

**Cour et TD Transfert**

**De Quantité**

**De mouvement**

**Présenté Par**

**GUEMARI**

**Fathi**

# **1. PROPRIETES DES FLUIDES**

## **1.1 INTRODUCTION :**

La mécanique des fluides est la science des lois de l'écoulement des fluides. C'est une branche de la physique qui étudie les écoulements de fluides c'est-à-dire des liquides et des gaz lorsque ceux-ci subissent des forces ou des contraintes. Elle comprend deux grandes sous branches :

- La statique des fluides ou hydrostatique qui étudie les fluides au repos.
- La dynamique des fluides qui étudie les fluides en mouvement.

## **1.2 DEFINITIONS :**

Un fluide peut être considéré comme étant une substance formé d'un grand nombre de particules matérielles très petites et libres de se déplacer les unes par rapport aux autres.

## **1.3. CLASSEMENT DES FLUIDES :**

Les fluides peuvent aussi se classer en deux familles relativement par leur viscosité :

- La famille des fluides "newtoniens" (comme l'eau, l'air et la plupart des gaz), Les fluides "newtoniens" ont une viscosité constante ou qui ne peut varier qu'en fonction de la température.
- La famille des fluides "non newtoniens" (quasiment tout le reste... le sang, les gels, les boues, les pâtes, les suspensions, les émulsions...). Les fluides "non newtoniens" sont constitués qui ont la particularité d'avoir leur viscosité qui varie en fonction de la vitesse et des contraintes qu'ils subissent lorsque ceux-ci s'écoulent.

Ce cours est limité uniquement à des fluides newtoniens qui seront classés comme suit.

### **1.3.1 Fluide parfait :**

En mécanique des fluides, un fluide est dit parfait s'il est possible de décrire son mouvement sans prendre en compte les effets de frottement. Qui n'est qu'un modèle pour simplifier les calculs, pratiquement inexistant dans la nature.

### **1.3.2 Fluide réel :**

Dans un fluide réel les forces tangentielles de frottement interne qui s'opposent au glissement relatif des couches fluides sont prises en considération. Ce phénomène de frottement visqueux apparaît lors du mouvement du fluide.

**1.3.3 Fluide incompressible :** Un fluide est dit incompressible lorsque le volume occupé par une masse donnée ne varie pas en fonction de la pression extérieure. Les liquides peuvent être considérés comme des fluides incompressibles (eau, huile, etc.)

### **1.3.4 Fluide compressible :**

Un fluide est dit compressible lorsque le volume occupé par une masse donnée varie en fonction de la pression extérieure. Les gaz sont des fluides compressibles. Par exemple, l'air, l'hydrogène, le méthane à l'état gazeux, sont considérés comme des fluides compressibles.

## **1.4. Caractéristiques physiques :**

### **1.4.1 Masse volumique :**

$$\rho = m/V$$

$\rho$  : Masse volumique en (kg/m<sup>3</sup>),

m : masse en (kg),

V : volume en (m<sup>3</sup>).

### **1.4.2 Poids volumique :**

$$\varpi = m g / V = \rho g$$

$\varpi$  : Poids volumique en (N/m<sup>3</sup>).

m : masse en (kg),

g : accélération de la pesanteur en (m/s<sup>2</sup>),

V : volume en (m<sup>3</sup>).

### **1.4.3 Densité :**

$$d = \rho / \rho_{\text{réf}}$$

Dans le cas des liquides on prendra l'eau comme fluide de référence. Dans le cas des gaz on prendra l'air comme fluide de référence.

