<u>الفصل الثالث</u> : العزوم الزاوية

محتويات الفصل

1- العزم المداري للذرة
2- عزم ثنائي القطب المغناطيسي للإلكترون
3- العزم المغزلي أو السبيني للذرة
4- العزم المغناطيسي للسبين
5- العزم الزاوي الكلي
6- عزم ثنائي القطب المغناطيسي الكلي

....

1- العزم المداري للذرة

1-1 الدراسة الكلاسيكية

كمية الحركة الزاوية المدارية كمية شعاعية ويطبق عليها نظام المتجهات أين نكتب:

$$\overrightarrow{A} \times \overrightarrow{B} = |\overrightarrow{A}||\overrightarrow{B}| \sin\theta \qquad (1)$$

وتعطى كمية الحركة الزاوية لجسم يتحرك على مسار ما بالنسبة إلى نقطة مرجعية بالعلاقة التالية:

$$\overrightarrow{r} \times \overrightarrow{p} = \overrightarrow{r} \times (m\overrightarrow{v}) = \overrightarrow{L} \qquad (2)$$

$$\overrightarrow{L} = m(\overrightarrow{r} \times \overrightarrow{v})$$

2-1 الدراسة الكمية:

تعطى معادلة شرودينغر بالنسبة لذرة الهيدروجين بالعلاقة:

$$H\psi = E\psi$$

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2 + U(r)\right]\psi = E\psi \qquad (3)$$

حيث $-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2$:يمثل الطاقة الحركية للذرة في جملة مركز الكتل حيثm هي الكتلة الإلكترون.

$U(r) = -\frac{-e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$: يمثل طاقة التفاعل الكهروستاتيكي بين الإلكترون والبروتون.

ψ هي دالة الموجة و هي حل لهذه المعادلة حيث تصف الحالات المستقرة بقيمة معلومة للطاقة E

تكتب دالة الموجة باستعمال الإحداثيات الكروية بالشكل التالي:

$$\psi = \psi_{nlm}(r,\theta,\phi) = R_{nl}(r)Y_{lm}(\theta,\varphi) \qquad (4)$$

حيث : $R_{nl}(r)$هي دالة الموجة القطرية ، و $Y_l^m(\theta,\phi)$ هي دالة الموجة التوافقية الكروية.

و $R_{nl}(r)$هي حل لمعادلة شرودينجر:

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dR}{dr}\right) - \frac{l(l+1)}{r^2}R + \frac{2\mu}{\hbar^2}\left(E + \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r}\right)R = 0 \qquad (5)$$

- إذا كانت $E > 0$ فإن حلول هذه المعادلة مستمرة و منتهية من أجل أي قيمة لـ E و l
- إذا كان $E < 0$ فإن حلول هذه المعادلة ممكنة عند بعض القيم المتقطعة للطاقة E .

$$E = -\frac{1}{2}\frac{Z^2}{n^2}\frac{\mu e^4}{\hbar^2} \qquad (6)$$

n: هو العدد الكمي الرئيسي.

l: هو العدد الكمي المداري و يحدد عن طريق الشروط الحدية لحل معادلة شرودينجر.

من أهم نتائج حل الجزء القطري هو قيم الطاقة المكممة كدالة للعدد الكمي n و تأخذ الشكل:

$$E_n = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\frac{1}{n^2} = -\frac{13.6}{n^2}\ eV \qquad (7)$$

وهي على توافق مع نظرية بور.

من نتائج حلول الجزء الزاوي من معادلة شرودينجر نجد:

$$\widehat{L^2} = -\hbar^2 P(\theta)F(\varphi) = l(l+1)\hbar^2\psi(\theta,\varphi) \qquad (8)$$

وعليه يمكن استنتاج القيم الذاتية لكمية الحركة المدارية بالشكل التالي:

$$L^2 = l(l+1)\hbar^2$$

$$L = \sqrt{l(l+1)}\ \hbar \qquad (9)$$

- **ملاحظة**

هذا التكميم الجديد يتناقض مع فرضية بور وبالتالي فهو تفسير جديد لما عجزت عنه النظريات السابقة.

