Université Echahid Hamma Lakhdar El-Oued
Faculté de Technologie
Département de Génie Mécanique

Matière : **Méthodes Numériques Appliquées**

Spécialité : $1^{ère}$ Master Electromécanique

Nom et prénom : …………………………………..

Date : 15/05/2017

EXAMEN

Exercice 1 (3 points)

L'équation des problèmes paraboliques par la méthode Implicite écrit comme suit :

$$\frac{f_{i,j+1}-f_{i,j}}{\Delta t}=\alpha\frac{f_{i-1,j+1}-2f_{i,j+1}+f_{i+1,j+1}}{(\Delta x)^2}+O\left[\Delta t,(\Delta x)^2\right]$$

Déterminer l'expression d' $O[\Delta t,(\Delta x)^2]$

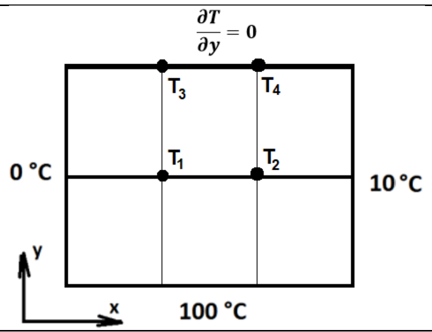
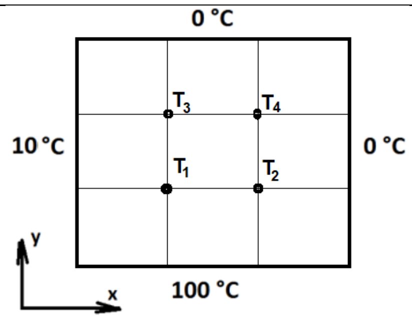
……….

……….

……….

Exercice 2 (7 points)

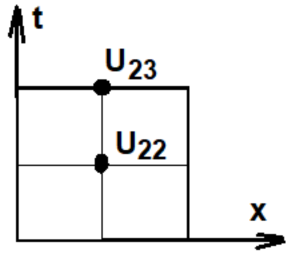
Une plaque mince est soumise aux températures de frontières comme l'indique la figure .Sachant que le problème est régi par l'équation de Laplace, prendre un maillage uniforme pour Δx=Δy**.** Ecrire **<u>la forme matricielle</u>** pour trouver la température dans les nœuds intérieurs.

Cas 1	**Cas 2**
	
Forme matricielle : $\begin{pmatrix} . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \end{pmatrix}\begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} . \\ . \\ . \\ . \end{pmatrix}$	Forme matricielle : $\begin{pmatrix} . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \end{pmatrix}\begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} . \\ . \\ . \\ . \end{pmatrix}$

Exercice 3 (10 points)

Résoudre le problème parabolique suivant :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = 0.06\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$



Complétez le tableau ci-dessous pour déterminer la grandeur physique U_{23} :

Cas	Δx	Δt	Conditions	Explicite	Implicite	Crank-Nicholson
01	0.1	0.1	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 10			
02	0.1	0.1	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 10x			
03	0.1	0.1	U(0,t)= 10 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 0			
04	0.1	0.1	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 10 t>0 U(x,0)= 0			
05	0.1	0.1	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 0			
06	0.1	0.2	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 0			

بتوفيق الله

Université Echahid Hamma Lakhdar El-Oued
Faculté de Technologie
Département de Génie Mécanique

Matière : **Méthodes Numériques Appliquées**

Spécialité : 1ère Master Electromécanique

Nom et prénom : ……………………………….

Date : 15/05/2017

EXAMEN

Exercice 1 (3 points)

L'équation des problèmes paraboliques par la méthode Implicite écrit comme suit :

$$\frac{f_{i,j+1}-f_{i,j}}{\Delta t}=\alpha\frac{f_{i-1,j+1}-2f_{i,j+1}+f_{i+1,j+1}}{(\Delta x)^2}+O\left[\Delta t,(\Delta x)^2\right]$$

Déterminer l'expression d' $O[\Delta t,(\Delta x)^2]$

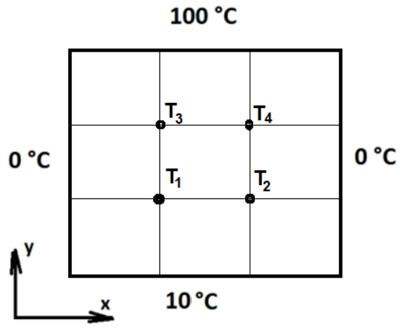
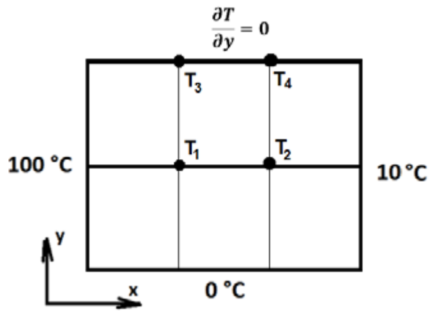
……….

……….

……….

Exercice 2 (7 points)

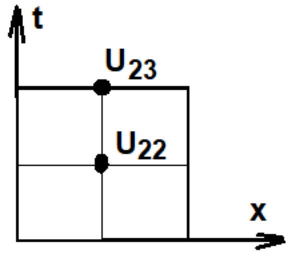
Une plaque mince est soumise aux températures de frontières comme l'indique la figure .Sachant que le problème est régi par l'équation de Laplace, prendre un maillage uniforme pour $\Delta x=\Delta y$**.** Ecrire **<u>la forme matricielle</u>** pour trouver la température dans les nœuds intérieurs.

Cas 1	**Cas 2**
	
Forme matricielle : $\begin{pmatrix} . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \end{pmatrix}\begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} . \\ . \\ . \\ . \end{pmatrix}$	Forme matricielle : $\begin{pmatrix} . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \end{pmatrix}\begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} . \\ . \\ . \\ . \end{pmatrix}$

Exercice 3 (10 points)

Résoudre le problème parabolique suivant :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = 0.07\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$



Complétez le tableau ci-dessous pour déterminer la grandeur physique $\mathbf{U_{23}}$:

Cas	Δx	Δt	Conditions	Explicite	Implicite	Crank-Nicholson
01	0.1	0.1	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 10			
02	0.1	0.1	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 10x			
03	0.1	0.1	U(0,t)= 10 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 0			
04	0.1	0.1	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 10 t>0 U(x,0)= 0			
05	0.1	0.1	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 0			
06	0.1	0.2	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 0			

بتوفيق الله

Université Echahid Hamma Lakhdar El-Oued
Faculté de Technologie
Département de Génie Mécanique

Matière : **Méthodes Numériques Appliquées**

Spécialité : 1ère Master Electromécanique

Nom et prénom : ……………………………………

Date : 15/05/2017

EXAMEN

Exercice 1 (3 points)

L'équation des problèmes paraboliques par la méthode Implicite écrit comme suit :

$$\frac{f_{i,j+1}-f_{i,j}}{\Delta t}=\alpha\frac{f_{i-1,j+1}-2f_{i,j+1}+f_{i+1,j+1}}{(\Delta x)^2}+O\left[\Delta t,(\Delta x)^2\right]$$

Déterminer l'expression d' $O[\Delta t,(\Delta x)^2]$

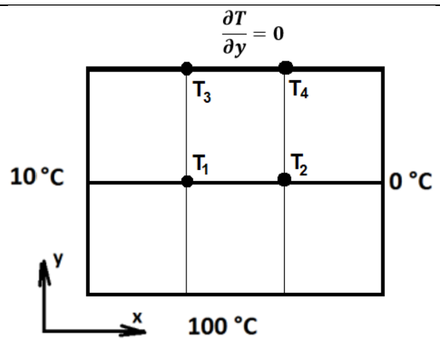
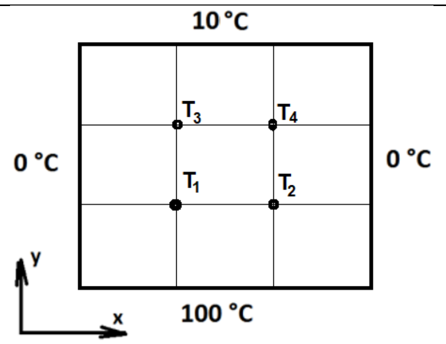
……

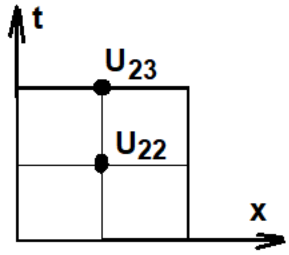
……

……

Exercice 2 (7 points)

Une plaque mince est soumise aux températures de frontières comme l'indique la figure .Sachant que le problème est régi par l'équation de Laplace, prendre un maillage uniforme pour Δx=Δy**.** Ecrire **la forme matricielle** pour trouver la température dans les nœuds intérieurs.

Cas 1	**Cas 2**
	
Forme matricielle : $\begin{pmatrix} . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \end{pmatrix}\begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} . \\ . \\ . \\ . \end{pmatrix}$	Forme matricielle : $\begin{pmatrix} . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \end{pmatrix}\begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} . \\ . \\ . \\ . \end{pmatrix}$



Exercice 3 (10 points)

Résoudre le problème parabolique suivant :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = 0.08\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$

Complétez le tableau ci-dessous pour déterminer la grandeur physique U_{23} :

Cas	Δx	Δt	Conditions	Explicite	Implicite	Crank-Nicholson
01	0.1	0.1	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 10			
02	0.1	0.1	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 10x			
03	0.1	0.1	U(0,t)= 10 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 0			
04	0.1	0.1	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 10 t>0 U(x,0)= 0			
05	0.1	0.1	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 0			
06	0.1	0.2	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 0			

بتوفيق الله

Université Echahid Hamma Lakhdar El-Oued
Faculté de Technologie
Département de Génie Mécanique

Matière : **Méthodes Numériques Appliquées**

Spécialité : 1ère Master Electromécanique

Nom et prénom : ……………………………….

Date : 15/05/2017

EXAMEN

Exercice 1 (3 points)

L'équation des problèmes paraboliques par la méthode Implicite écrit comme suit :

$$\frac{f_{i,j+1} - f_{i,j}}{\Delta t} = \alpha \frac{f_{i-1,j+1} - 2f_{i,j+1} + f_{i+1,j+1}}{(\Delta x)^2} + O\left[\Delta t, (\Delta x)^2\right]$$

Déterminer l'expression d' $O[\Delta t,(\Delta x)^2]$

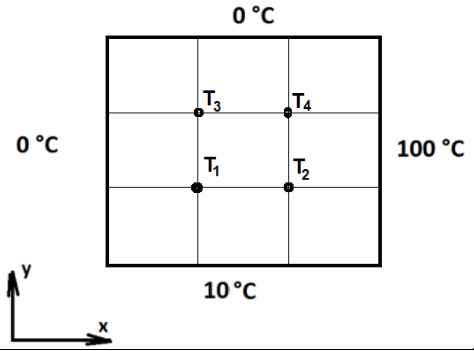
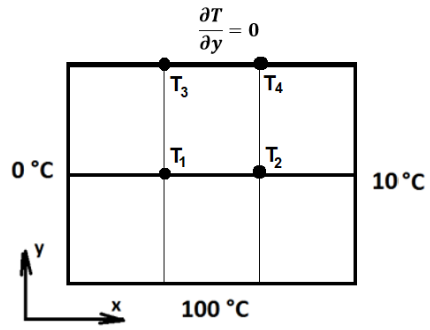
…….

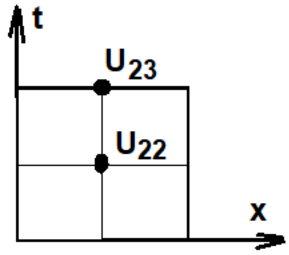
…….

…….

Exercice 2 (7 points)

Une plaque mince est soumise aux températures de frontières comme l'indique la figure .Sachant que le problème est régi par l'équation de Laplace, prendre un maillage uniforme pour $\Delta x=\Delta y$**.** Ecrire **<u>la forme matricielle</u>** pour trouver la température dans les nœuds intérieurs.

<table>
<tr><th>Cas 1</th><th>Cas 2</th></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Forme matricielle :
$$\begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{pmatrix}$$</td><td>Forme matricielle :
$$\begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{pmatrix}$$</td></tr>
</table>



Exercice 3 (10 points)

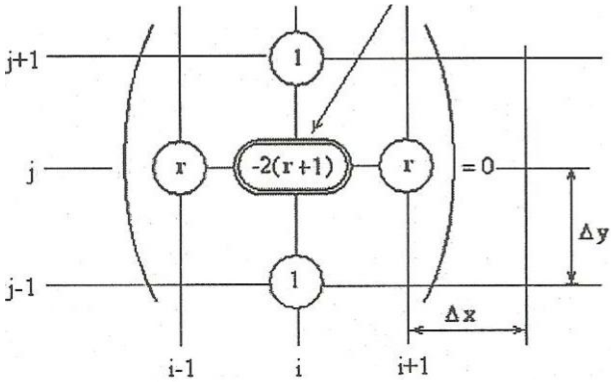
Résoudre le problème parabolique suivant :

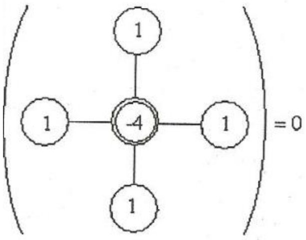
$$\frac{\partial U}{\partial t} = 0.09\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$

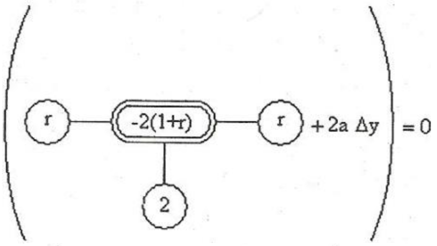
Complétez le tableau ci-dessous pour déterminer la grandeur physique U_{23} :

