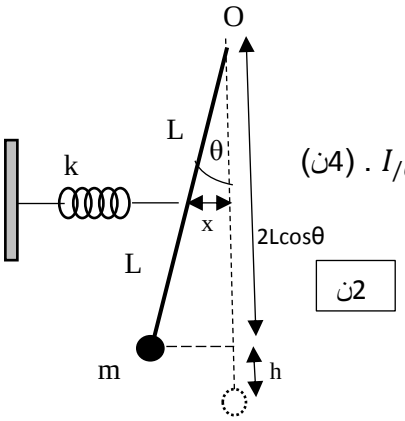
الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
جامعة الشهيد حمه لخضر بالوادي

كلية التكنولوجيا
قسم الهندسة الميكانيكية
الاسم و اللقب: التخصص: الفوج:
رقم التسجيل:

فرض مادة الاهتزازات

في الشكل المقابل ساق مهملة الكتلة طولها $2L$ في نهايته كتلة نقطية m. وفي منتصفها نابض ثابت مرونته k الجملة يمكنها الدوران حول المركز O نزيح الجملة قليلا عن وضع التوازن أوجد ما يلي:



ن2

1- الطاقة الكامنة للجملة موضحا بالرسم. (6ن)
2- شرط التوازن. (2ن)
3- الطاقة الحركية علما أن عطالة الكتلة النقطية بالنسبة لمركز الدوران هي $I_{/O} = 4mL^2$. (4ن)
4- المعادلة التفاضلية. (6ن)
5- نظافة الورقة. (2ن)

الحل:

1- الطاقة الكامنة: $\mathrm{x} = Lsin\theta$ $\quad h = 2L - 2Lcos\theta$

ن1 ن1

$$E_P = mgh + \frac{1}{2}k(\Delta L - Lsin\theta)^2 = mg2L(1 - cos\theta) + \frac{1}{2}k(\Delta L - Lsin\theta)^2 =$$

ن1.5 ن1.5

$$E_P = mgL\theta^2 + \frac{1}{2}k(\Delta L - L\theta)^2.$$

2- شرط التوازن:

ن1 ن1

$$\frac{\partial \mathrm{E}_p}{\partial \theta}(\theta = 0) = 0 \Rightarrow 2mgL\theta - Lk(\Delta L - L\theta) \Rightarrow \Delta L = 0.$$

3- الطاقة الحركية :

ن2 ن2

$$E_c = \frac{1}{2}I_0\dot{\theta}^2 \quad = \quad \frac{1}{2}[4mL^2]\dot{\theta}^2$$

4- المعادلة التفاضلية:

ن1 ن1 ن1

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{\theta}}\right) + \frac{\partial E_P}{\partial \theta} = 0 \quad (I) \Rightarrow \frac{\partial E_c}{\partial \dot{\theta}} = 4mL^2\dot{\theta} \quad ; \quad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{\theta}}\right) = 4mL^2\theta \quad ;$$

$$\frac{\partial \mathrm{E}_P}{\partial \theta} = [2mgL + L^2k]\theta.$$ ن1

ن2

$$(I) \Leftrightarrow 4mL^2\ddot{\theta} + [2mgL + L^2k]\theta = 0 \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{[2mgL + L^2k]}{4mL^2}\theta = 0 \quad \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{[2mgL + L^2k]}{4mL^2}$$

تعطى : $\boldsymbol{\sin\theta = \theta}$; $\boldsymbol{\cos\theta = 1 - \frac{\theta^2}{2}}$