- بالعودة إلى المؤثر $\hat{L}$ على المحور z لكمية الحركة الزاوية المدارية نحصل على:

$$\widehat{L_z}\, F(\varphi) = m_l \hbar F(\varphi) \qquad (10)$$

ومنه القيم الذاتية للمؤثر L_z تعطى بالعلاقة:

$$L_z = m_l \hbar \qquad (11)$$

يسمى m_l بالعدد الكمي المغناطيسي المداري لكمية الحركة المدارية ويساعد هذا العدد في فهم توجهات كمية الحركة الزاوية المدارية في وجود حقل مغناطيسي موجه نحو المحور z

2-عزم ثنائي القطب المغناطيسي للإلكترون

وجدنا مما سبق أن القيمة السلمية لكمية الحركة الزاوية المدارية مكممة وقد أعطت القيم التالية:

$$L^2 = l(l+1)\hbar^2$$
$$L = \sqrt{l(l+1)}\ \hbar \qquad (12)$$

حيث l: هو العدد الكمي المداري ويرتبط بالعدد الكمي الرئيسي n بالعلاقة: $l < n$

ولاعتبارات طيفية أخذت الأرقام التابعة للعدد l شكل رموز أي:

$$l = 0, 1, 2, 3, \dots, n-1$$

0 يرمز له ب s

1 يرمز له ب p

2 يرمز له ب d

3 يرمز له ب f

وهناك بعض الكتب أعطت تلك الرموز تسميات نسبة إلى السلاسل الطيفية.

- المتسلسلة الرئيسية(Principal): وتتم فيها الانتقالات من الحالات المثارة P إلى الحالة الأساسية S .
- المتسلسلة الحادة(Sharp) : وتتم فيها الانتقالات من الحالات المثارة S إلى الحالة الأرضية P .

- المتسلسلة المنتشرة (Diffuse): وتتم فيها الانتقالات من الحالات المثارة D للحالة الارضية P.
- المتسلسلة الأولية (Fundamental): وتتم فيها الانتقالات من الحالات المثارة F للحالة الأرضية (الأساسية).

ملاحظة:

- الأحرف الكبيرة تعبر عن الحدود الطيفية.
- حتى تتم الانتقالات من الحالات المثارة إلى الحالات الأساسية فهي تخضع إلى شروط صارمة وتسمى قواعد الانتقاء.

بالرجوع إلى وصف الظاهرة الفيزيائية الناتجة عن وجود مجال مغناطيسي خارجي يؤثر على الذرة يمكن القول أن المغناطيسية متأصلة في الذرة من خلال الوصف البسيط التالي:

إن الإلكترون في مداره حول النواة يشكل دائرة كهربائية صغيرة وعليه تنتشر حولها مجال مغناطيسي يشبه مجال ثنائي القطب المغناطيسي (مغناطيس دو قطبين شمالي وجنوبي). ويحدد اتجاهه حسب قاعدة الأصابع لليد اليمنى وفي حال وجود مجال مغناطيسي خارجي $\vec{B}$ فهو سوف يتفاعل مع دائرة الالكترونات مما يؤثر على توجهات كمية الحركة الزاوية المدارية $\vec{L}$. والملفت للنظر أن مركبات $\vec{L}$ على اتجاه $\vec{B}$ مكممة.

$$L_z = m_l \hbar \qquad (13)$$

حيث: $-l < m_l < +l$

3-العزم المغزلي أو السبيني للذرة

أثبتت التجارب الطيفية ذات الدقة العالية المجراة على مستويات طاقوية للذرات داخل حقل مغناطيسي أن عدد هذه المستويات تكون أكثر مما نتوقعه باستعمال الأعداد المكممة لـ l و m_l . وحتى في حقل مغناطيسي معدوم فان الخطوط الطيفية متكونة من زوج للخطوط المتقاربة ثنائية. ان هذه النتائج أدت الى التفكير بأن الإلكترون لا يملك عزما حركيا مداريا فقط، بل يملك كذلك عزما حركيا ذاتيا. وباستعمال هذه الاعتبارات أمكن شرح كل مفعول ملاحظ تجريبيا باستعمال العزم القطبي المتعلق بحركة الإلكترون المدارية وبلفه السبيني.