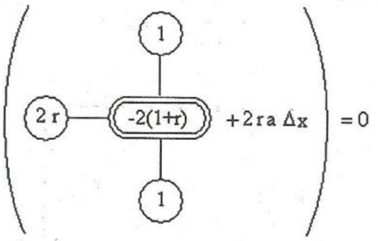
Cas	Δx	Δt	Conditions	Explicite	Implicite	Crank-Nicholson
01	0.1	0.1	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 10			
02	0.1	0.1	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 10x			
03	0.1	0.1	U(0,t)= 10 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 0			
04	0.1	0.1	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 10 t>0 U(x,0)= 0			
05	0.1	0.1	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 0			
06	0.1	0.2	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 0			

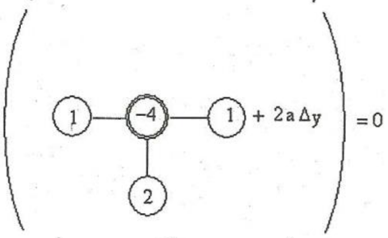
بتوفيق الله

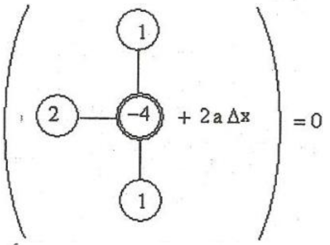

j+1
j
j-1
1
r
-2(r+1)
r
= 0
1
Δy
Δx
i-1
i
i+1

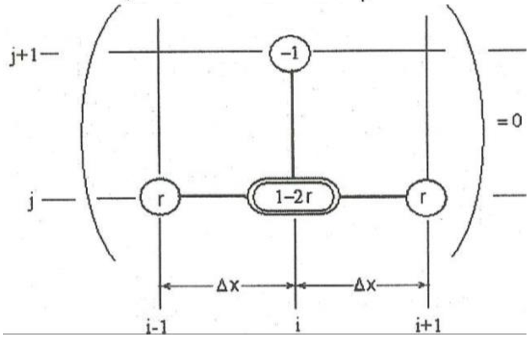

1
1
-4
1
1
= 0

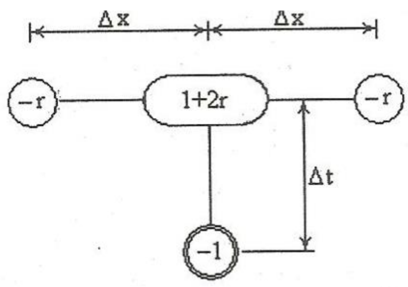

r
-2(1+r)
r
+ 2a Δy
= 0
2

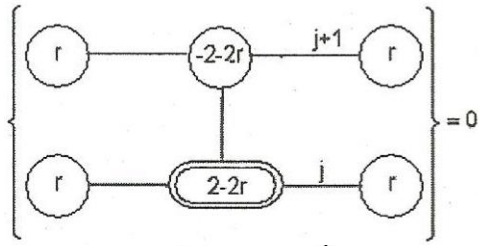

1
2 r
-2(1+r)
+ 2 r a Δx
= 0
1

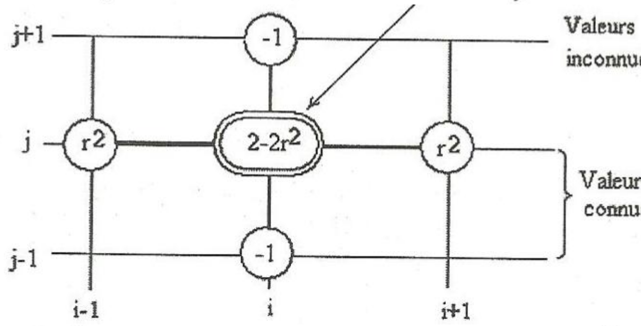

1
-4
1
+ 2a Δy
= 0
2

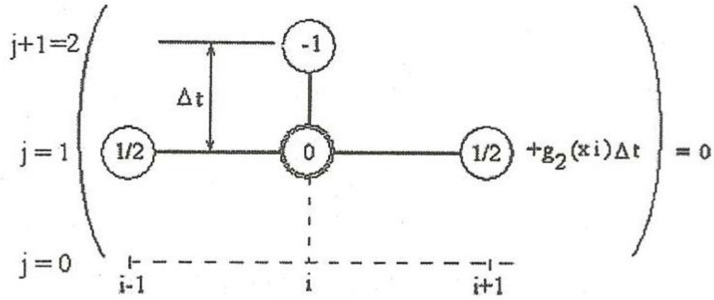

1
2
-4
+ 2a Δx
= 0
1

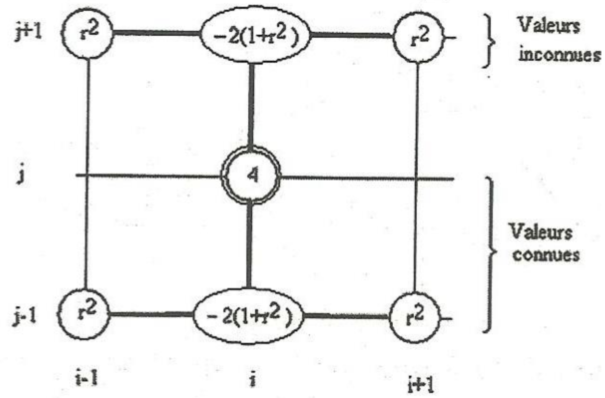

j+1
-1
= 0
j
r
1-2r
r
Δx
Δx
i-1
i
i+1

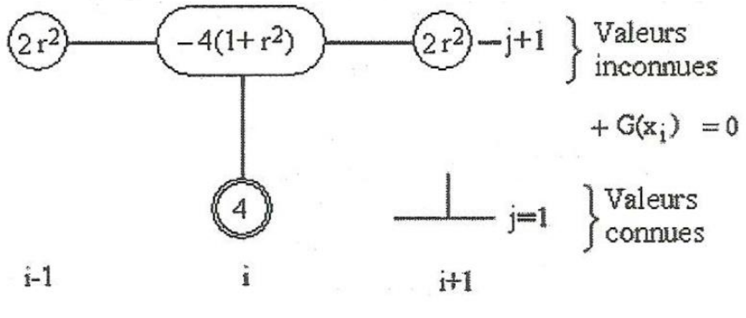

Δx
Δx
-r
1+2r
-r
Δt
-1


r
-2-2r
j+1
r
= 0
r
2-2r
j
r


j+1
-1
Valeurs inconnues
j
r2
2-2r2
r2
Valeurs connues
j-1
-1
i-1
i
i+1


j+1=2
-1
Δt
j = 1
1/2
0
1/2
+g2(xi)Δt
= 0
j = 0
i-1
i
i+1


j+1
r2
-2(1+r2)
r2
Valeurs inconnues
j
4
Valeurs connues
j-1
r2
-2(1+r2)
r2
i-1
i
i+1


2 r2
-4(1+ r2)
2 r2
j+1
Valeurs inconnues
+ G(xi) = 0
4
j=1
Valeurs connues
i-1
i
i+1

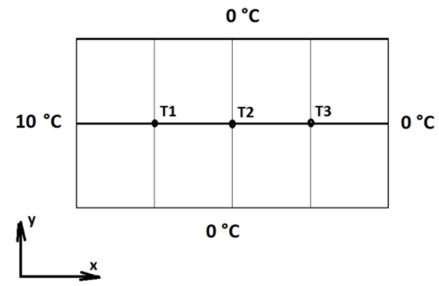
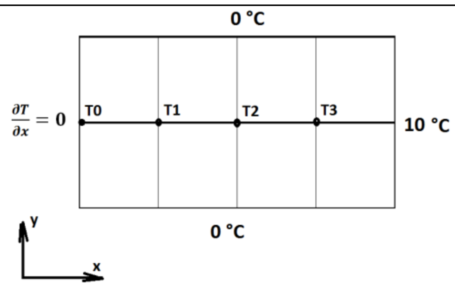
Université Echahid Hamma Lakhdar El-Oued
Faculté de Technologie
Département de Génie Mécanique
Date : 11/01/2017

Matière : **Méthodes Numériques Appliquées**
Spécialité : ……………………………….
Nom et prénom : ……………………………….

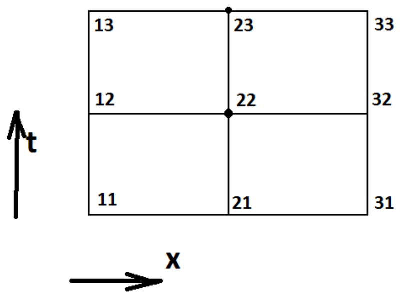
EXAMEN

Exercice 1 (6 points)

Une plaque mince est soumise aux températures de frontières comme l'indique la figure .Sachant que le problème est régi par l'équation de Laplace, prendre un maillage uniforme pour Δx=Δy**.** Ecrire **la forme matricielle** pour trouver la température dans les nœuds intérieurs.

Cas 1	Cas 2
	
Forme matricielle : $\begin{pmatrix} . & . & . \\ . & . & . \\ . & . & . \end{pmatrix}\begin{pmatrix} T1 \\ T2 \\ T3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} . \\ . \\ . \end{pmatrix}$	Forme matricielle : $\begin{pmatrix} . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \end{pmatrix}\begin{pmatrix} T0 \\ T1 \\ T2 \\ T3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} . \\ . \\ . \\ . \end{pmatrix}$

Exercice 2 (5 points)



Soit l'équation différentielle : $\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 0.03\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$

Avec les conditions aux limites suivantes :

U(x ,0)=100x ; $\frac{\partial U}{\partial t}$(x ,0)=0 ; U(0.2 ,t)=0 ; U(0 ,t)=0 ; Δx=0.1

1- Calculer la valeur de (**r**) pour Δt=0.1**:**

………

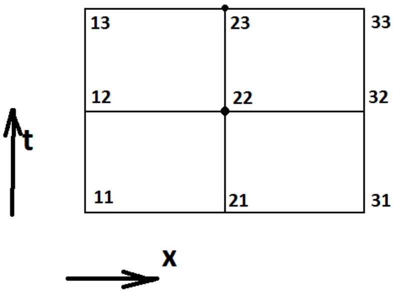
2- Ecrire la formule de $\mathbf{U_{23}}$ par la méthode explicite en fonction de **(**$\mathbf{U_{11}}$**,** $\mathbf{U_{21}}$**,** $\mathbf{U_{31}}$**,** $\mathbf{U_{12}}$**,** $\mathbf{U_{32}}$**) :**

………

3- Conclure la valeur de $\mathbf{U_{23}}$:

A.N : ……

Exercice 3 (9 points)



Soit l'équation différentielle : $\frac{\partial U}{\partial t} = 0.02\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$

Avec les conditions aux limites suivantes :

U(x ,0)=100 ; U(0.2 ,t)=0 ; U(0 ,t)=0 ; Δx=0.1

1- Calculer la valeur de (r) pour Δt=0.1 :

……

2- Ecrire la formule de U_{23} par la méthode explicite :

……

3- Ecrire la formule de U_{23} par la méthode implicite :

……

4- Ecrire la formule de U_{23} par la méthode de Crank-Nicholson :

……

5- Conclure la valeur de U_{23} :

Méthodes	Explicite	Implicite	Crank-Nichlson
Valeur	…	…	…

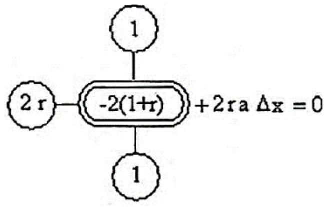
Université Echahid Hamma Lakhdar El-Oued
Faculté de Technologie
Département de Génie Mécanique
Date : 16/05/2017

Matière : **Méthodes Numériques Appliquées**
Spécialité : 1ère Master Electromécanique
Nom et prénom : ....

EXAMEN

Exercice 1 (3 points)

-Démontrer le schéma de condition de Neumann suivant :



....

....

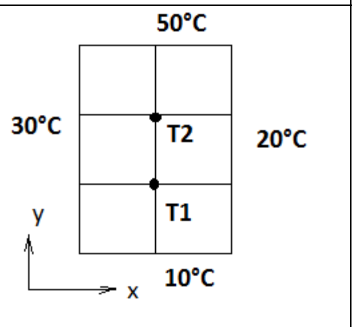
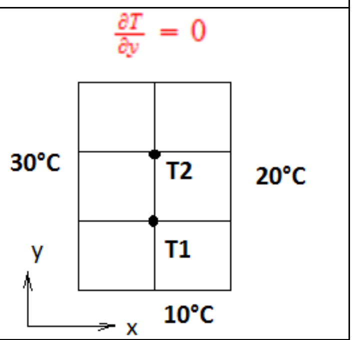
....

....

....

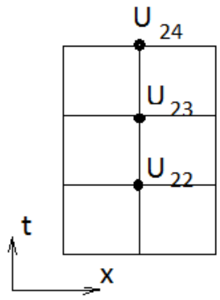
Exercice 2 (7 points)

Une plaque mince est soumise aux températures de frontières comme l'indique la figure .Sachant que le problème est régi par l'équation de Laplace, prendre un maillage uniforme pour Δx=Δy. **Compléter le tableau suivant :**

Cas 1	Cas 2
	

	T1	T2
Cas1		
Cas2 **$T1^0 = T2^0$=20°C** **Itération 2**		

Exercice 3 (10 points)



Soit l'équation différentielle : $\frac{\partial U}{\partial t} = 0.01\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$

Avec les conditions aux limites suivantes :

U(x ,0)=10 ; U(0.2 , t)=20 ; U(0 ,t)=30 ; Δx=0.1

1- Calculer la valeur de (r) pour Δt=0.1 :

....

2- Compléter le tableau suivant:

Méthode	Implicite	Explicite	Crank-Nichlson
U_{22}			
U_{23}			
U_{24}			

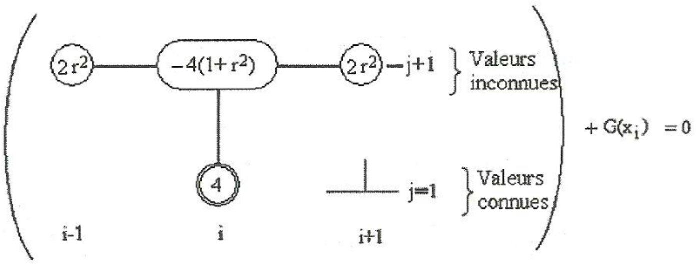
Université Echahid Hamma Lakhdar El-Oued
Faculté de Technologie
Département de Génie Mécanique
Date : 15/01/2018

Matière : **Méthodes Numériques Appliquées**
Spécialité : ……………………………………..
Nom et prénom : ……………………………………..

