Université Echahid Hamma Lakhdar El-Oued
Faculté de Technologie
Département de Génie Mécanique

Année universitaire 2020/2021
Matière : Méthodes Numériques Appliquées
Spécialité : 1ère Master MER + MEN

TD 2 (Méthodes des différences finies - Elliptique)

Exercice 01 :

En considérant un pas $\Delta x = 0.1$, calculer par un schéma de différences finies :
(a) en avant, (b) en arrière (c) et centré la dérivée première de la fonction $f(x) = x^2$ au point $x = 2$.
Calculer l'erreur de troncation pour chaque cas.

Exercice 02 :

Soit T_0 la température du point de grille sur la frontière et T_1, T_2, T_3, … les températures aux points de grille voisins le long de la direction x positive. Le flux de chaleur à la frontière x = 0 est d'être déterminé à partir de sa définition donnée par : $q_w = -\, k\ (\partial T\ /\ \partial x)_{x=0}$. Représenter la dérivée de la température à x = 0 avec des différences finies en utilisant approximations d'ordre $0(\Delta x)$, $0[(\Delta x)^2\ ]$ et $0[(\Delta x)^3]$.

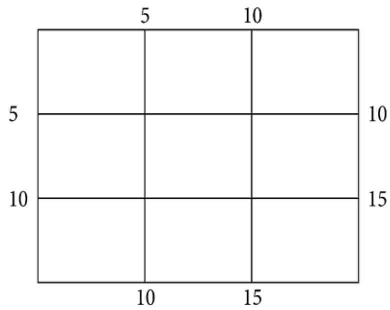
Exercice 03 :

Discrétiser l'équation de conduction thermique unidimensionnelle en régime permanent, à conductivité thermique constante, en coordonnées cartésiennes :

$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{1}{k} g(x) = 0$ en utilisant des différences finies centrales de second ordre.

Exercice 04 :

Résoudre l'équation de Laplace $\nabla^2 u = u_{xx} + u_{yy} = 0$ pour le maillage carré avec la frontière valeurs (conditions de Dirichlet) comme indiqué dans la figure suivante. Utiliser la méthode Gauss – Seidel jusqu'à ce que deux itérations consécutives ont les mêmes valeurs jusqu'à trois décimales.



Prendre la première approximation, $u_1^{(0)}$=$u_2^{(0)} = u_3^{(0)} = u_4^{(0)} = 0$.

Exercice 05 :

L'équation de Laplace $\nabla^2 u = u_{xx} + u_{yy} = 0$ est défini sur la région carrée $\{0 \le x \le 0.6; 0 \le y \le 0.6\}$
Les conditions aux limites sont définies par :

i) $u\ =\ 0$ sur les arêtes $x = 0, y = 0$ et $y = 0.6$ (Condition de Dirichlet).
ii) $\frac{\partial u}{\partial x} = 1$ au bord $x\ =\ 0.6$ (Condition de Neumann).
Trouver les valeurs de u (x, y) aux points nodaux de la région carrée avec une longueur de désordre 0.2 à l'aide de la méthode de sur-relaxation. Remplacer la condition aux limites dérivée par leur approximation de différence centrale.