العمل التطبيقي الأول: الإرتياب في القياس الفيزيائي

السنة الأولى علوم المادة
2020/12/26

الجزء النظري - تابع -

1 القياس غير المباشر

في هذا الجزء نريد أن نركز على القياس غير المباشر ونوضح كيفية الحصول على الارتياب المطلق والنسبي له، وهذا من خلال أمثلة مختلفة.
بفرض أن القياس غير المباشر X يتعلق بالقياسين المباشرين a و b أي أن:
$X(a,b)$ بحيث:

$$a = a_0 \pm \Delta a$$
$$b = b_0 \pm \Delta b$$

أي أن كلا من القياسين a و b استطعنا تحديد القيمة المقاسة(أو التقريبية) و الارتياب المطلق لهما.
والآن نريد البحث عن القيمة المقاسة و الارتيابين المطلق والنسبي لـX في حالات مختلفة (الجمع، الطرح، الضرب ، القسمة ...).

حالة الجمع والطرح:

$$\begin{cases} X(a,b) &= a+b, \\ X(a,b) &= a-b. \end{cases}$$

في هذه الحالة يكون
في حالة الجمع $\quad X_0 = a_0 + b_0$
و في حالة الطرح $\quad X_0 = a_0 - b_0$
أما الارتياب المطلق ففي كلا الحالتين هو: $\quad \Delta X = \Delta a + \Delta b$ انتبه في كلا الحالتين الاشارة موجبة
يكون الارتياب النسبي عندئذ: (بتطبيق القواعد المذكورة سابقا)
في حالة الجمع $\quad \frac{\Delta X}{X} = |\frac{\Delta a}{a+b}| + |\frac{\Delta b}{a+b}|$
في حالة الطرح $\quad \frac{\Delta X}{X} = |\frac{\Delta a}{a-b}| + |\frac{\Delta b}{a-b}|$
مثال: نقوم بقياس سمك أسطوانة بواسطة قدم قنوية $t = \frac{1}{2}(R_2 - R_1)$
R_2 هو القطر الخارجي للأسطوانة R_1 هو القطر الداخلي للأسطوانة.

$$\frac{dt}{t} = \frac{dR_2}{R_2 - R_1} + \frac{dR_1}{R_2 - R_1}$$

$$\frac{\Delta t}{t} = \frac{\Delta R_2}{R_2 - R_1} + \frac{\Delta R_1}{R_2 - R_1}$$

$$\Delta t = t \times (\frac{\Delta R_2}{R_2 - R_1} + \frac{\Delta R_1}{R_2 - R_1})$$

تطبيق عددي: خذ

$$\begin{cases} R_1 = (20.12 \pm 0.05)cm, \\ R_2 = (22.04 \pm 0.05)cm. \end{cases}$$

في هذه الحالة يكون

$$t_0 = \frac{1}{2}(22.04 - 20.12) = 0.96cm$$

$$\Delta t = 0.96(\frac{0.05}{1.92} + \frac{0.05}{1.92}) = 0.05cm$$

عندئذ نكتب:

$$t = (0.96 \pm 0.05)cm$$

حالة الضرب و القسمة

$$\begin{cases} X(a,b) & = a \times b \\ X(a,b) & = \frac{a}{b} \end{cases}$$

نطبق طريقة التفاضل اللوغاريتمي على حالة الضرب وبالإمكان تكرارها مع حالة القسمة: نأخذ لوغاريتم الطرفين فنجد:

$$\log X = \log(a \times b) = \log(a) + \log(b)$$

نفاضل الطرفين:

$$d\log X = d\log(a) + d\log(b) \Rightarrow \frac{dX}{X} = \frac{da}{a} + \frac{db}{b}$$
$$\Rightarrow \frac{dX}{X} = (\frac{da}{a}) + (\frac{db}{b})$$

نقوم باستبدال رمز التفاضل برمز الارتياب ونجعل الحدود الجبرية موجبة فنجد الارتياب النسبي:

$$\frac{\Delta X}{X} = |\frac{\Delta a}{a}| + |\frac{\Delta b}{b}|$$

مثال: السرعة v هي حاصل قسمة المسافة d على الزمن t

$$v = \frac{d}{t} \Rightarrow \frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta t}{t}$$

