. إذا كان $[A,B]=1$ فأحسب المبدلان $[A,B^2]$ و $[A^2,B]$ ثم إستنتج ناتج المبدلان $[A,B^n]$ و $[A^n,B]$.
2. إذا كان H مؤثر الطاقة لجسيم حر فأحسب:

$$[H,p_x]\,,\quad [H,P_y]\,,\quad [H,p_z]\,,\quad [H,x]\,,\quad [H,y]\,,\quad [H,z]$$

3. إذا كان مؤثر الطاقة H معطى بـ

$$H = \frac{p_x^2}{2m} + V(x).$$

فأعد حساب مبدلات السؤال 2.

التمرين الثالث:

الدوال الذاتية لمؤثر طاقة جسيم حر داخل بئر كموني لا نهائي عرضه a هي من الشكل:

$$\varphi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}}\sin\Big(\frac{n\pi}{a}x\Big).$$

نفترض أن الجسيم في اللحظة $t=0$ كانت الدالة التي تصف أحواله هي

$$\psi(x,0) = C\ \left(\varphi_1(x) + \varphi_2(x)\right).$$

1. أحسب C حتى تكون $\psi(x,0)$ منظمة.
2. ماهو إحتمال وجود الجسيم بالطاقة E_1 و ما هو إحتمال وجوده بالطاقة E_2.
3. أحسب القيمة المتوسطة لمؤثرالطاقة $\langle H\rangle$ بإستعمال إجابة السؤال 2.
4. قارن القيمة المتوسطة لمؤثر الطاقة H بـ E_1 و E_2.