### **1.4.4 Viscosité :**

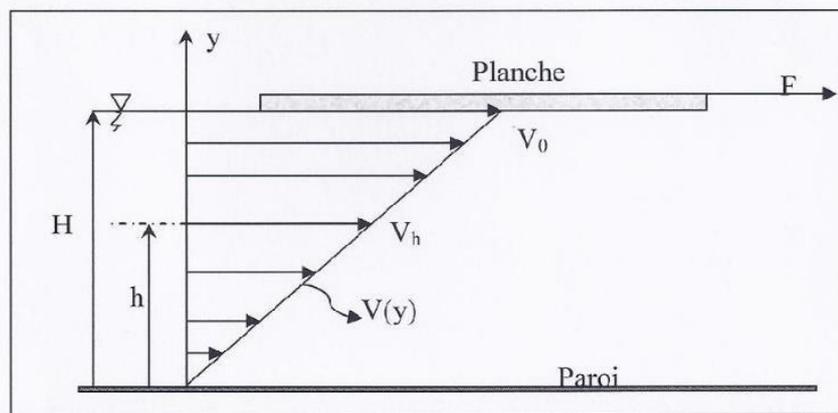
C'est une grandeur qui caractérise les frottements internes du fluide, autrement dit sa capacité à s'écouler. Elle caractérise la résistance d'un fluide à son écoulement lorsqu'il est soumis à l'application d'une force. C'est à dire, les fluides de grande viscosité résistent à l'écoulement et les fluides de faible viscosité s'écoulent facilement. On distingue la viscosité dynamique et la viscosité cinématique.

#### **1.4.4.1 Viscosité dynamique :**

La mesure des vitesses à différentes hauteurs donne :  $(V_h/h) = (V_0/H) = \text{Cte}$ .

La dérivée  $dV/dy$  a été appelée par Newton 'Gradient de vitesse.

La viscosité dynamique correspond à la réalité physique du comportement d'un fluide soumis à une sollicitation, et exprime la rigidité d'un fluide.



$$F = \mu \times S \times (\Delta V / \Delta Z)$$

Où :

F : force de glissement entre les couches en (N),

$\mu$  : Viscosité dynamique en (kg/m.s),

S : surface de contact entre deux couches en (m<sup>2</sup>),

$\Delta V$  : Écart de vitesse entre deux couches en (m/s),

$\Delta Z$  : Distance entre deux couches en (m).

**Remarque :** Dans le système international (SI), l'unité de la viscosité dynamique est le Pascal seconde (Pa.s) ou Poiseuille (Pl) : 1 Pa.s = 1 Pl = 1 kg/m.s

#### **1.4.4.2 Viscosité cinématique :**

La viscosité cinématique caractérise le temps d'écoulement d'un liquide.  $\nu = \mu/\rho$

L'unité de la viscosité cinématique est le (m<sup>2</sup>/s).

Remarque 1 (unité) : On utilise souvent le Stokes (St) comme unité de mesure de la viscosité cinématique. 1 St= 10<sup>-4</sup> m<sup>2</sup>/s.

**Tableau :** unités de viscosité dynamique et cinématique

	Unité SI	Unité CGS	
Viscosité dynamique $\eta$	Pa.s = kg.m <sup>-1</sup> .s <sup>-1</sup> = poiseuille (Pl)	g.cm <sup>-1</sup> .s <sup>-1</sup> = poise (P)	1 Pa.s = 10 P
Viscosité cinématique $\nu$	m <sup>2</sup> /s	cm <sup>2</sup> /s = stokes (St)	1 m <sup>2</sup> /s = 10 <sup>4</sup> St

## **Remarque :**

### **La différence entre viscosité dynamique et viscosité cinématique :**

- ✓ La viscosité cinématique caractérise le temps d'écoulement d'un liquide.
- ✓ La viscosité dynamique correspond à la réalité physique du comportement d'un fluide soumis à une sollicitation (effort). En d'autre terme, cette dernière exprime la « rigidité » d'un fluide à une vitesse de déformation en cisaillement.

## **1.5. CONCLUSION :**

Les fluides peuvent être classés en **fluides parfaits** (sans frottement), **fluides réels** (avec frottement), **fluides incompressibles** (liquides) et **fluides compressibles** (gaz). Les fluides sont caractérisés par les propriétés suivantes : la masse volumique, le poids volumique, la densité et la viscosité. Ces propriétés seront utilisées ultérieurement.

## **2. STATIQUES DES FLUIDES**

### **2.1. INTRODUCTION :**

Lors d'une plongée sous-marine, on constate que la pression de l'eau augmente avec la profondeur. La pression d'eau exercée sur un sous-marin au fond de l'océan est considérable. De même, la pression de l'eau au fond d'un barrage est nettement plus grande qu'au voisinage de la surface.

### **2.2. NOTION DE PRESSION EN UN POINT D'UN FLUIDE :**

La pression est une grandeur scalaire. C'est l'intensité de la composante normale de la force qu'exerce le fluide sur l'unité de surface.