EXAMEN

Exercice 1 (2 points)

Démontrer le schéma de la méthode implicite suivante :



……

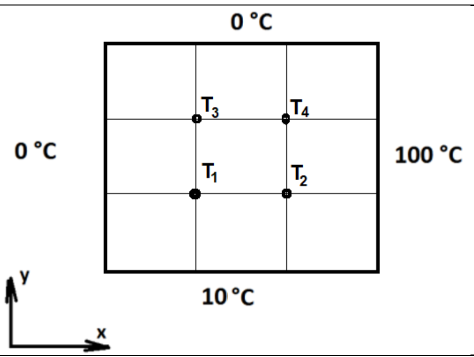
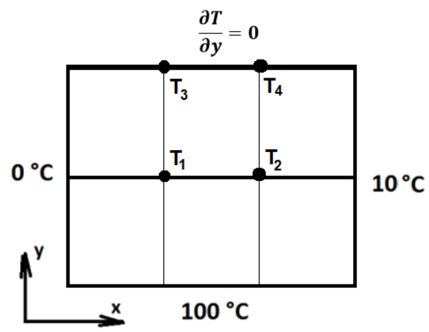
……

……

……

Exercice 2 (4 points)

Une plaque mince est soumise aux températures de frontières comme l'indique la figure .Sachant que le problème est régi par l'équation de Laplace, prendre un maillage uniforme pour Δx=Δy**.** Ecrire **<u>la forme matricielle</u>** pour trouver la température dans les nœuds intérieurs.

<table>
<tr><th>Cas 1</th><th>Cas 2</th></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} . \\ . \\ . \\ . \end{pmatrix}$$</td><td>Forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} . \\ . \\ . \\ . \end{pmatrix}$$</td></tr>
</table>

Exercice 3 (5 points)

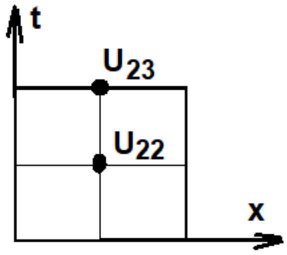
Cocher par (**X**) la classification correcte des équations suivantes :

	Parabolique	**Hyperbolique**	**Elliptique**
Stationnaire			
Instationnaire			
Convection			
Conduction			
Ondes			

Exercice 4 (9 points)

Résoudre le problème parabolique suivant :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = 0.04\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$



Complétez le tableau ci-dessous pour déterminer la grandeur physique $\mathbf{U_{23}}$:

Cas	Δx	Δt	Conditions	Explicite	Implicite	Crank-Nicholson
01	0.1	0.1	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 0			
02	0.1	0.2	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 0			
03	0.1	0.1	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 100			
04	0.1	0.1	U(0,t)= 100 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 0			
05	0.1	0.1	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 100 t>0 U(x,0)= 0			
06	0.1	0.1	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 100x			

Université Echahid Hamma Lakhdar El-Oued
Faculté de Technologie
Département de Génie Mécanique

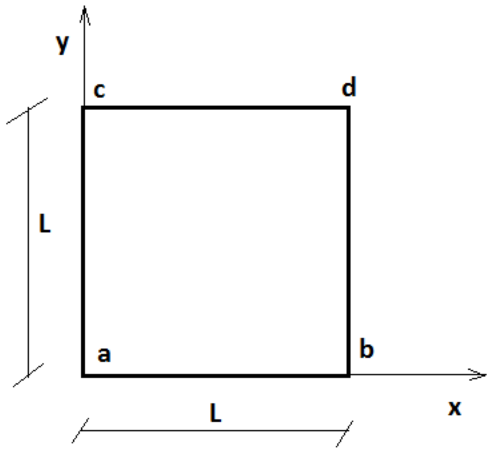
Année universitaire 2018/2017
Matière : Méthodes Numériques Appliquées
Spécialité : …………………………………………..
Nom et prénom : …………………………………………

RATTRAPAGE

Problème :

On veut étudier la répartition bidimensionnelle de la température d'une plaque métallique. On suppose qu'en régime permanent, la température T(x, y) en un point P(x, y) de la plaque vérifie l'équation de Laplace.

P1(L/3 ,L/3) ; P2(2L/3 ,L/3) ; P3(L/3 ,2L/3) ; P4(2L/3 ,2L/3) ;



N= 1	Méthode	Pas	Conditions aux limites	Valeur initial
Cas 01	Gauss-Seidel	Δx=Δy=L/3	$T_{ab}=T_{bd}$=20+N °C $T_{ac}=T_{cd}$=20-N °C	$T^0_{P1}=T^0_{P2}=T^0_{P3}=T^0_{P4}$= 0 °C
Cas 02	Gauss-Seidel	Δx=Δy=L/6	$T_{ab}=T_{bd}$=20+N °C $T_{ac}=T_{cd}$=20-N °C	$T^0_{P1}=T^0_{P2}=T^0_{P3}=T^0_{P4}$= 0 °C
Cas 03	Gauss-Seidel	Δx= L/3 Δy=L/6	$T_{ab}=T_{bd}$=20+N °C $T_{ac}=T_{cd}$=20-N °C	$T^0_{P1}=T^0_{P2}=T^0_{P3}=T^0_{P4}$= 0 °C
Cas 04	Gauss-Seidel	Δx=Δy=L/3	$T_{ab}=T_{bd}$=20+N °C T_{ac}= 20-N °C $\partial T_{cd}/\partial y$= 0	$T^0_{P1}=T^0_{P2}=T^0_{P3}=T^0_{P4}$= 0 °C

Compléter le tableau 2 pour les cas ci-dessus.

Nombre d'itérations maximales est : 5.

Spécialité : ……………………………………………..

Nom et prénom : ……………………………………………

N= 1	P1(L/3 ,L/3)			P2(2L/3 ,L/3)			P3(L/3 ,2L/3)			P4(2L/3 ,2L/3)		
	(i , j)	T (°C)	ε_r	(i , j)	T (°C)	ε_r	(i , j)	T (°C)	ε_r	(i , j)	T (°C)	ε_r
Cas 01												
Cas 02												
Cas 03												
Cas 04												

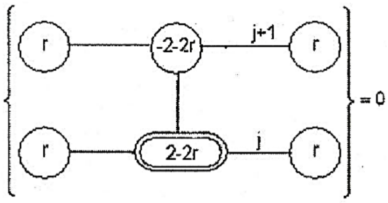
Université Echahid Hamma Lakhdar El-Oued
Faculté de Technologie
Département de Génie Mécanique
Date : 04/06/2017

Matière : **Méthodes Numériques Appliquées**
Spécialité : 1ère Master Electromécanique
Nom et prénom : ……………………………………

RATTRAPAGE

Exercice 1 (5 points)

-Démontrer le schéma suivant :



……

……

……

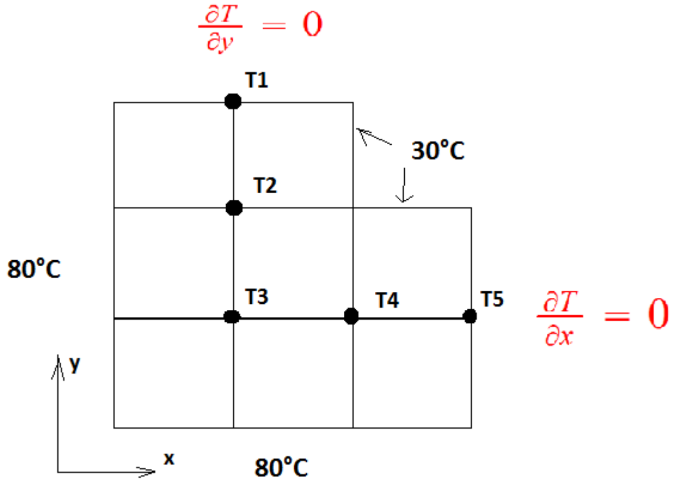
……

……

Exercice 2 (15 points)

Une plaque mince est soumise aux températures de frontières comme l'indique la figure .Sachant que le problème est régi par l'équation de Laplace, prendre un maillage uniforme pour Δx=Δy. **Compléter le tableau suivant :**

Nœuds	**Température (°C)**
T1	
T2	
T3	
T4	
T5	



Données :

Températures initiales : $T1^0 = T2^0 = T3^0 = T4^0 = T5^0 = 50°C$

Nombre d'itération maximale (méthode de Gauss-Seidel) : 5 itérations

Université Echahid Hamma Lakhdar El-Oued
Faculté de Technologie
Département de Génie Mécanique
Date : 18/02/2017

Matière : **Méthodes Numériques Appliquées**
Spécialité : …………………………………..
Nom et prénom : …………………………………..

RATTRAPAGE

Exercice 1

Soit à résoudre par la méthode explicite le problème thermique de la propagation de la chaleur dans un mur d'épaisseur L. Le problème est formulé comme suit :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

1- Donner l'expression de T(x, t) autour du point P (x, t) en faisant un développement en série de Taylor.

………

………

………

………

2- Ecrire l'expression de problème sous forme indicielle.

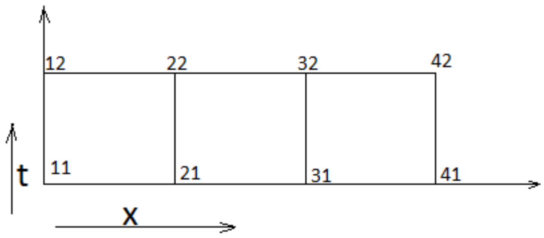
………

Exercice 2

Cocher par (**X**) la classification correcte des équations suivantes :

	$\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}$	$x \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0$	$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2}$	$0 = \frac{d^2 T}{dx^2} + h'(T_\infty - T)$
Parabolique				
Hyperbolique				
Elliptique				
Stationnaire				
Instationnaire				
Convection				
Conduction				
Ondes				

Exercice 3



Soit l'équation différentielle : $\frac{\partial U}{\partial t} = 0.01 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$

Avec les conditions aux limites suivantes :

U(x ,0)=100 ; U(0.3 ,t)=0 ; U(0 ,t)=0 ; Δx=0.1

1- Calculer la valeur de (r) pour Δt=0.1 :

....

2- Ecrire la formule de U_{32} par la méthode implicite <u>en fonction des connues</u>:

....

3- Ecrire la formule de U_{32} par la méthode explicite <u>en fonction des connues</u>:

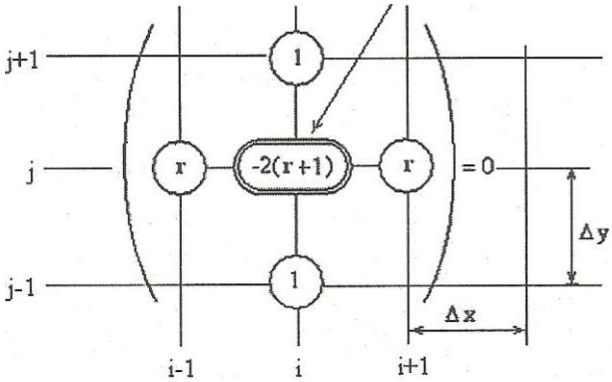
....

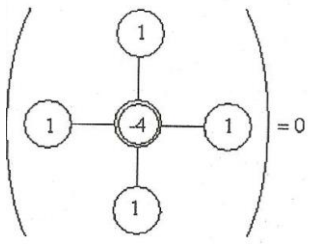
4- Ecrire la formule de U_{32} par la méthode de Crank-Nicholson <u>en fonction des connues</u>:

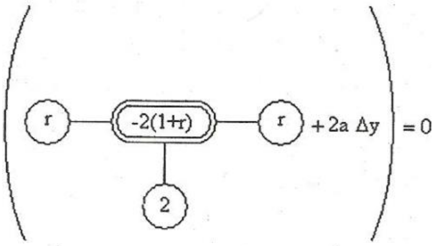
....

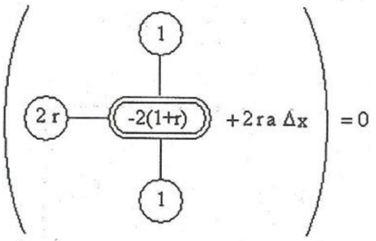
5- Conclure la valeur de U_{32} :

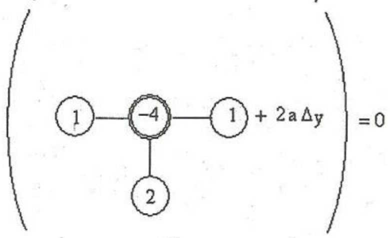
Méthodes	Implicite	Explicite	Crank-Nichlson
Valeur	…	…	…