يعطى العزم الزاوي للف السبيني لجسيم بالعلاقة:

$$S = \sqrt{s(s+1)}\ \hbar \qquad (14)$$

حيث: s هو العدد الكمي للف السبيني

بالنسبة للإلكترون- البروتون و النترون فان $s = \frac{1}{2}$ اما الفوتون فان $s = 0$

في دراستنا للبنية الذرية فإننا ندخل عادة الإسقاط S_z للعزم S على المحور z و نكتب:

$$S_z = m_s\hbar \qquad (15)$$

حيث: $m_s = +\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$

تسمى حالات السبين $+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$ حالات اللف السبيني(Up) و (Down) وعليه فكل حالة معرفة l, n, m_l تكون مضاعفة وهذا ناتج عن قيم $m_s = +\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$. فاللف السبيني أو سبين الإلكترون قد رفع اللبس الناتج عن الملاحظات التجريبية للتحليل الطيفي أين شوهدت ثنائية الخطوط الطيفية.

4-العزم المغناطيسي للسبين

نعرف **ان** لجسيم معين يدور في مداره الدائري قطب مغناطيسي متناسب مع العزم الحركي المداري للجسيم.

نفس الشيء فانه لشحنة تدور حول نفسها كذلك عزم قطبي مغناطيسي μ_s متناسب مع عزمها الحركي السبيني S بالنسبة للإلكترونات تعطى عبارة العزم المغناطيسي بالشكل:

$$\overrightarrow{\mu_s} = -g_s \frac{e}{2m}\vec{S} \qquad (16)$$

حيث: g_s معامل لاندي

5-العزم الزاوي الكلي

5-1- نموذج المتجه

يعرف العزم الزاوي الكلي للإلكترونات على انه مجموع الكميتين: المتجه لكمية الحركة المدارية مع كمية الحركة الذاتية (السبين) . وهو عبارة عن محصلة المتجهين ويأخذ العبارة التالية:

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} \qquad (18)$$

5-2- النموذج الكمي

لدينا:

$$\widehat{J^2}\psi(\theta, \varphi) = j(j+1)\hbar^2\psi(\theta, \varphi) \qquad (19)$$

$$J = \sqrt{j(j+1)}\,\hbar \qquad (20)$$

حيث: j هو العدد الكمي الزاوي الكلي و ياخذ قيمه من العدد الكمي المداري و العدد الكمي السبيني وفقا للعلاقة:

$$\boldsymbol{j} = |\boldsymbol{l} \pm \boldsymbol{s}| = \left|\boldsymbol{l} \pm \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right|$$

6- عزم ثنائي القطب المغناطيسي الكلي

في حال وجود مجال مغناطيسي خارجي موجه وفق $\boldsymbol{z}$ فان معادلة القيم الذاتية او الخاصة تعطي بالشكل :

$$\boldsymbol{J_z} = \boldsymbol{m_j}\hbar \qquad (21)$$

حيث ان: $-\boldsymbol{j} \leq \boldsymbol{m_j} \leq +\boldsymbol{j}$

وبما ان:

$$J_z = L_z + S_z \qquad (22)$$

$$J_z\psi = (L_z + S_z)\psi$$

$$\boldsymbol{m_j}\hbar = \boldsymbol{m_l}\hbar + \boldsymbol{m_s}\hbar$$

$$\boldsymbol{m_j}\hbar = (\boldsymbol{m_l} + \boldsymbol{m_s})\hbar$$

$$\boldsymbol{m_j} = \boldsymbol{m_l} + \boldsymbol{m_s}$$

وعليه فان:

$$\boldsymbol{J_z} = \boldsymbol{m_j}\hbar \qquad (23)$$

- تعطى علاقة العزم المغناطيسي الكلي للإلكترون بالشكل:

$$\overrightarrow{\boldsymbol{\mu_J}} = \overrightarrow{\boldsymbol{\mu_L}} + \overrightarrow{\boldsymbol{\mu_S}} \qquad (24)$$

$$\overrightarrow{\boldsymbol{\mu_J}} = -\frac{\boldsymbol{e}}{\mathbf{2}\boldsymbol{m}}\left(\vec{\boldsymbol{L}} + \boldsymbol{g}\vec{\boldsymbol{S}}\right) \qquad (25)$$

حيث $\boldsymbol{g}$ هو معامل لاندي