## **Remarque :**

L'unité internationale de pression est le Pascal :  $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$ . Cette unité est très petite. On utilise le plus souvent ses multiples. En construction mécanique, résistance des matériaux, etc. L'unité utilisée est le méga pascal :

$$\underline{1 \text{ MPa} = 1 \text{ N/mm}^2 = 10^6 \text{ Pa}}$$

$$\underline{1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa.}}$$

### **2.3. RELATION FONDAMENTALE DE L'HYDROSTATIQUE :**

$$P_1 - P_2 = \varpi (Z_2 - Z_1) = \rho g (Z_2 - Z_1)$$

Autre forme plus générale : En divisant les deux membres de la relation précédente par  $\varpi$  :

$$((P_1 / \varpi) + Z_1) = ((P_2 / \varpi) + Z_2)$$

### Ou encore

$$((P_1 / \rho g) + Z_1) = ((P_2 / \rho g) + Z_2)$$

On peut écrire en un point quelconque d'altitude Z, où règne la pression P :

$$((P / \rho g) + Z) = ((P / \rho g) + Z) = Cte$$

### 2.4. THEOREME DE PASCAL :

Dans un fluide incompressible en équilibre, toute variation de pression en un point entraîne la même variation de pression en tout autre point.

$$\text{À l'état initial : } P_1 - P_2 = \varpi (Z_2 - Z_1) \quad (1)$$

On remplace :  $P_1 = P_1 + \Delta P_1$   $P_2 = P_2 + \Delta P_2$

$$\text{À l'état final : } (P_1 + \Delta P_1) - (P_2 + \Delta P_2) = \varpi (Z_2 - Z_1) \quad (2)$$

En faisant la différence entre les équations (2) et (1) on obtient :

$$\Delta P_1 - \Delta P_2 = 0 \quad \text{D'où } \Delta P_1 = \Delta P_2$$

## 3. DYNAMIQUE DES FLUIDES INCOMPRESSIBLES PARFAIS :

### 3.1. INTRODUCTION :

Dans ce chapitre, nous allons étudier les fluides *en mouvement*. Contrairement aux solides, les éléments d'un fluide en mouvement peuvent se déplacer à des vitesses différentes. L'écoulement des fluides est un phénomène complexe.

On s'intéresse aux équations fondamentales qui régissent la dynamique des fluides incompressibles parfaits, en particulier :

- ✓ L'équation de continuité (**conservation de la masse**).
- ✓ Le théorème de Bernoulli (**conservation de l'énergie**).
- ✓ le théorème d'Euler (**conservation de la quantité de mouvement**) à partir duquel on établit les équations donnant la force dynamique exercée par les fluides en mouvement (exemple les jets d'eau).

### 3.2. ECOULEMENT PERMANENT :

L'écoulement d'un fluide est dit **permanent** si le champ des vecteurs vitesse des particules fluides est constant dans le temps. Notons cependant que cela ne veut pas dire que le champ des vecteurs vitesse est uniforme dans l'espace. L'écoulement permanent d'un fluide parfait incompressible est le seul que nous aurons à considérer dans ce cours. Un écoulement **non permanent** conduirait à considérer les effets d'inertie des masses fluides.

### **3.3. EQUATION DE CONTINUTE :**

Considérons une veine d'un fluide incompressible de masse volumique  $\rho$  animée d'un écoulement permanent.

### **3.4. THEOREME D'EULER :**

Une application directe du théorème d'Euler est l'évaluation des forces exercées par les jets d'eau. Celles-ci sont exploitées dans divers domaines : production de l'énergie électrique à partir de l'énergie hydraulique grâce aux turbines, coupe des matériaux, etc. Le théorème d'Euler résulte de l'application du théorème de quantité de mouvement à l'écoulement d'un fluide :

$$\Sigma F_{ext} = (dP / dT). \text{ Avec } P = m V_G : \text{ quantité de mouvement}$$

Ce théorème permet de déterminer les efforts exercés par le fluide en mouvement sur les objets qui les environnent.