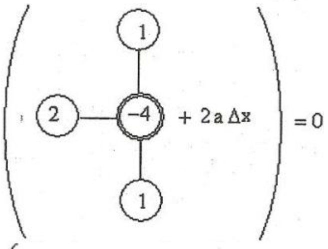

j+1
j
j-1
1
r
-2(r+1)
r
= 0
1
Δy
Δx
i-1
i
i+1

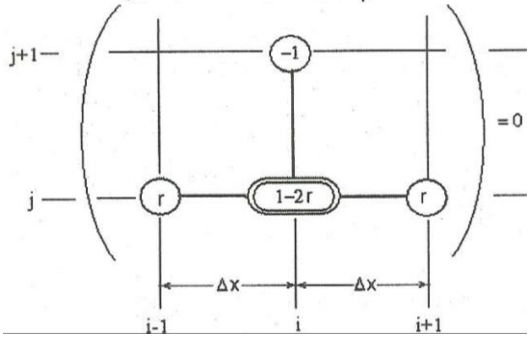

1
1
-4
1
1
= 0

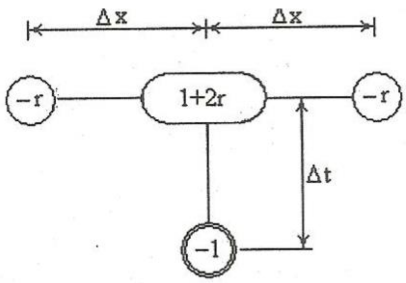

r
-2(1+r)
r
+ 2a Δy
= 0
2

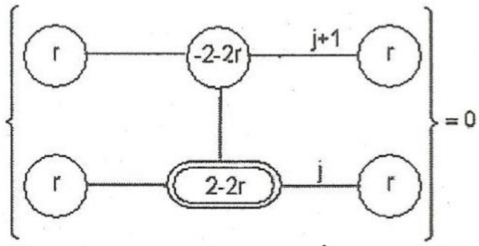

1
2 r
-2(1+r)
+ 2 ra Δx
= 0
1

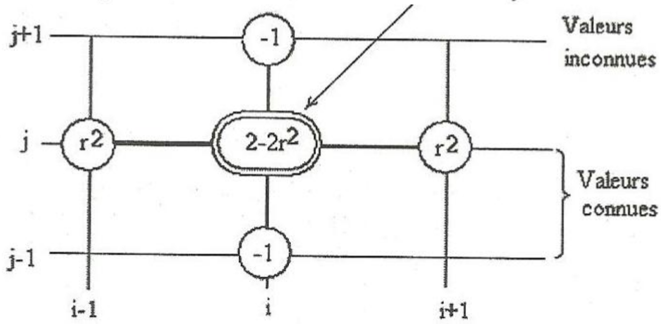

1
-4
1
+ 2a Δy
= 0
2

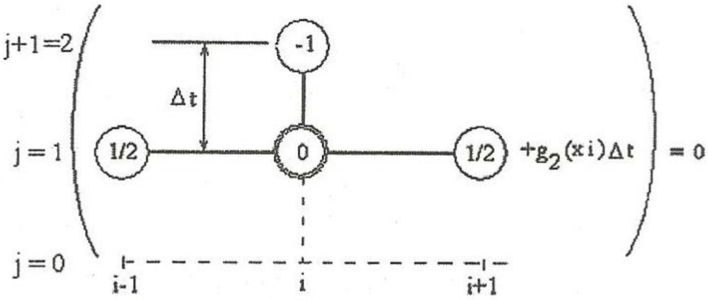

1
2
-4
+ 2a Δx
= 0
1

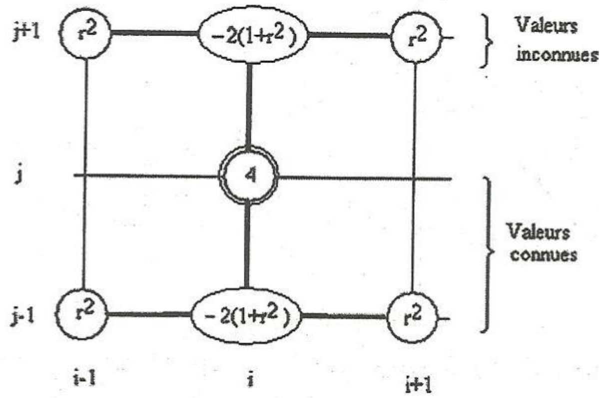

j+1
-1
= 0
j
r
1-2r
r
Δx
Δx
i-1
i
i+1

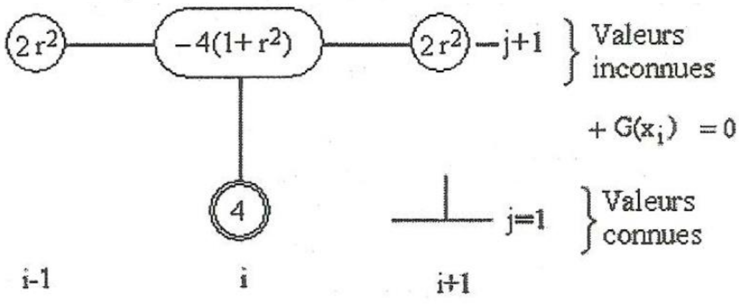

Δx
Δx
-r
1+2r
-r
Δt
-1


r
-2-2r
j+1
r
= 0
r
2-2r
j
r


j+1
-1
Valeurs inconnues
j
r2
2-2r2
r2
Valeurs connues
j-1
-1
i-1
i
i+1


j+1=2
-1
Δt
j = 1
1/2
0
1/2
+g2(xi)Δt
= 0
j = 0
i-1
i
i+1

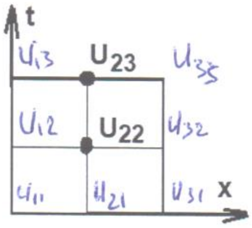

j+1
r2
-2(1+r2)
r2
Valeurs inconnues
j
4
Valeurs connues
j-1
r2
-2(1+r2)
r2
i-1
i
i+1


2 r2
-4(1+ r2)
2 r2
j+1
Valeurs inconnues
+ G(xi) = 0
4
j=1
Valeurs connues
i-1
i
i+1

Exercice 3 (10 points)

Résoudre le problème parabolique suivant :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = 0.09\,\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$



Complétez le tableau ci-dessous pour déterminer la grandeur physique U_{23} :

Cas	Δx	Δt	Conditions	Explicite	Implicite	Crank-Nicholson
01	0.1	0.1	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 10		1,276	0,277
02	0.1	0.1	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 10x		0,123	0,028
03	0.1	0.1	U(0,t)= 10 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 0		4,362	4,861
04	0.1	0.1	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 10 t>0 U(x,0)= 0		4,362	4,861
05	0.1	0.1	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 0		0	0
06	0.1	0.2	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 0		0	0

18 x 0,5

بتوفيق الله

Université Echahid Hamma Lakhdar El-Oued
Faculté de Technologie
Département de Génie Mécanique

Matière : **Méthodes Numériques Appliquées**

Spécialité : 1ère Master Electromécanique

Nom et prénom : ....

Date : 15/05/2017

EXAMEN

Exercice 1 (3 points)

L'équation des problèmes paraboliques par la méthode Implicite écrit comme suit :

$$\frac{f_{i,j+1}-f_{i,j}}{\Delta t}=\alpha\frac{f_{i-1,j+1}-2f_{i,j+1}+f_{i+1,j+1}}{(\Delta x)^2}+O\left[\Delta t,(\Delta x)^2\right] = -\frac{\Delta t^2}{2}f''(\xi)-\alpha\frac{\Delta x^2}{12}f^{(4)}(\xi) \quad 1$$

Déterminer l'expression d' O[Δt,(Δx)²]

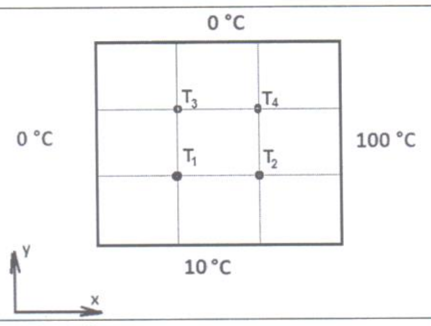
$$\frac{\partial f}{\partial t}=\frac{f_{i+1}-f_i}{\Delta t}+\frac{\Delta t^2}{2}f''(\xi_1) \quad 1$$

$$\frac{\partial f^2}{\partial x^2}=\frac{f_{i-1}-2f_i+f_{i+1}}{\Delta x^2}-\frac{\Delta x^2}{12}f^{(4)}(\xi) \quad 1$$

Exercice 2 (7 points)

Une plaque mince est soumise aux températures de frontières comme l'indique la figure .Sachant que le problème est régi par l'équation de Laplace, prendre un maillage uniforme pour Δx=Δy. Ecrire <u>la forme matricielle</u> pour trouver la température dans les nœuds intérieurs.

Cas 1

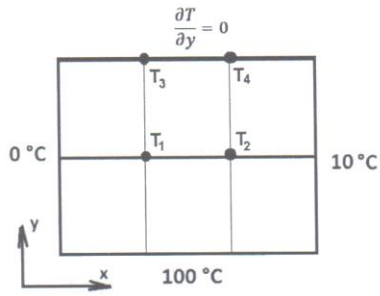


Forme matricielle :

$$\begin{pmatrix}-4&1&1&0\\1&-4&0&1\\1&0&-4&1\\0&1&1&-4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}T_1\\T_2\\T_3\\T_4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-10\\-110\\0\\-100\end{pmatrix}$$

2 1,5

Cas 2

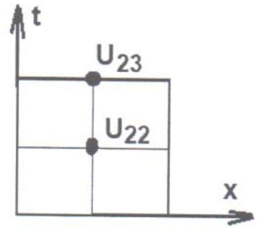


Forme matricielle :

$$\begin{pmatrix}-4&1&1&0\\1&-4&0&1\\2&0&-4&1\\0&2&1&-4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}T_1\\T_2\\T_3\\T_4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-100\\-110\\0\\-10\end{pmatrix}$$

2 1,5

Exercice 3 (10 points)



Résoudre le problème parabolique suivant :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = 0.08\,\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$

Complétez le tableau ci-dessous pour déterminer la grandeur physique U_{23} :

Cas	Δx	Δt	Conditions	Explicite	Implicite	Crank-Nicholson
01	0.1	0.1	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 10		1,479	0,617
02	0.1	0.1	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 10x		0,148	0,062
03	0.1	0.1	U(0,t)= 10 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 0		4,260	4,691
04	0.1	0.1	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 10 t>0 U(x,0)= 0		4,260	4,691
05	0.1	0.1	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 0		0	0
06	0.1	0.2	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 0		0	0

بتوفيق الله

Université Echahid Hamma Lakhdar El-Oued
Faculté de Technologie
Département de Génie Mécanique

Matière : **Méthodes Numériques Appliquées**

Spécialité : 1ère Master Electromécanique

Nom et prénom : ....

Date : 15/05/2017

EXAMEN

Exercice 1 (3 points)

L'équation des problèmes paraboliques par la méthode Implicite écrit comme suit :

$$\frac{f_{i,j+1} - f_{i,j}}{\Delta t} = \alpha \frac{f_{i-1,j+1} - 2f_{i,j+1} + f_{i+1,j+1}}{(\Delta x)^2} + O\left[\Delta t, (\Delta x)^2\right]$$

Déterminer l'expression d' $O[\Delta t,(\Delta x)^2]$

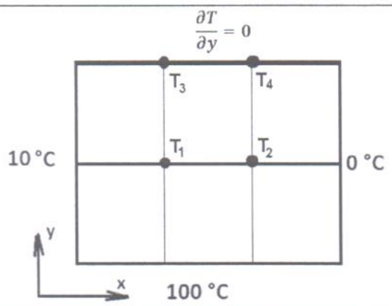
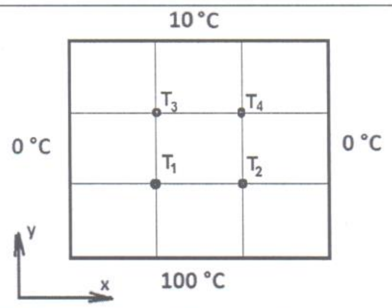
....

....

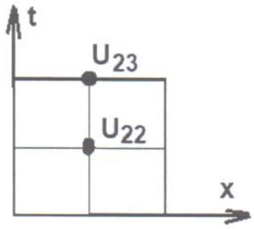
....

Exercice 2 (7 points)

Une plaque mince est soumise aux températures de frontières comme l'indique la figure .Sachant que le problème est régi par l'équation de Laplace, prendre un maillage uniforme pour Δx=Δy. Ecrire **la forme matricielle** pour trouver la température dans les nœuds intérieurs.

Cas 1	**Cas 2**
	
Forme matricielle : $\begin{pmatrix} -4 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & -4 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ -100 \\ -10 \\ 0 \end{pmatrix}$	Forme matricielle : $\begin{pmatrix} -4 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -100 \\ -100 \\ -10 \\ -10 \end{pmatrix}$

Exercice 3 (10 points)



Résoudre le problème parabolique suivant :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = 0.06\,\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$

Complétez le tableau ci-dessous pour déterminer la grandeur physique U_{23} :

Cas	Δx	Δt	Conditions	Explicite	Implicite	Crank-Nicholson
01	0.1	0.1	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 10		2,066	1,563
02	0.1	0.1	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 10x		0,207	0,156
03	0.1	0.1	U(0,t)= 10 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 0		3,967	4,219
04	0.1	0.1	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 10 t>0 U(x,0)= 0		3,967	4,219
05	0.1	0.1	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 0		0	0
06	0.1	0.2	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 0		0	0

بتوفيق الله

Université Echahid Hamma Lakhdar El-Oued
Faculté de Technologie
Département de Génie Mécanique

Matière : **Méthodes Numériques Appliquées**

Spécialité : 1ère Master Electromécanique

Nom et prénom : ....

Date : 15/05/2017

EXAMEN

Exercice 1 (3 points)

L'équation des problèmes paraboliques par la méthode Implicite écrit comme suit :

$$\frac{f_{i,j+1} - f_{i,j}}{\Delta t} = \alpha \frac{f_{i-1,j+1} - 2f_{i,j+1} + f_{i+1,j+1}}{(\Delta x)^2} + O\left[\Delta t, (\Delta x)^2\right]$$

Déterminer l'expression d' $O[\Delta t,(\Delta x)^2]$

....

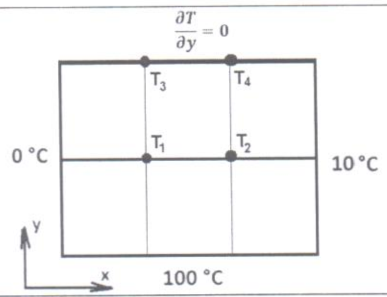
....

....

Exercice 2 (7 points)

Une plaque mince est soumise aux températures de frontières comme l'indique la figure .Sachant que le problème est régi par l'équation de Laplace, prendre un maillage uniforme pour $\Delta x=\Delta y$. Ecrire **<u>la forme matricielle</u>** pour trouver la température dans les nœuds intérieurs.