حالة قياس مرفوع لأس

مثال على ذلك $X = a^n$
نطبق نفس الخطوات السابقة نجد

$$\frac{\Delta X}{X} = |n|\frac{\Delta a}{a}$$

يمكن أن نكون أمام عبارة أعم من الشكل:

$$X = \frac{(a+b) \times c^3}{4\sqrt{d}} \Rightarrow \frac{\Delta X}{X} = (\frac{\Delta a}{a+b} + \frac{\Delta b}{a+b} + 3 \times \frac{\Delta c}{c} + \frac{1}{2} \times \frac{\Delta d}{d})$$

أمثلة:

- حجم أسطوانة:

$$V = \pi r^2 h$$

يكون:

$$\frac{\Delta V}{V} = 2 \times \frac{\Delta r}{r} + \frac{\Delta h}{h}$$

- حجم كرة:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

يكون:

$$\frac{\Delta V}{V} = 3 \times \frac{\Delta r}{r}$$

- كتلة حجمية:

$$\rho = \frac{M}{V}$$

يكون:

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{\Delta M}{M} + \frac{\Delta V}{V}$$

- دور النواس البسيط:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

يكون:

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{1}{2}(\frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta g}{g})$$

يمكن اخذ قياسات فيزيائية أخرى: مثل الطاقة الحركية، طاقة الوضع، كتلة حجمية أو المقاومة الكهربائية ... ونطبق نفس الخطوات السابقة.

2 المنحنيات البيانية:

يفضل في معظم تجارب الفيزياء أن يكون هناك رسم تخطيطي بياني لتوضيح العلاقة بين المتغيرات تحت التجربة، فالرسم البياني يمثل وسيلة بصرية لإدراك العلاقة بين متغيرين واستنباط المعادلة الرياضية التي تربط بينهما:
عند رسم المنحنى البياني نتبع الخطوات التالية:

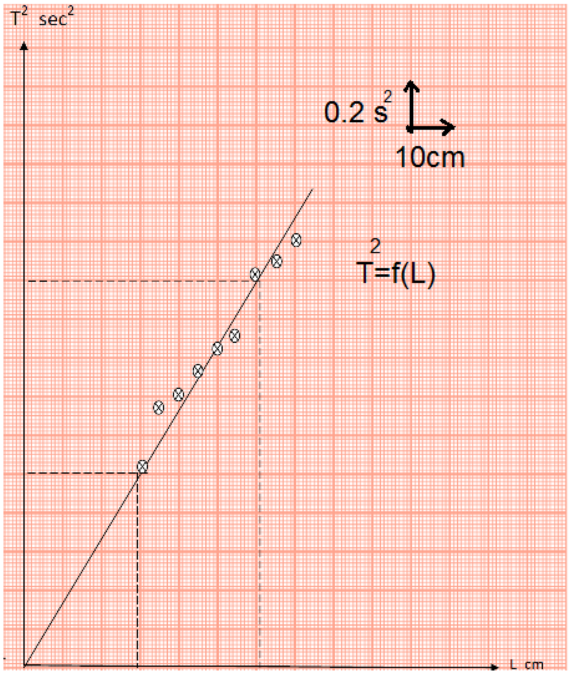
1) اختيار مقياس الرسم
2) رسم المحنى البياني حسب السلم المختار وفي معلم يحتوي جميع البيانات
3) يرسم المنحنى البياني على ورق ميليمتري فقط ولا يقبل أي ورق آخر

مثال توضيحي:
في تجربة النواس البسيط لإيجاد تسارع الجاذبية الأرضية وجد أن العلاقة طردية بين طول الخيط ومربع زمن الاهتزازة (الدور) نفرض تم الحصول على النتائج التالية كما في الجدول إرسم العلاقة بين المتغيرين ثم أوجد الميل

70	65	60	55	50	45	40	35	30	L(cm)
2.20	2.12	2.02	1.72	1.66	1.53	1.40	1.34	1.04	$T^2(s^2)$

المنحني عبارة عن خط مستقيم يمر بالمبدأ معادلته من الشكل $T^2 = \alpha L$
α هو الميل ويحسب كما يلي:

$$\alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{(10-5)\times 0.2}{(6-3)\times 10} = 0.033 \quad s^2/cm = 3.3 \quad s^2/m$$



بالإمكان اجراء المطابقة مع العبارة النظرية وهي:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

أي

$$T^2 = 4\pi^2\frac{L}{g} = \frac{4\pi^2}{g}L$$

ومنه

$$\alpha = \frac{4\pi^2}{g}$$

عندئذ نستنتج

$$g = \frac{4\pi^2}{\alpha} = \frac{4 \times 3.14^2}{3.3} = 11.96 \quad m/s^2$$