La résultante ( $\Sigma F_{ext}$ ) des actions mécaniques extérieures exercées sur un fluide isolé (fluide contenu dans l'enveloppe limitée par  $S_1$  et  $S_2$ ) est égale à la variation de la quantité de mouvement du fluide qui entre en  $S_1$  à une vitesse  $V_1$  et sort par  $S_2$  à une vitesse  $V_2$ .

$$\Sigma F_{ext} = q_m (V_1 - V_2).$$

### **3.5. CONCLUSION :**

Les lois et les équations établies dans ce chapitre en particulier l'équation de Bernoulli ont un intérêt pratique considérable du moment où elles permettent de comprendre le principe de fonctionnement de beaucoup d'instruments de mesure de débits tels que le tube de Pitot, le tube de Venturi et le diaphragme...etc.

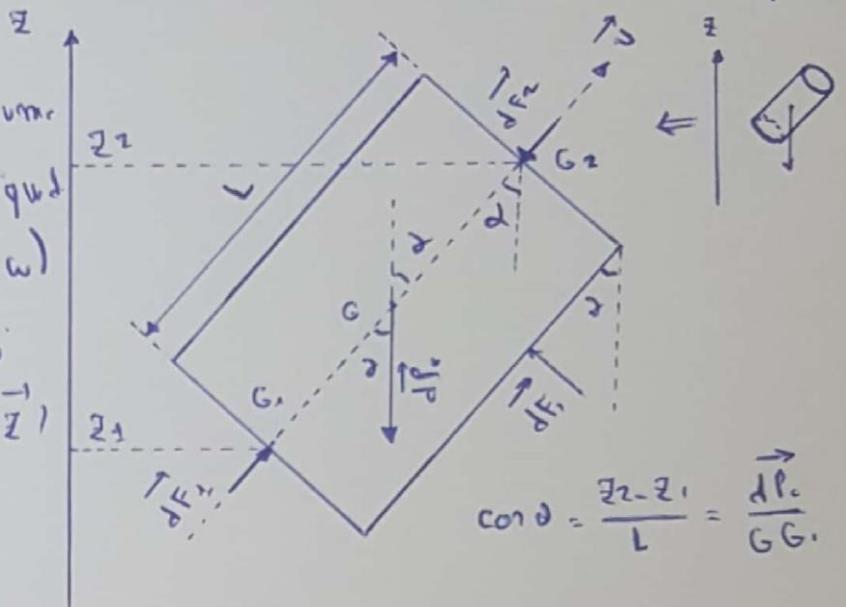
Réservées aux fluides incompressibles, ces lois et équations peuvent être employées dans certains cas particulier pour les fluides compressibles à faible variation de pression. Une telle variation existe dans plusieurs cas pratiques. Cependant, lorsqu'on veut prendre en considération la compressibilité dans les calculs, il est nécessaire d'employer les formules appropriées.

1°)

# Relation Fondamentale de l'Hydrostatique

considérons un élément de volume  
 d'un fluide incompressible (liquide  
 homogène de poids volumique  $\omega$ )  
 à la forme cylindrique, qui  
 fait un angle  $\theta$  avec l'axe ( $Oz$ )

\*  $G_1$  d'altitude  $z_1$   
 \*  $G_2$  " "  $z_2$



\*  $P_0 = \rho \cdot g \cdot V$  et  $V = L \cdot dS \Rightarrow \vec{dP}_0 = -\omega L dS \vec{z}$  et  $\omega = \rho \cdot g$

\* la surface latérale  $\sum_{j=1}^{j=n} dF_j$

\* les deux surfaces  $dF_1 = p_1 \cdot dS \cdot \vec{u}$  et  $dF_2 = -p_2 \cdot dS \cdot \vec{u}$

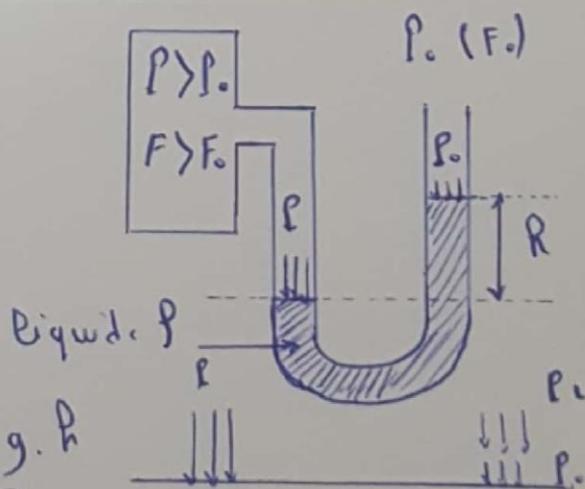
\* ce cylindre étant en équilibre dans le fluide :  $\vec{dP}_0 + \sum dF_j + dF_1 + dF_2 = 0$