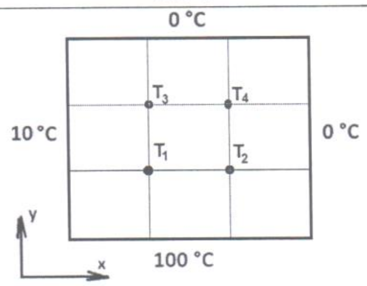
Cas 1



Forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} -4 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & -4 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -100 \\ -110 \\ 0 \\ -10 \end{pmatrix}$$

Cas 2



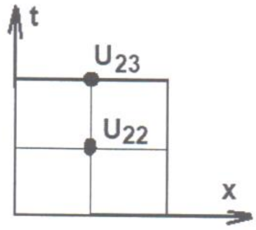
Forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} -4 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -110 \\ -100 \\ -10 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Exercice 3 (10 points)

Résoudre le problème parabolique suivant :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = 0.07\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$



Complétez le tableau ci-dessous pour déterminer la grandeur physique $\mathbf{U_{23}}$:

Cas	Δx	Δt	Conditions	Explicite	Implicite	Crank-Nicholson
01	0.1	0.1	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 10		1,736	1,038
02	0.1	0.1	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 10x		0,174	0,104
03	0.1	0.1	U(0,t)= 10 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 0		4,132	4,481
04	0.1	0.1	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 10 t>0 U(x,0)= 0		4,132	4,481
05	0.1	0.1	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 0		0	0
06	0.1	0.2	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 0		0	0

بتوفيق الله

Université Echahid Hamma Lakhdar El-Oued
Faculté de Technologie
Département de Génie Mécanique

Matière : **Méthodes Numériques Appliquées**

Spécialité : 1ère Master Electromécanique

Nom et prénom : ....

Date : 15/05/2017

EXAMEN

Exercice 1 (3 points)

L'équation des problèmes paraboliques par la méthode Implicite écrit comme suit :

$$\frac{f_{i,j+1}-f_{i,j}}{\Delta t}=\alpha\frac{f_{i-1,j+1}-2f_{i,j+1}+f_{i+1,j+1}}{(\Delta x)^2}+O\left[\Delta t,(\Delta x)^2\right]$$

Déterminer l'expression d' $O[\Delta t,(\Delta x)^2]$

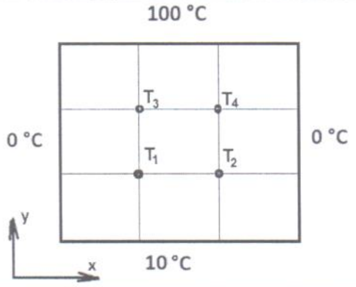
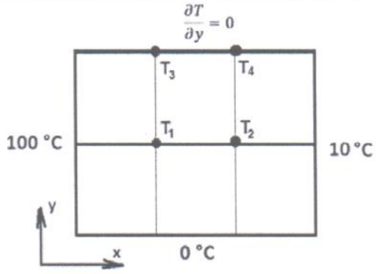
....

....

....

Exercice 2 (7 points)

Une plaque mince est soumise aux températures de frontières comme l'indique la figure .Sachant que le problème est régi par l'équation de Laplace, prendre un maillage uniforme pour $\Delta x=\Delta y$. Ecrire **la forme matricielle** pour trouver la température dans les nœuds intérieurs.

Cas 1	**Cas 2**
	
Forme matricielle : $\begin{pmatrix} -4 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -10 \\ -10 \\ -100 \\ -100 \end{pmatrix}$	Forme matricielle : $\begin{pmatrix} -4 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & -4 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & -4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -100 \\ -10 \\ -100 \\ -10 \end{pmatrix}$

Exo 1 $* \; g(x) = \frac{1}{3}x^3 \Rightarrow g'(x) = x^2 \Rightarrow g'(4) = 16$

- Avant : $g'(x) = \dfrac{g(4,3) - g(4)}{\Delta x} = \dfrac{26,5 - 21,333}{0,3} = 17,223$

- Arrière : $g'(x) = \dfrac{g(4) - g(3,7)}{\Delta x} = \dfrac{21,333 - 16,884}{0,3} = 14,83$

- Centré : $g'(x) = \dfrac{g(4,3) - g(3,7)}{2\Delta x} = \dfrac{26,5 - 16,884}{2\times 0,3} = 16,026$

$* \; g''(x) = 2x \Rightarrow g''(4) = 8$

- Avant : $g''(x) = \dfrac{g(4,6) - 2g(4,3) + g(4)}{\Delta x^2} = \dfrac{32,445 - 2\times 26,5 + 21,333}{(0,3)^2} = 8,644$

- Arrière : $g''(x) = \dfrac{g(4) - 2g(3,7) - g(3,4)}{\Delta x^2} = \dfrac{21,333 - 2(16,884) + 13,101}{(0,3)^2} = 7,4$

- Centré : $g''(x) = \dfrac{g(4,3) - 2g(4) + g(3,7)}{\Delta x^2} = \dfrac{26,5 - 2(21,333) + 16,884}{(0,3)^2} = 7,978$

$* \; h(x) = \frac{1}{4}x^4 \Rightarrow \begin{cases} h'(x) = x^3 \Rightarrow h'(4) = 64 \\ h''(x) = 3x^2 \Rightarrow h''(4) = 48 \end{cases}$

- Avant : $h'(x) = \dfrac{h(4,3) - h(4)}{\Delta x} = \dfrac{85,47 - 64}{0,3} = 71,567$

- Arrière : $h'(x) = \dfrac{h(4) - h(3,7)}{\Delta x} = \dfrac{64 - 46,854}{0,3} = 57,153$

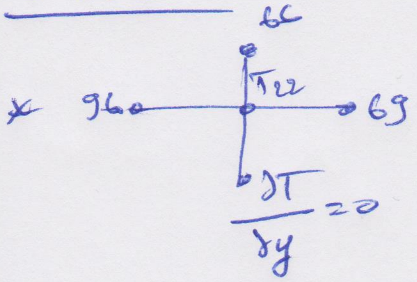
- Centré : $h'(x) = \dfrac{h(4,3) - h(3,7)}{2\Delta x} = \dfrac{85,47 - 46,854}{2\times 0,3} = 64,36$

- Avant : $h''(x) = \dfrac{h(4,6) - 2h(4,3) + h(4)}{\Delta x^2} = \dfrac{111,93 - 2(85,47) + 64}{(0,3)^2} = 55,444$

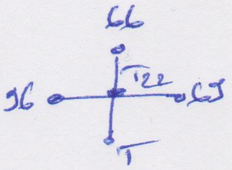
- Arrière : $h''(x) = \dfrac{h(4) - 2h(3,7) - h(3,4)}{\Delta x^2} = \dfrac{64 - 2(46,854) + 33,408}{(0,3)^2} = 41,111$

- Centré : $h''(x) = \dfrac{h(4,3) - 2h(4) + h(3,7)}{\Delta x^2} = \dfrac{85,47 - 2(64) + 46,854}{(0,3)^2} = 48,044$

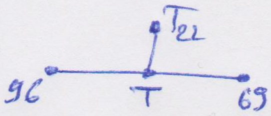
Exo 2 $\rightarrow$ 15



$\Rightarrow$



$\Rightarrow -4T_{22} + T + 69 + 96 + 66 = 0$

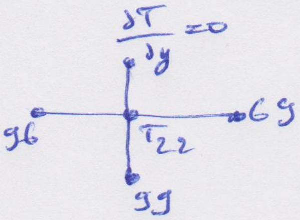


$\Rightarrow -4T + 2T_{22} + 69 + 96 = 0$

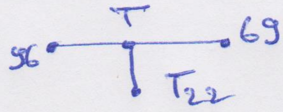
$\Rightarrow \begin{cases} -4T_{22} + T = -231 \\ -4T + 2T_{22} = -165 \end{cases}$

4x 4x 4x

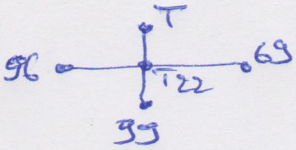
$\Rightarrow -16T_{22} + 2T_{22} = -1089 \Rightarrow \boxed{T_{22} = 77{,}78\,°C}$



$\Rightarrow$



$\Rightarrow -4T + 2T_{22} + 96 + 69 = 0$



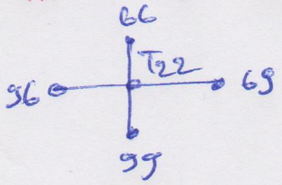
$\Rightarrow -4T_{22} + T + 96 + 69 + 99 = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} -4T + 2T_{22} = -165 \\ -4T_{22} + T = -264 \end{cases}$

4x 4x 4x

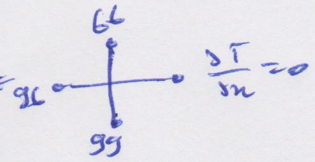
$\Rightarrow -16T_{22} + 2T_{22} = -1221$

$\Rightarrow \boxed{T_{22} = 87{,}214\,°C}$

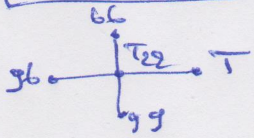


$\Rightarrow -4T_{22} + 66 + 69 + 96 + 99 = 0$

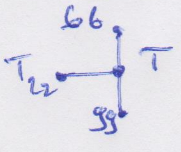
$\Rightarrow \boxed{T_{22} = 82{,}5\,°C}$



$\Rightarrow$



$\Rightarrow -4T_{22} + T + 66 + 96 + 99 = 0$



$\Rightarrow -4T + 2T_{22} + 66 + 99 = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} -4T_{22} + T = -261 \\ -4T + 2T_{22} = -165 \end{cases}$

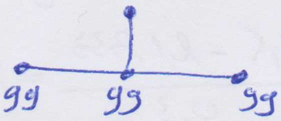
4x 4x 4x

$\Rightarrow -14T_{22} = -1209 \Rightarrow \boxed{T_{22} = 86{,}357\,°C}$

Exo 3

$$r = \alpha \frac{\Delta t}{\Delta x^2} = 0{,}01 \frac{0{,}2}{(0{,}2)^2} = 0{,}05$$

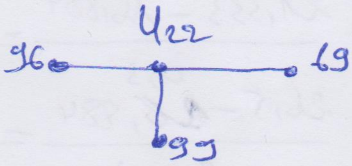
* Explicite



$$\Rightarrow (1-2r)(99) + r(99+99) - U_{22} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{U_{22} = 99}$$

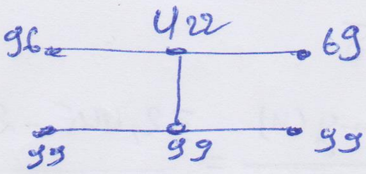
* Implicite



$$\Rightarrow (1+2r)U_{22} - r(69+96) - 99 = 0$$

$$\Rightarrow U_{22} = \frac{0{,}05(69+96)+99}{1+2(0{,}05)} = \boxed{97{,}5}$$

* Crank-Nicholson :



$$\Rightarrow -(2+2r)U_{22} + (2-2r)99 + r(69+99+96+99) = 0$$

$$\Rightarrow U_{22} = \frac{1}{2+2r}\left[(2-2r)99 + r(69+99+96+99)\right] \Rightarrow \boxed{U_{22} = 98{,}214}$$

République Algérienne démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieure et de la Recherche Scientifique
Université Echahid hamma Lakhdar-El Oued
Faculté de technologie

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعـليم العــالي والبحــث العــــلمي
جــامعة الشهيد حمه لخضر الوادي
كلية التكنولـوجيا

Département : Génie Mécanique

Semestre : S2

Examen

Année universitaire : 2019/2020

Module : Méthodes Numériques Appliquées
Année : 1ère Master   Spécialité: MEM   Groupe1   Durée : 1h
Nom et prénom:.......................   Date de naissance :....................... Matricule:.......................

Exercice 1 (8 points) :
En considérant un pas Δx = 0.3, calculer par un schéma de différences finies la dérivée première et deuxième des fonctions h(x) et g(x) au point x = 4.

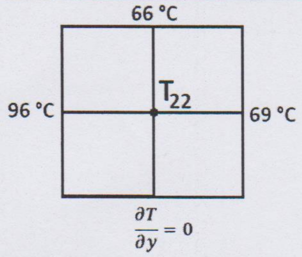
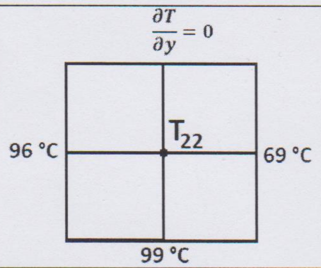
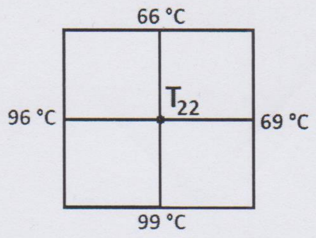
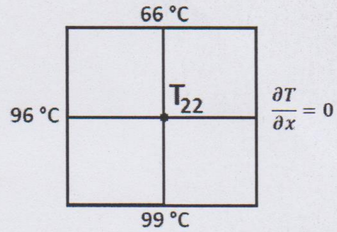
0,50x16

	$\partial/\partial x$				$\partial^2/\partial x^2$			
	Centré	Exact	Avant	Arrière	Centré	Exact	Avant	Arrière
$g(x) = \frac{1}{3}x^3$	16,026	16	17,223	14,83	7,978	8	9,644	7,4
$h(x) = \frac{1}{4}x^4$	64,36	64	71,567	57,153	48,044	48	55,444	41,111

Exercice 2 (6 points) :

1,5x4

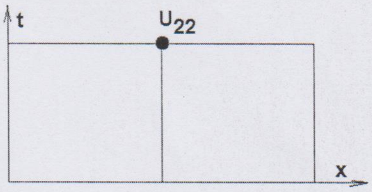
Une plaque mince est soumise aux températures de frontières comme l'indique la figure. Sachant que le problème est régi par l'équation de Laplace, prendre un maillage uniforme pour Δx=Δy. Compléter le tableau suivant :

			
T_{22}= 77,78°C	T_{22}= 87,214°C	T_{22}= 82,5°C	T_{22}= 86,357°C

Exercice 3 (6 points) :
Résoudre le problème parabolique suivant :

2x3

$$\frac{\partial U}{\partial t} = 0.01\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$



Δx	Δt	Conditions	Implicite	Crank-Nicholson	Explicite
0.2	0.2	U(0,t)= 96 t>0 U(2Δx,t)= 69 t>0 U(x,0)= 99	97,5	98,214	99

République Algérienne démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Echahid hamma Lakhdar-El Oued
Faculté de technologie

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعـليم العـالي والبحـث العـلمي
جـامعة الشهيد حمه لخضر الوادي
كلية التكنولوجيا

Département : Génie Mécanique

Semestre : S1

Examen

Année universitaire : 2018/2019

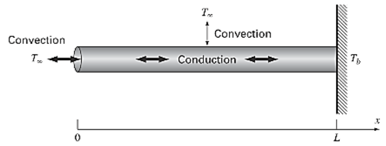
Module : Méthodes Numériques Appliquées

Année : 1ère Master Spécialité: ………………………… Groupe1 Durée : 1h 30 min

Nom et prénom:...................... Date de naissance :...................... Matricule:......................

