وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
جامعة الشهيد حمه لخضر بالوادي

سنة أولى ماستر رياضيات
السنة الدراسية: 2020/2021

السلسلة الثالثة في التوزيعات (فضاء الدوال السريعة التناقص $S(\Omega)$ و فضاء التوزيعات المعتدلة $S'(\Omega)$)

التمرين 1:

1. أثبت أن التابع $f(x) = e^{-x^2}$ ينتمي إلى $S(\mathbb{R})$.
2. أثبت أن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب $f(x) = e^x cos(e^x)$ تنتمي إلى الفضاء $S'(\mathbb{R})$.
3. بين أن الدالة $x \longmapsto e^x$ من $\mathbb{R}$ لا تنتمي إلى الفضاء $S'(\mathbb{R})$.

التمرين 2:

1. بين أن $D(\Omega) \subset S(\Omega)$, حيث Ω مفتوح من $\mathbb{R}^n$.
2. بين أن كل التوزيعات المتراصة الحامل هي توزيعات معتدلة $S'(\mathbb{R})$.
3. بين أن كل $f \in L^p(\mathbb{R}^n)$ توزيع معتدل و هذا مهما كان $1 \leq p \leq +\infty$.

التمرين 3:

ليكن التابع التالي:
$$f(x) = \begin{cases} xln|x| - x, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

1. بين أن $f \in S'(\mathbb{R})$.
2. أثبت أن $ln|x| \in S'(\mathbb{R})$ ثم استنتج أن $Vp(\frac{1}{x}) \in S'(\mathbb{R})$.

التمرين 4:

1. أثبت أن المعادلة $\Delta u - \lambda u = f$ في $\mathbb{R}^n$ تقبل حل وحيد $u \in S(\mathbb{R}^n)$.
2. أثبت أن المعادلة $\Delta u - \lambda u = f$ في $S'(\mathbb{R}^n)$ تقبل حل وحيد $u \in S'(\mathbb{R}^n)$.