\* En projection sur l'axe de symétrie ( $G \cdot \vec{u}$ ) du cylindre :

$$-\omega L \cdot dS \cos \theta + p_1 dS - p_2 dS = 0 \Rightarrow -\omega L \cos \theta + p_1 - p_2 = 0$$

$$\Rightarrow p_1 - p_2 = \omega L \cos \theta \Rightarrow \boxed{p_1 - p_2 = \omega (z_2 - z_1) = \rho \cdot g (z_2 - z_1)}$$

2°) Pilote tube :



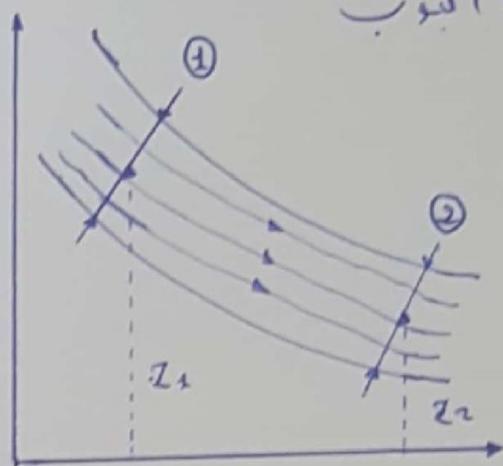
$$P = P_0 + \rho h \quad / \quad \rho h = \rho \cdot g \cdot h$$

$$\Rightarrow \boxed{P = P_0 + \rho \cdot g \cdot h}$$

# THEOREME DE BERNOULLI

هذا الترميز يعبر عن

لدينا أنبوب



$$\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho + \rho \cdot g \cdot z = \text{Const}$$

$\frac{1}{2} \rho v^2$  : الطاقة الحركية  
 $\rho$  : الضغط  
 $\rho \cdot g \cdot z$  : طاقة الوضع  
 $E_{\text{kin}}$  : الطاقة الحركية  
 $E_{\text{pot}}$  : طاقة الوضع

لكل نقطة له قيم ثابتة  $(z, v, \rho)$

①  $z \Rightarrow$  طاقة الوضع  $\Rightarrow \rho \cdot g \cdot z$

②  $v \Rightarrow$  "حركية"  $\Rightarrow \frac{1}{2} \rho v^2$

③  $\rho \Rightarrow$  الضغط  $\Rightarrow$  الضغط (وحالة الضغط)

①  $\rho_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g z_1 = \rho_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g z_2$

بما أن هذا المائع غير قابل للانضغاط  $\rho = \text{Const}$   
 نقسم بالقسمة على  $\rho$  ونحصل على:

②  $\frac{\rho_1}{\rho \cdot g} + \frac{1}{2} \frac{v_1^2}{g} + z_1 = \frac{\rho_2}{\rho \cdot g} + \frac{1}{2} \frac{v_2^2}{g} + z_2$  (في حالة الارتفاع)

③  $\frac{\rho_1}{\rho} + \frac{1}{2} v_1^2 + g z_1 = \frac{\rho_2}{\rho} + \frac{1}{2} v_2^2 + g z_2$  (في حالة السرعة)

ملاحظة: لكل نقطة معين بارتفاع معين - طاقة الوضع  
 لكل نقطة له سرعة إذا له بها طاقة حركية  
 لكل نقطة له بها ضغط

## Série n° 1

### *Propriétés des fluides*

#### 1. Questions de cours :

- Quelle est l'influence de la température sur la viscosité.
- Quelle est l'influence de la viscosité sur la vitesse d'une chute de bille.

#### 2. EXERCICE :

En prend un volume 10 litres d'un fuel à une température  $T=20^{\circ}\text{C}$  et la viscosité dynamique est égale  $\mu = 95.10^{-3} \text{ Pa.s}$  D'une densité est  $d = 0,95$ .

- L'accélération de la pesanteur  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ .

- La masse volumique d'eau  $\rho_{\text{eau}} = 1000 \text{ kg/s}^3$ .