Exercice 1 (4 points)

Utiliser l'approche des différences finies pour l'équation $0 = \frac{d^2T}{dx^2} + h'(T_\infty - T)$ d'une tige de 10 m avec h' = 0,05m^{-2}, T∞ = 200 K, et les conditions aux limites : T (0) = 200 K ; T (10) = 400 K.



1/ Ecrire l'équation et calculer la valeur de T(5) pour un pas ΔX = 5 m :

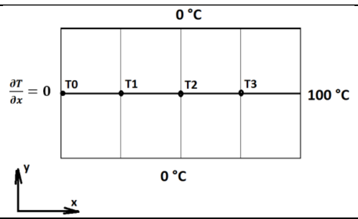
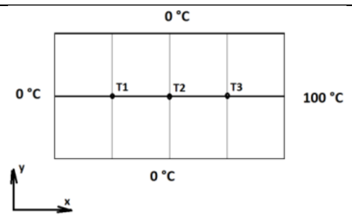
……

2/ Ecrire l'équation de l'erreur de troncature (ERT) de T(5):

……

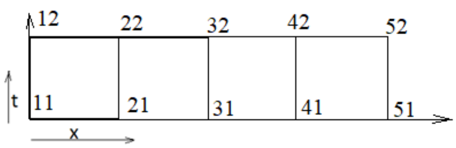
Exercice 2 (8 points) :

Une plaque mince est soumise aux températures de frontières comme l'indique la figure .Sachant que le problème est régi par l'équation de Laplace, prendre un maillage uniforme pour Δx=Δy. Compléter le tableau suivant :

	Cas 1			Cas 2		
						
T0°=T1°=T2°=T3°=50°C	T1 (SOR)	T2 (SOR)	T3 (SOR)	T1 (SOR)	T2 (SOR)	T3 (SOR)
Itération 1						
Itération 2						

Exercice 3 (8 points) : Soit l'équation différentielle : $\frac{\partial U}{\partial t} = 0.01\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$.

Ecrire la forme matricielle avec les conditions aux limites suivantes : U(x ,0)=100 ; U(0.4 ,t)=0 ; U(0 ,t)=0 ; Δx=0.1



Explicite	Implicite	Crank-Nichlson
$\begin{pmatrix} . & . & . \\ . & . & . \\ . & . & . \end{pmatrix}\begin{pmatrix} U_{22} \\ U_{32} \\ U_{42} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} . \\ . \\ . \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} . & . & . \\ . & . & . \\ . & . & . \end{pmatrix}\begin{pmatrix} U_{22} \\ U_{32} \\ U_{42} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} . \\ . \\ . \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} . & . & . \\ . & . & . \\ . & . & . \end{pmatrix}\begin{pmatrix} U_{22} \\ U_{32} \\ U_{42} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} . \\ . \\ . \end{pmatrix}$

Département : Génie Mécanique

Semestre : S1

Examen

Année universitaire : 2019/2020

Module : Méthodes Numériques Appliquées

Année : 1ère Master **Spécialité:** .... **Groupe1** **Durée : 1h 30 min**

Nom et prénom:...................... **Date de naissance :**...................... **Matricule:**......................

Exercice 1 (3 points)

Les formules suivantes sont des parties de la conversion d'équations différentielles par différences finies (hyperbolique et parabolique). Cocher par (X) la classification correcte:

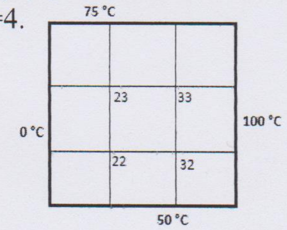
	Conduction	Vibrations	Stationnaire	Instationnaire	Laplace	Propagation	Permanent	Hyperbolique	Parabolique	Explicite	Implicite	Crank-Nicholson
$\frac{d^2Q}{dx^2} = \frac{Q_{i-1,j+1} - 2Q_{i,j+1} + Q_{i+1,j+1}}{(\Delta x)^2} + \frac{Q_{i-1,j-1} - 2Q_{i,j-1} + Q_{i+1,j-1}}{(\Delta x)^2}$		X		X				X			X	
$\frac{d^2Q}{dx^2} = \frac{Q_{i-1,j} - 2Q_{i,j} + Q_{i+1,j}}{(\Delta x)^2} + \frac{Q_{i-1,j+1} - 2Q_{i,j+1} + Q_{i+1,j+1}}{(\Delta x)^2}$	X			X		X			X			X

Exercice 2 (6 points) :

Soit l'équation différentielle : $\dot{y}(x) = xy(x)$; $y(3) = 2$. Dont on connait la solution exacte : $y(x) = 0.022\ e^{(x^2)/2}$

Remplir le tableau ci-dessous avec l'utilisation de développement de Taylor de 4 termes à x=4.

h	*i*	y_i	*Erreur absolue*	*Erreur relative*
0.5	2	29,664	35,91708	0,548
0.25	4	61,7035	3,877576	0,059
0.125	8	65,3842	0,19688	0,003



Exercice 3 (11 points) :

1/ Utiliser la méthode de Gauss-Seidel pour **résoudre** la température de la plaque chauffée.

2/ Utiliser les résultats de question 1 pour **déterminer** la distribution du flux de chaleur pour la plaque chauffée. Supposons que la plaque est 30 x 30 cm et e faite d'aluminium [k'= 0,49 cal / (s . cm . °C)].

3/ **Répéter** le même problème, mais avec le bord supérieur isolé.

Dirichlet T^0 inconnues = 0 °C				
Température	T_{22}	T_{32}	T_{23}	T_{33}
Itération 1	12,5	40,625	21,875	59,375
Itération 2	28,125	59,375	40,625	68,75
Itération 3	37,5	64,062	45,312	71,094
Flux	q_{22}	q_{32}	q_{23}	q_{33}
	1,574	1,616	1,969	1,366

Neumann T^0 inconnues = 0 °C				
Température	T_{22}	T_{32}	T_{23}	T_{33}
Itération 1	12,5	40,625	3,125	35,937
Itération 2	23,437	52,343	15,234	52,734
Itération 3	29,394	58,032	25,146	59,790
Flux	q_{22}	q_{32}	q_{23}	q_{33}
	1,5466	1,746	1,466	1,858

République Algérienne démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieure et de la Recherche Scientifique
Université Echahid hamma Lakhdar-El Oued
Faculté de technologie

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الشهيد حمه لخضر الوادي
كلية التكنولوجيا

Département : Génie Mécanique

Semestre : S1

Examen

Année universitaire : 2019/2020

Module : Méthodes Numériques Appliquées

Année : 1ère Master **Spécialité:** .... **Groupe1** **Durée : 1h 30 min**

Nom et prénom:...................... **Date de naissance :**...................... **Matricule:**......................

12x0,25

Exercice 1 (3 points)

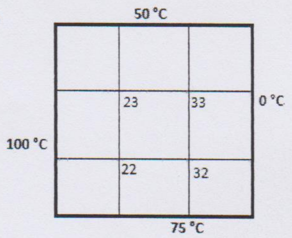
Les formules suivantes sont des parties de la conversion d'équations différentielles par différences finies (hyperbolique et parabolique). Cocher par (X) la classification correcte:

	Hyperbolique	Parabolique	Explicite	Implicite	Crank-Nicholson	Conduction	Vibrations	Stationnaire	Instationnaire	Laplace	Propagation	Permanent
$\frac{d^2Q}{dx^2} = \frac{Q_{i-1,j} - 2Q_{i,j} + Q_{i+1,j}}{(\Delta x)^2} + \frac{Q_{i-1,j+1} - 2Q_{i,j+1} + Q_{i+1,j+1}}{(\Delta x)^2}$		X			X	X			X		X	
$\frac{d^2Q}{dx^2} = \frac{Q_{i-1,j+1} - 2Q_{i,j+1} + Q_{i+1,j+1}}{(\Delta x)^2} + \frac{Q_{i-1,j-1} - 2Q_{i,j-1} + Q_{i+1,j-1}}{(\Delta x)^2}$	X			X			X		X			

Exercice 2 (6 points) :

Soit l'équation différentielle : $\dot{y}(x) = xy(x)$; $y(2) = 2$. Dont on connait la solution exacte : $y(x) = 0.27\, e^{(x^2)/2}$
Remplir le tableau ci-dessous avec l'utilisation de développement de Taylor de 4 termes à x=3.

h	*i*	*y_i*	*Erreur absolue*	*Erreur relative*	
0.5	2	21,2218	3,0828	0,1268	3/
0.25	4	23,6472	0,6574	0,0270	2/
0.125	8	24,2431	0,0615	0,0025	1/



Exercice 3 (11 points) :

1/ Utiliser la méthode de Gauss-Seidel pour **résoudre** la température de la plaque chauffée.

2/ Utiliser les résultats de question 1 pour **<u>déterminer</u>** la distribution du flux de chaleur pour la plaque chauffée. Supposons que la plaque est 30 x 30 cm et e faite d'aluminium [k'= 0,49 cal / (s . cm . °C)].

3/ **Répéter** le même problème, mais avec le bord supérieur isolé.

16x0,5

Dirichlet T^0 inconnues = 0 °C				
Température	T_{22}	T_{32}	T_{23}	T_{33}
Itération 1	43,75	29,6875	48,4375	32,0313
Itération 2	63,2813	42,5781	61,3281	38,4766
Itération 3	69,7266	45,8008	64,5508	40,0879
Flux	q_{22}	q_{32}	q_{23}	q_{33}
	1,3523	1,9105	1,545	1,585

Neumann T^0 inconnues = 0 °C					
Température	T_{22}	T_{32}	T_{23}	T_{33}	
Itération 1	43,75	29,687	35,937	16,406	1
Itération 2	60,156	37,891	54,883	27,930	1
Itération 3	66,943	42,468	63,013	33,435	0,5
Flux	q_{22}	q_{32}	q_{23}	q_{33}	
	1,410	1,930	1,633	1,623	0,5

République Algérienne démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieure et de la Recherche Scientifique
Université Echahid hamma Lakhdar-El Oued
Faculté de technologie

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الشهيد حمه لخضر الوادي
كلية التكنولوجيا

Département : Génie Mécanique

Semestre : S1

Examen

Année universitaire : 2019/2020

Module : Méthodes Numériques Appliquées

Année : 1ère Master **Spécialité:** .... **Groupe1** **Durée : 1h 30 min**

Nom et prénom:....................... **Date de naissance :**....................... **Matricule:**.......................

Exercice 1 (3 points)

12x0,5

Les formules suivantes sont des parties de la conversion d'équations différentielles par différences finies (hyperbolique et parabolique). Cocher par (X) la classification correcte:

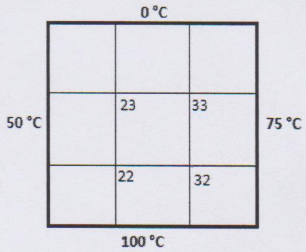
	Hyperbolique	Parabolique	Explicite	Implicite	Crank-Nicholson	Conduction	Vibrations	Stationnaire	Instationnaire	Laplace	Propagation	Permanent
$\frac{d^2Q}{dx^2}=\frac{Q_{i-1,j+1}-2Q_{i,j+1}+Q_{i+1,j+1}}{(\Delta x)^2}+\frac{Q_{i-1,j-1}-2Q_{i,j-1}+Q_{i+1,j-1}}{(\Delta x)^2}$	X			X			X		X			
$\frac{d^2Q}{dx^2}=\frac{Q_{i-1,j}-2Q_{i,j}+Q_{i+1,j}}{(\Delta x)^2}+\frac{Q_{i-1,j+1}-2Q_{i,j+1}+Q_{i+1,j+1}}{(\Delta x)^2}$		X			X	X			X		X	

Exercice 2 (6 points) :

Soit l'équation différentielle : $\dot{y}(x)=xy(x)$; $y(2)=3$. Dont on connait la solution exacte : $y(x)=0.406\ e^{(x^2)/2}$

Remplir le tableau ci-dessous avec l'utilisation de développement de Taylor de 4 termes à x=3.

h	*i*	y_i	*Erreur absolue*	*Erreur relative*	
0.5	2	31,8327	4,7142	0,12899	3
0.25	4	35,4708	1,07615	0,0294	2
0.125	8	36,3647	0,1822	0,004987	1



Exercice 3 (11 points) :

1/ Utiliser la méthode de Gauss-Seidel pour **résoudre** la température de la plaque chauffée.

2/ Utiliser les résultats de question 1 pour **déterminer** la distribution du flux de chaleur pour la plaque chauffée. Supposons que la plaque est 30 x 30 cm et e faite d'aluminium [k'= 0,49 cal / (s . cm . °C)].

3/ **Répéter** le même problème, mais avec le bord supérieur isolé.

16x0,5

Dirichlet T^0 inconnues = 0 °C				
Température	T_{22}	T_{32}	T_{23}	T_{33}
Itération 1	37,5	53,125	21,875	37,5
Itération 2	56,25	67,187	35,937	44,531
Itération 3	63,281	70,703	39,453	46,289
Flux	q_{22}	q_{32}	q_{23}	q_{33}
	1,568	1,347	1,553	1,939

Neumann T^0 inconnues = 0 °C					
Température	T_{22}	T_{32}	T_{23}	T_{33}	
Itération 1	37,5	53,125	21,875	37,5	1
Itération 2	56,25	67,187	41,797	56,836	1
Itération 3	64,746	74,145	53,955	65,332	0,5
Flux	q_{22}	q_{32}	q_{23}	q_{33}	
	1,273	0,885	0,458	0,511	0,5

République Algérienne démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieure et de la Recherche Scientifique
Université Echahid hamma Lakhdar-El Oued
Faculté de technologie

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الشهيد حمه لخضر الوادي
كلية التكنولوجيا

Département : Génie Mécanique

Semestre : S1

Examen

Année universitaire : 2019/2020

Module : Méthodes Numériques Appliquées
Année : 1ère Master **Spécialité:** ………………………… **Groupe1** **Durée : 1h 30 min**
Nom et prénom:...................... **Date de naissance :**...................... **Matricule:**......................

