| قسم الرياضيات | جــــامعة الشهيد حمة لخضر- | مقيـاس: الجبر 1 |
| --- | --- | --- |
| سنة أولـــى رياضيات وإعلام آلي | الــوادي<br>كلية العلوم الدقيـقة | 2021/2020 |

**سلسلة أعمال موجّهة رقم: 02 (العلاقات والتّطبيقات)**

**تمرين1**: $E$ و $F$ مجموعتان غير خاليتين و $f$ تطبيق لـ $E$ في $F$. لتكن $A$ و $B$ مجموعتان جزئيتان من $E$ , $C$ و $D$ مجموعتان جزئيّتان من $F$. أثبت صحة القضايا التالية:

1) $f(A\cap B)\subset f(A)\cap f(B)$ 2) $f(A\cap B)\neq f(A)\cap f(B)$ 3) $f^{-1}(F)=E$

4) $A\subset B\Longrightarrow f(A)\cap f(B)$ 5) $f^{-1}(C\cup D)=f^{-1}(C)\cup f^{-1}(D)$ .

**تمرين2**: نعتبر التطبيق $f:\left[\frac{3}{2};+\infty\right[\to\mathbb{R}$ حيث $f(x)=\sqrt{2x-3}+1$. هل $f$ متباين؟ هل هو غامر ؟ برر إجابتك). نفس السؤال من أجل التطبيقين $h:\mathbb{R}^2\longrightarrow\mathbb{R}$ بحيث $h(x,y)=\frac{x-y}{2}$ و $g:\mathbb{R}^2\longrightarrow\mathbb{R}^2$ والمعرف بـ $g(x,y)=(x+y,xy)$ .

**تمرين3**: $f:E\to F$ و $g:F\to G$ تطبيقان. أثبت صحة ما يلي:

1) اذا كان $g\circ f$ متباين و $f$ غامر فإن $g$ متباين. 2) اذا كان $g\circ f$ غامر و $g$ متباين فإن $f$ غامر .

3) $f$ متباين $\Leftrightarrow \forall A\subset E,\forall B\subset E; f(A\cap B)=f(A)\cap f(B)$

**تمرين4**: ليكن التطبيق $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ والمعرف بـ $f(x)=x^2-4x+5$ .

1) تحقق من أن : $\forall\alpha\in\mathbb{R};\ f(2+\alpha)=f(2-\alpha)$. استنتج أن التطبيق $f$ ليس متباينا .

2) بين أن : $\forall x\in\mathbb{R};\ f(x)\geq 1$. هل $f$ غامر؟

3) أثبت أن التطبيق $g:[2;+\infty[\to[1;+\infty[$ حيث : $g(x)=x^2-4x+5$ تقابلي وعين تطبيقه العكسي $g^{-1}$.

**تمرين5** نعرف على $\mathbb{R}$ العلاقة $\mathcal{R}$ كما يلي :

$$\forall x,y\in\mathbb{R};\ \mathcal{R}(x,y)\Leftrightarrow (x^3+2)(y^2+1)=(x^2+1)(y^3+2)$$

أثبت أن $\mathcal{R}$ علاقة تكافؤ ثم أوجد صنف تكافؤ العدد 0.

**تمرين6** $\mathcal{R}$ و $\mathcal{H}$ علاقتان في المجموعة $\mathbb{R}$ معرفتان بما يلي: $x\mathcal{R}y\Leftrightarrow xe^y=ye^x$ و $x\mathcal{H}y\Leftrightarrow sin^2x+cos^2y=1$. برهن أن $\mathcal{R}$ و $\mathcal{H}$ علاقتا تكافؤ.

**تمرين7**: لتكن العلاقة $\mathcal{B}$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$$\forall x,y\in\mathbb{R};\ x\mathcal{B}y\Leftrightarrow\exists n,m\in\mathbb{N}; x-y=n+m\sqrt{3}$$

1) أثبت أن $\mathcal{B}$ علاقة ترتيب .2) هل هذا الترتيب كلي؟ .