- ✓ Déterminer le poids volumique de fuel.
- ✓ Déterminer le poids  $P_0$  de fuel.
- ✓ Déterminer la viscosité Cinématique de fuel.
- ✓ Convertir la viscosité Cinématique de fuel en Stock.

### Statiques des fluides :

#### Hydrostatique :

#### Variation verticale de pression : Exercices basiques :

Calculer la pression absolue et relative en Pa et en bars d'un point à une profondeur de 6 m dans un réservoir à surface libre rempli d'eau.

Même question pour un point à une profondeur de 9 m dans une huile de pétrole de densité 0,75.

Quelle profondeur d'huile de pétrole de densité 0,75 produit une pression relative de 2,75 bars ? Quelle profondeur d'eau produit la même pression.

Trouver la pression relative au fond du réservoir contenant de l'eau sous pression égale 500 KPa et à la hauteur 2 m.

## Série n° 2

### Exercice n : 1

Soit un tube en U fermé à une extrémité qui contient deux liquides non miscibles.

Entre les surfaces :

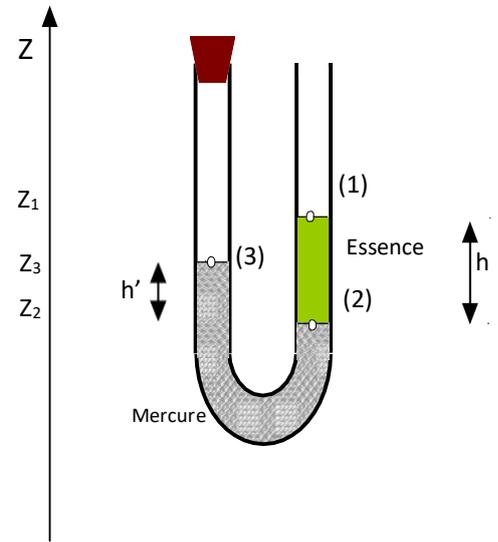
(1) et (2) il s'agit de l'essence  $\rho_{\text{essence}} = 700 \text{ kg/m}^3$ .

(2) et (3), il s'agit du mercure  $\rho_{\text{mercure}} = 13600 \text{ kg/m}^3$ .

La pression au-dessus de la surface libre (1) est  $P_1 = P_{\text{atm}} = 1 \text{ bar}$ .

L'accélération de la pesanteur est  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .

La branche fermée emprisonne un gaz à une pression  $P_3$  qu'on cherche à calculer.



1) En appliquant la RFH (Relation Fondamentale de l'Hydrostatique) pour l'essence, calculer la pression  $P_2$  (en mbar) au niveau de la surface de séparation (2) sachant que  $h = (Z_1 - Z_2) = 728 \text{ mm}$ .

2) De même, pour le mercure, calculer la pression  $P_3$  (en mbar) au niveau de la surface (3) sachant que  $h' = (Z_3 - Z_2) = 15 \text{ mm}$ .

### Exercice n : 2

La figure ci-dessous représente un cric hydraulique formé de deux pistons (1) et (2) de section circulaire.

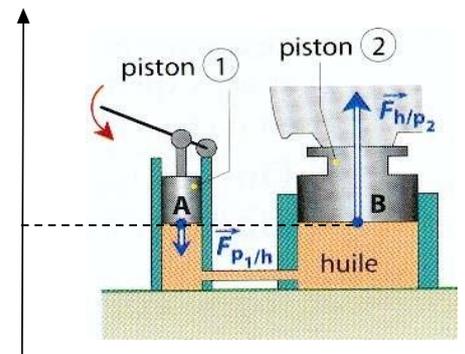
Sous l'effet d'une action sur le levier, le piston (1) agit, au point (A), par une force de pression  $F_{P1/h}$  sur l'huile. L'huile agit, au point (B) sur le piston (2) par une force  $F_{h/P2}$

On donne :

- les diamètres de chacun des pistons :  $D_1 = 10 \text{ mm}$  ;  $D_2 = 100 \text{ mm}$ .

- l'intensité de la force de pression en A :  $F_{P1/h} = 150 \text{ N}$ .

Travail demandé :



1) Déterminer la pression  $P_A$  de l'huile au point A.

2) Quelle est la pression  $P_B$  ?

3) En déduire l'intensité de la force de pression  $F_{h/P2}$ .