Exercice 1 (3 points)

12x0,5

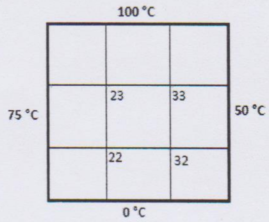
Les formules suivantes sont des parties de la conversion d'équations différentielles par différences finies (hyperbolique et parabolique). Cocher par (X) la classification correcte:

	Conduction	Vibrations	Stationnaire	Instationnaire	Laplace	Propagation	Permanent	Hyperbolique	Parabolique	Explicite	Implicite	Crank-Nicholson
$\frac{d^2Q}{dx^2}=\frac{Q_{i-1,j}-2Q_{i,j}+Q_{i+1,j}}{(\Delta x)^2}+\frac{Q_{i-1,j+1}-2Q_{i,j+1}+Q_{i+1,j+1}}{(\Delta x)^2}$	X			X		X			X			X
$\frac{d^2Q}{dx^2}=\frac{Q_{i-1,j+1}-2Q_{i,j+1}+Q_{i+1,j+1}}{(\Delta x)^2}+\frac{Q_{i-1,j-1}-2Q_{i,j-1}+Q_{i+1,j-1}}{(\Delta x)^2}$		X		X				X			X	

Exercice 2 (6 points) :

Soit l'équation différentielle : $\dot{y}(x) = xy(x)$; $y(3) = 3$. Dont on connait la solution exacte : $y(x) = 0.033\, e^{(x^2)/2}$
Remplir le tableau ci-dessous avec l'utilisation de développement de Taylor de 4 termes à x=4.

h	*i*	y_i	*Erreur absolue*	*Erreur relative*	
0.5	2	74,4961	23,8755	0,2427	3/
0.25	4	92,5552	5,8164	0,059	2/
0.125	8	98,0763	0,2953	0,003	1/



Exercice 3 (11 points) :

1/ Utiliser la méthode de Gauss-Seidel pour **résoudre** la température de la plaque chauffée.

2/ Utiliser les résultats de question 1 pour **déterminer** la distribution du flux de chaleur pour la plaque chauffée. Supposons que la plaque est 30 x 30 cm et e faite d'aluminium [k'= 0,49 cal / (s . cm . °C)].

3/ **Répéter** le même problème, mais avec le bord supérieur isolé.

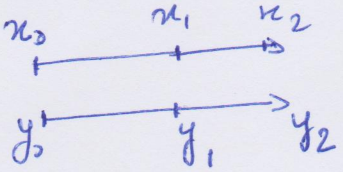
Dirichlet T^0 inconnues = 0 °C				
Température	T_{22}	T_{32}	T_{23}	T_{33}
Itération 1	18,75	17,187	48,437	53,906
Itération 2	35,156	34,766	66,016	62,695
Itération 3	43,945	39,160	70,410	64,893
Flux	q_{22}	q_{32}	q_{23}	q_{33}
	1,936	1,597	1,395	1,572

16x0,5

Neumann T^0 inconnues = 0 °C					
Température	T_{22}	T_{32}	T_{23}	T_{33}	
Itération 1	18,75	17,187	23,437	22,656	1
Itération 2	28,906	25,391	39,258	36,523	1
Itération 3	34,912	30,359	48,169	42,712	0,5
Flux	q_{22}	q_{32}	q_{23}	q_{33}	
	1,609	1,110	0,912	0,448	0,5

Exo 2 : $y'(x) = x\,y(x)$ / $y(x) = y_0 + h y'(x_0) + \frac{h^2}{2} y''(x_0) + \frac{h^3}{6} y'''(x_0)$

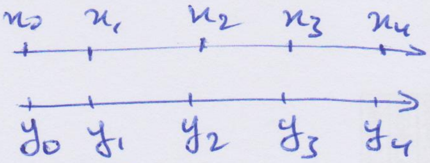
* $h = 0{,}5$:



$$y_1 = y_0 + h y'_0 + \frac{h^2}{2} y''_0 + \frac{h^3}{6} y'''_0$$

$$y_2 = y_1 + h y'_1 + \frac{h^2}{2} y''_1 + \frac{h^3}{6} y'''_1$$

* $h = 0{,}25$:



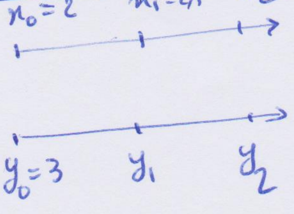
$$y_1 = y_0 + h y'_0 + \frac{h^2}{2} y''_0 + \frac{h^3}{6} y'''_0$$

$$y_2 = y_1 + h y'_1 + \frac{h^2}{2} y''_1 + \frac{h^3}{6} y'''_1$$

$$y_3 = y_2 + h y'_2 + \frac{h^2}{2} y''_2 + \frac{h^3}{6} y'''_2$$

$$y_4 = y_3 + h y'_3 + \frac{h^2}{2} y''_3 + \frac{h^3}{6} y'''_3$$

$y(2) = 3$



$$y'_0 = x_0 y_0 = 2 \times 3 = 6$$

$$y''_0 = y_0 + x_0 y'_0 = 3 + 2 \times 6 = 15$$

$$y'''_0 = 2y'_0 + x_0 y''_0 = 2 \times 6 + 2 \times 15 = 42$$

$$y_1 = 3 + 0{,}5(6) + \frac{0{,}5^2}{2}(15) + \frac{0{,}5^3}{6}(42) = 8{,}75$$

$$y'_1 = x_1 y_1 = 2{,}5 \times 8{,}75 = 21{,}875$$

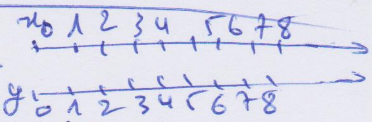
$$y''_1 = y_1 + x_1 y'_1 = 8{,}75 + 2{,}5 \times 21{,}875 = 63{,}4375$$

$$y'''_1 = 2y'_1 + x_1 y''_1 = 2 \times 21{,}875 + 2{,}5 \times 63{,}4375 = 202{,}34375$$

$$y''(x_0) = y_0 + x y'_0$$

$$y'''(x_0) = y'(x_0) + y'(x_0) + x y''(x_0) = 2y'_0 + x y''_0$$

* $h = 0{,}125$:



$$y_5 = y_4 + h y'_4 + \frac{h^2}{2} y''_4 + \frac{h^3}{6} y'''_4$$

$$y_6 = y_5 + h y'_5 + \frac{h^2}{2} y''_5 + \frac{h^3}{6} y'''_5$$

$$y_7 = y_6 + h y'_6 + \frac{h^2}{2} y''_6 + \frac{h^3}{6} y'''_6$$

$$y_8 = y_7 + h y'_7 + \frac{h^2}{2} y''_7 + \frac{h^3}{6} y'''_7$$

$$y_2 = 8{,}75 + 0{,}5 \times 21{,}875 + \frac{0{,}5^2}{2}(63{,}4375) + \frac{0{,}5^3}{6}(202{,}34375) = 31{,}83268$$

Exo3

* Dirichlet :

$$T_{22}^1 = 0{,}25\left(T_{32}^0 + T_{12}^0 + T_{23}^0 + T_{21}^0\right)$$

$$T_{32}^1 = 0{,}25\left(T_{22}^1 + T_{42}^0 + T_{31}^0 + T_{33}^0\right)$$

$$T_{23}^1 = 0{,}25\left(T_{33}^0 + T_{13}^0 + T_{24}^0 + T_{22}^1\right)$$

$$T_{33}^1 = 0{,}25\left(T_{43}^0 + T_{23}^1 + T_{34}^0 + T_{32}^1\right)$$

$$T_{22}^2 = 0{,}25\left(T_{32}^1 + T_{12}^1 + T_{23}^1 + T_{21}^1\right)$$

$$T_{32}^2 = 0{,}25\left(T_{22}^2 + T_{42}^1 + T_{31}^1 + T_{33}^1\right)$$

$$T_{23}^2 = 0{,}25\left(T_{33}^1 + T_{13}^1 + T_{24}^1 + T_{22}^2\right)$$

$$T_{33}^2 = 0{,}25\left(T_{43}^1 + T_{23}^2 + T_{34}^1 + T_{32}^2\right)$$

$$T_{22}^3 = 0{,}25\left(T_{32}^2 + T_{12}^2 + T_{23}^2 + T_{21}^2\right)$$

$$T_{32}^3 = 0{,}25\left(T_{22}^3 + T_{42}^2 + T_{31}^2 + T_{33}^2\right)$$

$$T_{23}^3 = 0{,}25\left(T_{33}^2 + T_{13}^2 + T_{24}^2 + T_{22}^3\right)$$

$$T_{33}^3 = 0{,}25\left(T_{43}^2 + T_{23}^3 + T_{34}^2 + T_{32}^3\right)$$

$$\left.\begin{aligned} q_{22}^x &= -k' \frac{T_{32} - T_{12}}{2\Delta x} \\ q_{22}^y &= -k' \frac{T_{23} - T_{21}}{2\Delta y} \end{aligned}\right\} q_{22} = \sqrt{q_x^2 + q_y^2}$$

$$\left.\begin{aligned} q_{32}^x &= -k' \frac{T_{42} - T_{22}}{2\Delta x} \\ q_{32}^y &= -k' \frac{T_{33} - T_{31}}{2\Delta y} \end{aligned}\right\} q_{32} = \sqrt{q_x^2 + q_y^2}$$

$$\left.\begin{aligned} q_{23}^x &= -k' \frac{T_{33} - T_{13}}{2\Delta x} \\ q_{23}^y &= -k' \frac{T_{24} - T_{22}}{2\Delta y} \end{aligned}\right\} q_{23} = \sqrt{q_x^2 + q_y^2}$$

$$\left.\begin{aligned} q_{33}^x &= -k' \frac{T_{43} - T_{23}}{2\Delta x} \\ q_{33}^y &= -k' \frac{T_{34} - T_{32}}{2\Delta y} \end{aligned}\right\} q_{33} = \sqrt{q_x^2 + q_y^2}$$

* Neumann

$$T_{24}^1 = 0{,}25\left(T_{34}^0 + T_{14}^0 + 2T_{23}^1\right)$$

$$T_{34}^1 = 0{,}25\left(T_{44}^0 + T_{24}^1 + 2T_{33}^1\right)$$

$$T_{24}^2 = 0{,}25\left(T_{34}^1 + T_{14}^1 + 2T_{23}^2\right)$$

$$T_{34}^2 = 0{,}25\left(T_{44}^1 + T_{24}^2 + 2T_{33}^2\right)$$

~~F~~

Itération	T21	T31	T12	T13	T42	T43	T24	T34	T22	T32	T23	T33
0	0	0	75	75	50	50	100	100	0	0	0	0
1	0	0	75	75	50	50	100	100	18,75	17,1875	48,4375	53,9063
2	0	0	75	75	50	50	100	100	35,1563	34,7656	66,0156	62,6953
3	0	0	75	75	50	50	100	100	43,9453	39,1602	70,4102	64,8926
									q22	q32	q23	q33
									1,93567	1,59677	1,39549	1,57222

Itération	T21	T31	T12	T13	T42	T43	T24	T34	T22	T32	T23	T33
0	50	50	0	0	100	100	75	75	0	0	0	0
1	50	50	0	0	100	100	75	75	12,5	40,625	21,875	59,375
2	50	50	0	0	100	100	75	75	28,125	59,375	40,625	68,750
3	50	50	0	0	100	100	75	75	37,5	64,0625	45,3125	71,0938
									q22	q32	q23	q33
									1,57373	1,61611	1,96925	1,36638

Itération	T21	T31	T12	T13	T42	T43	T24	T34	T22	T32	T23	T33
0	100	100	50	50	75	75	0	0	0	0	0	0
1	100	100	50	50	75	75	0	0	37,5	53,125	21,875	37,5
2	100	100	50	50	75	75	0	0	56,25	67,1875	35,9375	44,5313
3	100	100	50	50	75	75	0	0	63,2813	70,7031	39,4531	46,2891
									q22	q32	q23	q33
									1,56772	1,34687	1,55305	1,93883

Itération	T21	T31	T12	T13	T42	T43	T24	T34	T22	T32	T23	T33
0	75	75	100	100	0	0	50	50	0	0	0	0
1	75	75	100	100	0	0	50	50	43,75	29,6875	48,4375	32,0313
2	75	75	100	100	0	0	50	50	63,2813	42,5781	61,3281	38,4766
3	75	75	100	100	0	0	50	50	69,7266	45,8008	64,5508	40,0879
									q22	q32	q23	q33
									1,35233	1,91047	1,54537	1,58484

Itération	T21	T31	T12	T13	T42	T43	T14	T44	T22	T32	T23	T33	T24	T34
0	0	0	75	75	50	50	75	50	0	0	0	0	0	0
1	0	0	75	75	50	50	75	50	18,75	17,1875	23,4375	22,65625	30,46875	31,44531
2	0	0	75	75	50	50	75	50	28,90625	25,39063	39,25781	36,52344	46,24023	42,32178
3	0	0	75	75	50	50	75	50	34,91211	30,35889	48,16895	42,7124	53,41492	47,20993

q22	q32	q23	q33
1,609013	1,109824	0,91173	0,447972

Itération	T21	T31	T12	T13	T42	T43	T14	T44	T22	T32	T23	T33	T24	T34
0	50	50	0	0	100	100	0	100	0	0	0	0	0	0
1	50	50	0	0	100	100	0	100	12,5	40,625	3,125	35,9375	1,5625	43,35938
2	50	50	0	0	100	100	0	100	23,4375	52,34375	15,23438	52,73438	18,45703	55,98145
3	50	50	0	0	100	100	0	100	29,39453	58,03223	25,14648	59,79004	26,5686	61,53717

q22	q32	q23	q33
1,546693	1,746384	1,466491	1,857828

Itération	T21	T31	T12	T13	T42	T43	T14	T44	T22	T32	T23	T33	T24	T34
0	100	100	50	50	75	75	50	75	0	0	0	0	0	0
1	100	100	50	50	75	75	50	75	37,5	53,125	21,875	37,5	23,4375	43,35938
2	100	100	50	50	75	75	50	75	56,25	67,1875	41,79688	56,83594	44,23828	58,22754
3	100	100	50	50	75	75	50	75	64,74609	74,14551	53,95508	65,33203	54,03442	64,92462

q22	q32	q23	q33
1,273797	0,885739	0,458229	0,510994

Itération	T21	T31	T12	T13	T42	T43	T14	T44	T22	T32	T23	T33	T24	T34
0	75	75	100	100	0	0	100	0	0	0	0	0	0	0
1	75	75	100	100	0	0	100	0	43,75	29,6875	35,9375	16,40625	42,96875	18,94531
2	75	75	100	100	0	0	100	0	60,15625	37,89063	54,88281	27,92969	57,17773	28,25928
3	75	75	100	100	0	0	100	0	66,94336	42,46826	63,0127	33,43506	63,57117	32,61032

q22	q32	q23	q33
1,439799	1,930541	1,632932	1,62316

République Algérienne démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Echahid hamma Lakhdar-El Oued
Faculté de technologie