### Série n° 3

#### Exercice n : 1

Une pompe P alimente un château d'eau à partir d'un puit à travers une conduite de diamètre  $d = 150 \text{ mm}$ .

On donne :

Les altitudes :  $Z_2 = 26 \text{ m}$ ,  $Z_1 = -5 \text{ m}$ ,

Les pressions  $P_1 = P_2 = 1,013 \text{ bar}$  ;

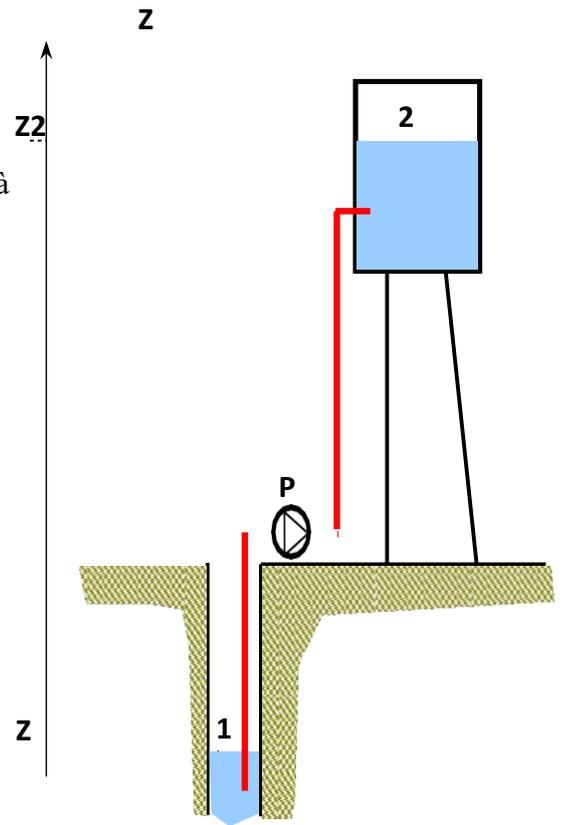
La vitesse d'écoulement  $V = 0,4 \text{ m/s}$ ,

L'accélération de la pesanteur  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ .

On négligera toutes les pertes de charge.

Travail demandé :

- ✓ Calculer le débit volumique  $Q_v$  de la pompe en l/s.
- ✓ Ecrire l'équation de Bernoulli entre les surfaces 1 et 2.
- ✓ Calculer la puissance utile  $P_u$  de la pompe.
- ✓ En déduire la puissance  $P_a$  absorbée par la pompe sachant que son rendement est de 80%.



#### Exercice n : 2

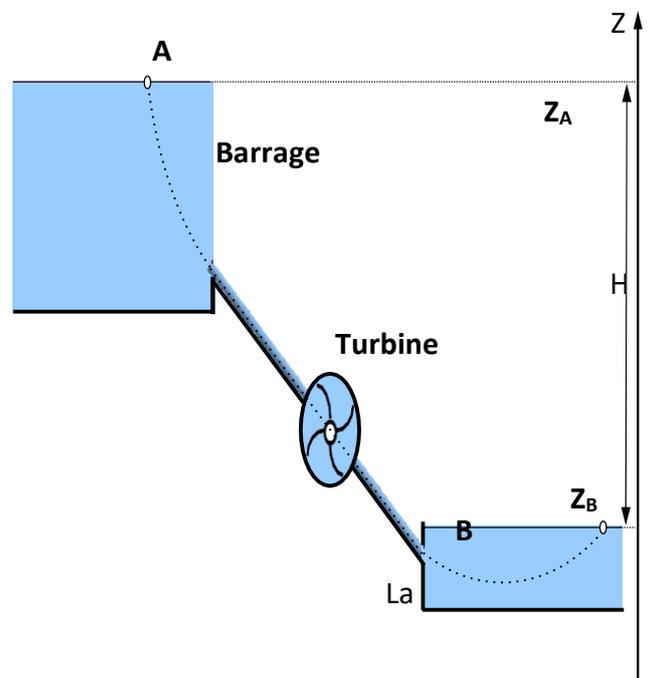
Une conduite cylindrique amène l'eau d'un barrage (dont le niveau  $Z_A$  est maintenu constant) dans une turbine.