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعـــليم العـــالي والبحــــث العــــــلمي
جـــــامعة الشهيد حمه لخضر الوادي
كلية التكنولـوجيا

Département : Génie Mécanique

Semestre : S2

Examen

Année universitaire : 2018/2019

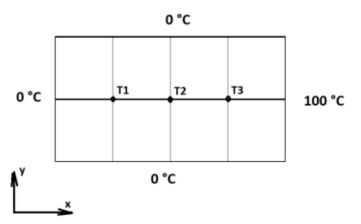
Module : Méthodes Numériques Appliquées

Année : 1ère Master **Spécialité: MEM** **Groupe1** **Durée : 1h 30 min**

Nom et prénom:...................... **Date de naissance :......................** **Matricule:......................**

Exercice 1 (9 points) :

Une plaque mince est soumise aux températures de frontières comme l'indique la figure .Sachant que le problème est régi par l'équation de Laplace, prendre un maillage uniforme pour Δx=Δy**.** Compléter le tableau suivant :

	T1°=5°C T2°=T3°=5°C	**Méthode de Gauss-Seidel**			**Méthode de sur-relaxation (w=1.3)**		
		T1 (GS)	T2 (GS)	T3 (GS)	T1 (SOR)	T2 (SOR)	T3 (SOR)
	Itération 1						
	Itération 2						
	Itération 3						

Exercice 2 (4 points) :

Cocher par (**X**) la classification correcte des équations suivantes :

	$\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2}$	$x\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0$	$0 = \frac{d^2T}{dx^2} + h'(T_\infty - T)$	$\lambda\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}$
Ondes				
Parabolique				
Hyperbolique				
Instationnaire				
Convection				
Conduction				
Elliptique				
Stationnaire				

Exercice 3 (7 points) :

En considérant un pas Δx = 0.1, calculer par un schéma de différences finies la dérivée première et deuxième des fonctions h(x) et g(x) au point x = 2.

	$\partial^2/\partial x^2$				$\partial/\partial x$			
	Avant	Arrière	Centré	Exact	Avant	Arrière	Centré	Exact
$h(x) = 4x^2$								
$g(x) = x^3$								

République Algérienne démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Echahid hamma Lakhdar-El Oued
Faculté de technologie

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعـليم العـالي والبحـث العـلمي
جـامعة الشهيد حمه لخضر الوادي
كلية التكنولوجيا

Département : Génie Mécanique

Semestre : S1

Rattrapage

Année universitaire : 2018/2019

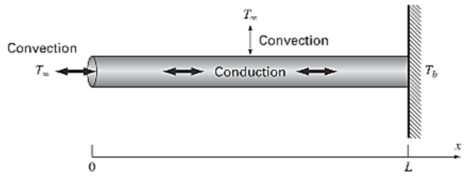
Module : Méthodes Numériques Appliquées
Année : 1ère Master Spécialité: MER + MEN Groupe1 Durée : 1h 30 min
Nom et prénom:........................ Date de naissance :........................ Matricule:........................

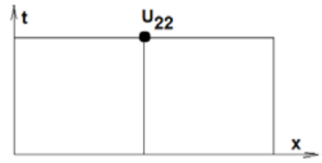
Exercice 1 (5 points)

Utiliser l'approche des différences finies pour l'équation $0 = \frac{d^2T}{dx^2} + h'(T_\infty - T)$ d'une tige de 10 m avec h' = 0,05m^{-2}, T∞ = 200 K, et les conditions aux limites : T (0) = 350 K ; T (10) = 400 K.

Utilisez pour les nœuds intérieurs avec une longueur de segment de ΔX = 2.5 m.

$$\begin{pmatrix} . & . & . \\ . & . & . \\ . & . & . \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T1 \\ T2 \\ T3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} . \\ . \\ . \end{pmatrix}$$

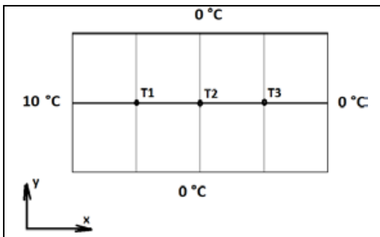




Exercice 2 (6 points) : Soit l'équation différentielle : $\frac{\partial U}{\partial t} = 0.035\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$.
Complétez le tableau ci-dessous pour déterminer la grandeur physique U_{22}:

Cas	Δx	Δt	Conditions	Explicite	Implicite	Crank-Nicholson
01	0.1	0.1	U(0,t)= 100 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 0			
02	0.1	0.1	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 100 t>0 U(x,0)= 0			
03	0.1	0.1	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 100x			

Exercice 3 (9 points) :
Une plaque mince est soumise aux températures de frontières comme l'indique la figure .Sachant que le problème est régi par l'équation de Laplace, prendre un maillage uniforme pour Δx=Δy**.** Compléter le tableau suivant :



T1°=5°C T2°=T3°=10°C	**Méthode de Gauss-Seidel**			**Méthode de sur-relaxation (w=1.3)**		
	T1 (GS)	T2 (GS)	T3 (GS)	T1 (SOR)	T2 (SOR)	T3 (SOR)
Itération 1						
Itération 2						
Itération 3						

République Algérienne démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Echahid hamma Lakhdar-El Oued
Faculté de technologie

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعــليم العــالي والبحـــث العـــــلمي
جــــامعة الشهيد حمه لخضر الوادي
كلية التكنولـوجيا

Département : Génie Mécanique

Semestre : S1

Rattrapage

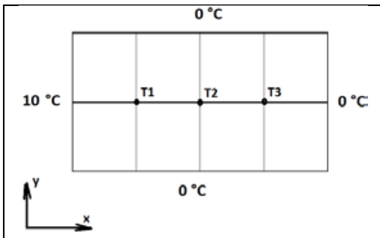
Année universitaire : 2018/2019

Module : Méthodes Numériques Appliquées
Année : 1ère Master Spécialité: MER + MEN **Groupe1** **Durée : 1h 30 min**
Nom et prénom:........................ Date de naissance :........................ Matricule:........................

Exercice 1 (6 points) : Soit l'équation différentielle : $\frac{\partial U}{\partial t} = 0.035\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$.
Complétez le tableau ci-dessous pour déterminer la grandeur physique U_{22}:

Cas	Δx	Δt	Conditions	Explicite	Implicite	Crank-Nicholson
01	0.1	0.1	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 100x			
02	0.1	0.1	U(0,t)= 100 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 0			
03	0.1	0.1	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 100 t>0 U(x,0)= 0			

Exercice 2 (9 points) :
Une plaque mince est soumise aux températures de frontières comme l'indique la figure .Sachant que le problème est régi par l'équation de Laplace, prendre un maillage uniforme pour Δx=Δy. Compléter le tableau suivant :



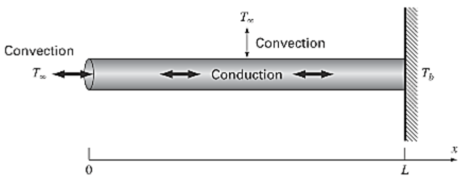
T1°=15°C T2°=T3°=10°C	**Méthode de Gauss-Seidel**			**Méthode de sur-relaxation (w=1.3)**		
	T1 (GS)	T2 (GS)	T3 (GS)	T1 (SOR)	T2 (SOR)	T3 (SOR)
Itération 1						
Itération 2						
Itération 3						

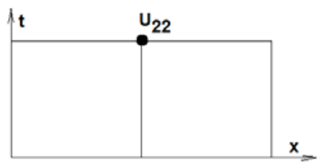
Exercice 1 (3 points)

Utiliser l'approche des différences finies pour l'équation $0 = \frac{d^2T}{dx^2} + h'(T_\infty - T)$ d'une tige de 10 m avec h' = 0,05m^{-2}, T∞ = 250 K, et les conditions aux limites : T (0) = 350 K ; T (10) = 400 K.

Utilisez pour les nœuds intérieurs avec une longueur de segment de ΔX = 2.5 m.

$$\begin{pmatrix} . & . & . \\ . & . & . \\ . & . & . \end{pmatrix}\begin{pmatrix} T1 \\ T2 \\ T3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} . \\ . \\ . \end{pmatrix}$$





République Algérienne démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Echahid hamma Lakhdar-El Oued
Faculté de technologie

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعـليم العـالي والبحـث العـلمي
جـامعة الشهيد حمه لخضر الوادي
كلية التكنولـوجيا

Département : Génie Mécanique

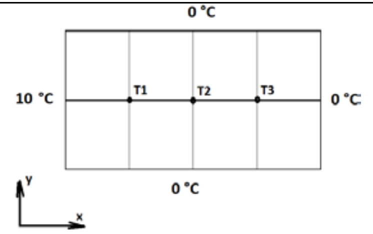
Semestre : S1

Rattrapage

Année universitaire : 2018/2019

Module : Méthodes Numériques Appliquées
Année : 1ère Master Spécialité: MER + MEN Groupe1 Durée : 1h 30 min
Nom et prénom:....................... Date de naissance :....................... Matricule:.......................

Exercice 1 (9 points) :
Une plaque mince est soumise aux températures de frontières comme l'indique la figure .Sachant que le problème est régi par l'équation de Laplace, prendre un maillage uniforme pour Δx=Δy**.** Compléter le tableau suivant :

	T1°=5°C T2°=T3°=15°C	**Méthode de Gauss-Seidel**			**Méthode de sur-relaxation (w=1.3)**		
		T1 (GS)	T2 (GS)	T3 (GS)	T1 (SOR)	T2 (SOR)	T3 (SOR)
	Itération 1						
	Itération 2						
	Itération 3						

Exercice 2 (6 points) : Soit l'équation différentielle : $\frac{\partial U}{\partial t} = 0.035\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$.
Complétez le tableau ci-dessous pour déterminer la grandeur physique U_{22}:

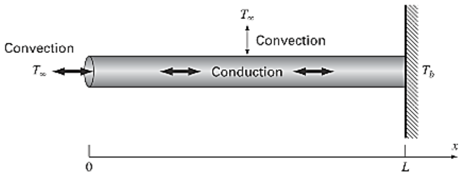
Cas	Δx	Δt	Conditions	Explicite	Implicite	Crank-Nicholson
01	0.1	0.1	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 100x			
02	0.1	0.1	U(0,t)= 0 t>0 U(2Δx,t)= 100 t>0 U(x,0)= 0			
03	0.1	0.1	U(0,t)= 100 t>0 U(2Δx,t)= 0 t>0 U(x,0)= 0			

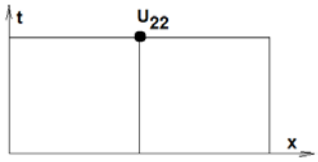
Exercice 3 (5 points)

Utiliser l'approche des différences finies pour l'équation $0 = \frac{d^2T}{dx^2} + h'(T_\infty - T)$ d'une tige de 10 m avec h' = 0,05m^{-2}, T∞ = 300 K, et les conditions aux limites : T (0) = 350 K ; T (10) = 400 K.

Utilisez pour les nœuds intérieurs avec une longueur de segment de ΔX = 2.5 m.

$$\begin{pmatrix} . & . & . \\ . & . & . \\ . & . & . \end{pmatrix}\begin{pmatrix} T1 \\ T2 \\ T3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} . \\ . \\ . \end{pmatrix}$$





République Algérienne démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Echahid hamma Lakhdar-El Oued
Faculté de technologie

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعـــليم العـــالي والبحـــث العـــــلمي
جـــــامعة الشهيد حمه لخضر الوادي
كلية التكنولـوجيا

Département : Génie Mécanique

Semestre : S2

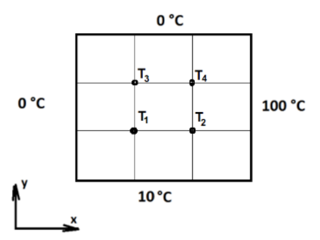
Rattrapage

Année universitaire : 2018/2019

Module : Méthodes Numériques Appliquées
Année : 1ère Master   Spécialité: MEM   Groupe1   Durée : 1h 30 min
Nom et prénom:........................   Date de naissance :........................ Matricule:........................

Exercice 1 (12 points) :

Une plaque mince est soumise aux températures de frontières comme l'indique la figure .Sachant que le problème est régi par l'équation de Laplace, prendre un maillage uniforme pour Δx=Δy. Compléter le tableau suivant :



T1°= T2°=5°C T3°= T4°=5°C	Méthode de Gauss-Seidel				Méthode de sur-relaxation (w=1.3)			
	T1 (GS)	T2 (GS)	T3 (GS)	T4 (GS)	T1 (SOR)	T2 (SOR)	T3 (SOR)	T4 (SOR)
Itération 1								
Itération 2								
Itération 3								

Exercice 2 (8 points) :

En considérant un pas Δx = 0.1, calculer par un schéma de différences finies la dérivée première et deuxième des fonctions h(x) et g(x) au point x = 2.

	$\partial/\partial x$				$\partial^2/\partial x^2$			
	Avant	Arrière	Centré	Exact	Avant	Arrière	Centré	Exact
$h(x) = 3x^3$								
$g(x) = 4x^4$								