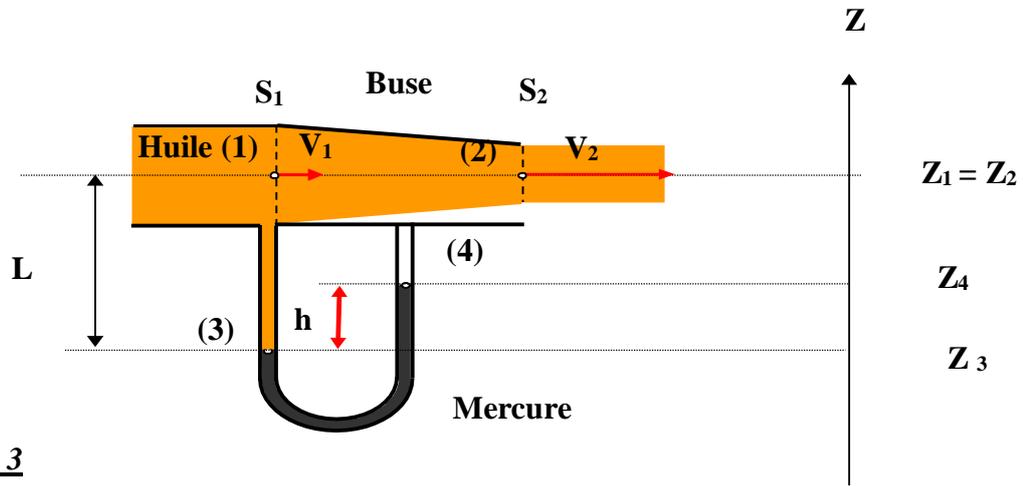
On branche à la sortie de la turbine une canalisation évacuant l'eau vers un lac. Le niveau  $Z_B$  de la surface libre du lac est supposé constant.

Le débit massique traversant la turbine est  $Q_m = 175 \text{ kg/s}$ .

On donne : l'accélération de la pesanteur  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$  et  $H = (Z_A - Z_B) = 35 \text{ m}$ .

1. En appliquant le théorème de Bernoulli, déterminer la puissance utile  $P_u$  développer dans la turbine. Préciser toutes les hypothèses simplificatrices.
2. Calculer la puissance récupérée sur l'arbre de la turbine si son rendement global est  $\eta = 70\%$ .





### Exercice n : 3

De l'huile est accélérée à travers une buse en forme de cône convergent.

La buse est équipée d'un manomètre en U qui contient du mercure.

#### Partie 1 : Etude de la buse

Un débit volumique  $q_v = 0,4 \text{ L/s}$ , l'huile traverse la section  $S_1$  de diamètre  $d_1 = 10 \text{ mm}$  à une vitesse d'écoulement  $V_1$ , à une pression  $P_1$  et sort vers l'atmosphère par la section  $S_2$  de diamètre  $d_2$  à une vitesse d'écoulement  $V_2 = 4 \cdot V_1$  et une pression  $P_2 = P_{\text{atm}} = 1 \text{ bar}$

On suppose que :

Le fluide est parfait, la buse est maintenue horizontale ( $Z_1 = Z_2$ ).

On donne la masse volumique de l'huile :  $\rho_{\text{huile}} = 800 \text{ kg/m}^3$ .

- ✓ Calculer la vitesse d'écoulement  $V_1$ .
- ✓ Ecrire l'équation de continuité. En déduire le diamètre  $d_2$ .
- ✓ En appliquant le Théorème de Bernoulli entre le point (1) et le point (2) déterminé la pression  $P_1$  en bar.

#### Partie 2 : Etude du manomètre (tube en U).

Le manomètre, tube en U, contient du mercure de masse volumique  $\rho_{\text{mercure}} = 13600 \text{ kg/m}^3$ . Il permet de mesurer la pression  $P_1$  à partir d'une lecture de la dénivellation :  $h = (Z_4 - Z_3)$ .

On donne :-  $(Z_1 - Z_3) = L = 1274 \text{ mm}$ .

- l'accélération de la pesanteur :  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ .
- la pression  $P_4 = P_{\text{atm}} = 1 \text{ bar}$ ,

**1)** En appliquant la RFH (Relation Fondamentale de l'hydrostatique) entre les points (1) et (3), déterminer la pression  $P_3$ .

**2)** De même, en appliquant la RFH entre les points (3) et (4), déterminer la dénivellation  $h$  du mercure.